五年制高等职业学校学生用书

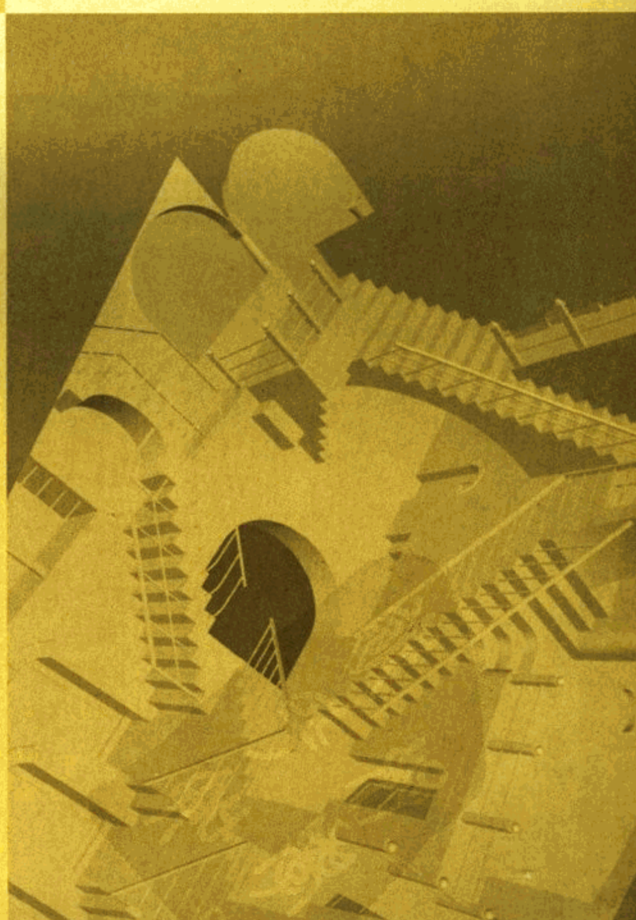
应用数学

YINGYONG
SHUXUE

练习册

LIANXICE

◉ 主编 葛渭高



语文出版社

目　　录

第一章　常微分方程

练习 1.1（常微分方程的概念）

1. 下列方程中哪些是微分方程？如果是并说明它们的阶数.

(1) $\frac{d^2y}{dx^2}-y=2x$；

(2) $y^2-3y+x=0$；

(3) $x^2y''-xy'+y=0$；

(4) $xy'''+2y''+x^2y=0$；

(5) $(7x-6y)dx+(x+y)dy=0$.

2. 下列各微分方程后面所列出的函数是否为所给微分方程的解？如果是解，是通解还是特解？

(1) $y''+2y'+y=0$，$y=(C_1+C_2x)e^{-x}$ (C_1，C_2 为任意常数)；

(2) $(x+y)dx+xdy=0$，$y=\frac{C^2-x^2}{2x}$ (C 为任意常数)；

(3) $y''+y=0$，$y=3\sin x-4\cos x$；

(4) $y''-2y'+y=0$，$y=x^2e^x$.

3. 写出下列条件确定的曲线所满足的微分方程.

(1) 曲线在点 (x, y) 处的切线的斜率等于该点的横坐标的平方.

(2) 曲线上点 $P(x, y)$ 处的法线与 x 轴的交点为 Q，而线段 PQ 被 y 轴平分.

(3) 已知曲线在任一点处的切线斜率等于这个点的纵坐标，且曲线通过点 (1，0).

练习 1.2（可分离变量的一阶微分方程）

1. 求下列微分方程的通解：

（1）$\frac{dy}{dx}-3xy=2x$；

（2）$x\frac{dy}{dx}-y\ln y=0$；

（3）$3x^2+5x-5y'=0$；

（4）$\sqrt{1-x^2}\frac{dy}{dx}=\sqrt{1-y^2}$；

（5）$\frac{dy}{dx}=10^{x+y}$；

（6）$(y+1)^2\frac{dy}{dx}+x^3=0$.

2. 求下列微分方程满足所给初始条件的特解：

（1）$y'=e^{2x-y}$，$y|_{x=0}=0$；

（2）$\cos x\sin y dy=\cos y\sin x dx$，
$y|_{x=0}=\frac{\pi}{4}$；

（3）$y'\sin x=y\ln y$，$y|_{x=\frac{\pi}{2}}=e$；

（4）$xdy+2ydx=0$，$y|_{x=2}=1$.

练习 1.3（一阶线性微分方程（1））

1. 选择题：

(1) 微分方程$(x+y)\mathrm{d}y=(x-y)\mathrm{d}x$ 是（　　）；

A. 线性微分方程

B. 可分离变量微分方程

C. 齐次微分方程

D. 一阶线性非齐次微分方程

(2)方程$(x+1)(y^2+1)\mathrm{d}x+y^2x^2\mathrm{d}y=0$是（　　）；

A. 齐次微分方程

B. 可分离变量微分方程

C. 一阶线性非齐次微分方程

D. 线性微分方程

(3) 方程$(x^2-y^2)\mathrm{d}y=xy\mathrm{d}x$ 是（　　）；

A. 齐次微分方程

B. 可分离变量微分方程

C. 一阶线性非齐次微分方程

D. 线性微分方程

(4) 方程 $y'=2xy+x^3$ 是（　　）；

A. 齐次微分方程

B. 可分离变量微分方程

C. 一阶线性非齐次微分方程

D. 全微分方程

(5) 方程$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{y}{y^3+x}$是（　　）.

A. 齐次微分方程

B. 可分离变量微分方程

C. 一阶线性非齐次微分方程

D. 线性微分方程

2. 判断题：

(1) 方程$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=1$ 的通解是 $y=x+C$；（　　）

(2) 方程$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{1}{x}$的通解是 $y=\ln|x|+C$；（　　）

(3) 方程$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{y}{x}+\tan\frac{y}{x}$的通解是$\sin\frac{y}{x}=Cx$；（　　）

(4) 方程$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=\cos x$ 的通解是 $y=-\cos x+C$.（　　）

3. 求下列齐次方程的通解：

(1) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}-\frac{y}{x}=\frac{1}{\ln x}$；

(2) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=2xy+xe^{-x^2}$.

4. 求下列齐次方程满足所给初始条件的特解：

(1) $xy'+y=3$，$y|_{x=0}=0$；

(2) $y'=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$，$y|_{x=1}=2$.

练习 1.4（一阶线性微分方程（2））

1. 求下列微分方程的通解：

(1) $y'-\frac{2y}{x}=x^2\sin 3x$；

(2) $y'+\frac{2y}{x}=\frac{e^{-x^2}}{x}$；

(3) $(x^2-1)y'+2xy-\cos x=0$；

(4) $y'+y\cos x=e^{-\sin x}$.

2. 求下列微分方程满足所给初始条件的特解：

(1) $\frac{dy}{dx}-y\tan x=\sec x$，$y|_{x=0}=0$；

(2) $y'+2y=e^{3x}$，$y|_{x=0}=0$；

(3) $y\ln y dx+(x-\ln y)dy=0$，$x|_{y=e}=\frac{1}{2}$.

3. 求一曲线的方程，这条曲线通过原点，且它在点 (x,y) 处的切线斜率等于 $2x+y$.

练习 1.5（二阶常系数线性齐次微分方程）

1. 选择题：

（1）设二阶常系数齐次微分方程 $y''+py'+qy=0$，它的特征方程有两个不相等的实根 r_1，r_2，则方程的通解是（　　）；

A. $C_1\cos r_1 x+C\sin r_2 x$

B. $C_1 e^{r_1 x}+C_2 x e^{r_2 x}$

C. $C_1 e^{r_1 x}+C_2 e^{r_2 x}$

D. $x\ (C_1 e^{r_1 x}+C_2 x e^{r_2 x})$

（2）微分方程 $y''-2y'-3y=0$ 的通解是 $y=$（　　）；

A. $\dfrac{C_1}{x}+C_2 x^3$

B. $C_1 x+\dfrac{C_2}{x^3}$

C. $C_1 e^{x}+C_2 e^{-3x}$

D. $C_1 e^{-x}+C_2 e^{3x}$

（3）微分方程 $y''+2y'+y=0$ 的通解是（　　）；

A. $y=C_1\cos x+C_2\sin x$

B. $y=C_1 e^{x}+C_2 e^{2x}$

C. $y=(C_1+C_2 x)\ e^{-x}$

D. $y=C_1 e^{x}+C_2 e^{-x}$

（4）已知 $y_1=\cos\omega x$，$y_2=3\cos\omega x$ 是方程 $y''+\omega^2 y=0$ 的解，则 $y=C_1 y_1+C_2 y_2$（C_1，C_2 为任意常数）（　　）.

A. 是方程的通解

B. 是方程的解，但不是通解

C. 是方程的一个特解

D. 不一定是方程的解

2. 求下列微分方程的通解：

（1）$y''+y'-2y=0$；

（2）$y''+3y'=0$；

（3）$y''-10y'+25y=0$；

（4）$y''+6y'+13y=0$；

（5）$4\dfrac{d^2x}{dt^2}-20\dfrac{dx}{dt}+25x=0$.

3. 求下列微分方程满足所给初始条件的特解：

（1）$4y''+4y'+y=0$，$y|_{x=0}=2$，$y'|_{x=0}=6$；

（2）$y''-4y'+13y=0$，$y|_{x=0}=0$，$y'|_{x=0}=3$；

（3）$y''+2y'+2y=0$，$y|_{x=0}=1$，$y'|_{x=0}=-1$.

练习 1.6（二阶常系数线性非齐次微分方程）

1. 选择题：

（1）方程 $y''-6y'+9y=(x+1)e^{3x}$ 的待定特解为（　　）；

A. $(ax+b)e^{3x}$

B. $x(ax+b)e^{3x}$

C. $x^2(ax+b)e^{3x}$

D. $(x+1)e^{3x}$

（2）方程 $y''-4y'-5y=e^{-x}+\sin 5x$ 的特解形式为（　　）；

A. $ae^{-x}+b\sin 5x$

B. $ae^{-x}+b\cos 5x+c\sin 5x$

C. $axe^{-x}+b\sin 5x$

D. $axe^{-x}+b\cos 5x+c\sin 5x$

（3）方程 $y''-6y'+9y=x^2e^{3x}$ 的一个特解形式是（　　）；

A. ax^2e^{3x}

B. $x^2(ax^2+bx+c)e^{3x}$

C. $x(ax^2+bx+c)e^{3x}$

D. ax^4e^{3x}

（4）设方程 $y''-2y'-3y=f(x)$ 有特解 y^*，则它的通解是（　　）.

A. $y=C_1e^{-x}+C_2e^{3x}+y^*$

B. $y=C_1e^{-x}+C_2e^{3x}$

C. $y=C_1xe^{-x}+C_2xe^{3x}+y^*$

D. $y=C_1e^{x}+C_2e^{-3x}+y^*$

2. 求下列微分方程的通解：

（1）$y''-2y'-3y=3x+1$；

（2）$\dfrac{d^2x}{dt^2}-6\dfrac{dx}{dt}+13x=39$；

（3）$\dfrac{d^2x}{dt^2}+3\dfrac{dx}{dt}+2x=\dfrac{t}{2}$；

（4）$y''-y'+\dfrac{1}{4}y=5e^{\frac{x}{2}}$.

3. 求下列微分方程满足初始条件的特解：

（1）$y''+y'-2y=2x, y|_{x=0}=0, y'|_{x=0}=3$；

（2）$4y''+16y'+15y=4e^{-\frac{3}{2}x}, y|_{x=0}=3, y'|_{x=0}=5.5$；

（3）$y''+y=\sin x, y|_{x=\frac{\pi}{2}}=0, y'|_{x=\frac{\pi}{2}}=0$.

练习 1.7（拉普拉斯变换及其性质）

1. 填空题：

(1) 函数 $f(t)=t^2$ 的拉氏变换式是 ________；

(2) 函数 $f(t)=e^{3t}$ 的拉氏变换式是 ________；

(3) 函数 $f(t)=te^{3t}$ 的拉氏变换式是 ________；

(4) 函数 $f(t)=t^2e^{3t}$ 的拉氏变换式是 ________

(5) 函数 $f(t)=\sin 3t$ 的拉氏变换式是 ________；

(6) 函数 $f(t)=\cos 5t$ 的拉氏变换式是 ________；

(7) 函数 $f(t)=t\sin 3t$ 的拉氏变换式是 ________；

(8) 函数 $f(t)=t\cos 5t$ 的拉氏变换式是 ________；

(9) 函数 $f(t)=e^{-2t}\sin 3t$ 的拉氏变换式是 ________；

(10) 函数 $f(t)=e^{-3t}\cos 5t$ 的拉氏变换式是 ________.

2. 求下列函数的拉氏变换：

(1) $f(t)=2\sin^2 t$；

(2) $f(t)=\cos^2 \dfrac{t}{2}$；

(3) $f(t)=t^2-2t+3$；

(4) $f(t)=t^3-e^{-2t}$；

(5) $f(t)=(t+1)^2\cdot e^t$；

(6) $f(t)=\dfrac{t}{2}\sin t$；

(7) $f(t)=2t\cos^2 t$；

(8) $f(t)=3\sin 2t+4\cos 3t$.

练习 1.8（拉氏逆变换）

1. 填空题：

（1）函数 $F(s)=\frac{1}{s^2}$ 的拉氏逆变换为____________；

（2）函数 $F(s)=\frac{1}{s^3}$ 的拉氏逆变换为____________；

（3）函数 $F(s)=\frac{1}{s-3}$ 的拉氏逆变换为____________；

（4）函数 $F(s)=\frac{1}{s+3}$ 的拉氏逆变换为____________；

（5）函数 $F(s)=\frac{1}{(s-3)^2}$ 的拉氏逆变换为____________；

（6）函数 $F(s)=\frac{6}{(s-3)^4}$ 的拉氏逆变换为____________；

（7）函数 $F(s)=\frac{3s+4}{s^2+25}$ 的拉氏逆变换为____________；

（8）函数 $F(s)=\frac{2s-2}{s\ (s-2)}$ 的拉氏逆变换为____________；

（9）函数 $F(s)=\frac{6s}{(s^2+9)^2}$ 的拉氏逆变换为____________；

（10）函数 $F(s)=\frac{s^2-4}{(s^2+4)^2}$ 的拉氏逆变换为____________.

2. 求下列函数的拉氏逆变换：

（1）$F(s)=\frac{3(s-1)}{(s+1)(s-2)}$；

（2）$F(s)=\frac{s^2+5s+3}{(s-1)(s+2)^2}$；

（3）$F(s)=\frac{s}{s^2+9}$；

（4）$F(s)=\frac{1}{s^2+9}$；

（5）$F(s)=\frac{s}{(s^2+16)^2}$；

（6）$F(s)=\frac{1}{s(s+2)(s+3)}$；

（7）$F(s)=\frac{1}{s^2(s^2+9)}$；

（8）$F(s)=\frac{3s^2+1}{s(s-1)^2}$.

练习 1.9（用拉氏变换解常微分方程）

用拉氏变换求下列微分方程的解：

（1）$y'-y=1$，$y|_{x=0}=0$；

（2）$y''+2y'+y=e^{-t}, y|_{t=0}=y'|_{t=0}=0$；

（3）$y''+y'-2y=e^{-t}, y|_{t=0}=0, y'|_{t=0}=1$；

（4）$y''+4y=8t, y|_{t=0}=0, y'|_{t=0}=1$；

（5）$y''-y=2\sin 2t, y|_{t=0}=y'|_{t=0}=0$；

（6）$y''-2y'+y=e^{t}\sin t, y|_{t=0}=y'|_{t=0}=0$.

综合练习（一）

1. 选择题：

(1) 一阶线性非齐次微分方程 $y'=P(x)y+Q(x)$ 的通解是（　　）；

A. $y=e^{-\int P(x)dx}[\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+C]$

B. $y=e^{\int P(x)dx}\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx$

C. $y=e^{\int P(x)dx}[\int Q(x)e^{-\int P(x)dx}dx+C]$

D. $y=Ce^{-\int P(x)dx}$

(2) 方程 $y'''=\sin x$ 的通解是（　　）；

A. $y=\cos x+\frac{1}{2}C_1x^2+C_2x+C_3$

B. $y=\sin x+\frac{1}{2}C_1x^2+C_2x+C_3$

C. $y=\cos x+C_1$

D. $y=2\sin 2x$

(3) 方程 $(x+y)dy=ydx$ 的通解是（　　）；

A. $y=Ce^{\frac{x}{y}}$　　B. $y=Ce^{\frac{y}{x}}$

C. $y=Cx^2e^{-\frac{x}{y}}$　D. $y=Cx^2e^{\frac{x}{y}}$

(4) 二阶常系数线性非齐次方程 $y''+Py'+Qy=f(x)$ 要求（　　）；

A. 已知函数 $f(x)\neq 0$

B. P，Q 是 x 的一元函数

C. $f(x)\equiv 0$

D. P，Q 是 x 的函数且 $f(x)\equiv 0$

(5) 已知 $y_1=\cos wx$，$y_2=3\cos wx$ 是方程 $y''+w^2y=0$ 的解，则 $y=C_1y_1+C_2y_2$（C_1，C_2 为任意常数）（　　）；

A. 是方程的通解

B. 是方程的解，但不是通解

C. 是方程的一个特解

D. 不一定是方程的解

(6) 方程 $y''+2y'=x^2-1$ 的特解形式是（　　）；

A. $x(C_1x^2+C_2)$

B. $C_1x^2+C_2x+C_3$

C. $x(C_1x^2+C_2x+C_3)e^{-2x}$

D. $x(C_1x^2+C_2x+C_3)$

(7) 设 $L[f(t)]=F(s)$，且 $f(0)=0$，那么 $L[f'(t)]=$（　　）；

A. $F(s)$　　B. $sF(s)$

C. $F'(s)$　　D. $sF'(s)$

(8) 设 $L[f(t)]=F(s)$，那 $L[f''(t)]=$（　　）.

A. $sF(s)$

B. $sF(s)-f(0)$

C. $s^2F(s)-sf(0)-f'(0)$

D. $s^2F'(s)$

2. 填空题：

(1) 方程 $y'+y\tan x=0$ 的通解是________；

(2) 方程 $y''-4y=e^{2x}$ 的通解是________；

(3) 方程 $y''+2y'+5y=0$ 的通解是________；

(4) 方程 $y''+4y'+4y=e^{-2x}$ 的通解是________；

(5) 函数 $f(t)=\frac{1}{2}t^2$ 的拉氏变换为________；

(6) 函数 $f(t)=\sin 2t$ 的拉氏变换为________；

(7) 函数 $f(t)=e^{3t}$ 的拉氏变换为________；

(8) 函数 $f(t)=te^{3t}$ 的拉氏变换为________；

(9) 函数 $F(s)=\frac{s}{s^2+4}$ 的拉氏逆变换为________；

(10) 函数 $F(s)=\frac{2s}{(s^2+1)^2}$ 的拉氏逆变换为________；

(11) 函数 $F(s)=\frac{s^2-1}{(s^2+1)^2}$ 的拉氏逆变

换为________；

（12）函数 $F(s)=\dfrac{1}{s(s+4)}$ 的拉氏逆变换为________.

3. 求下列微分方程的通解或给定初始条件的特解：

（1）$(1+y)\mathrm{d}x-(1-x)\mathrm{d}y=0$；

（2）$\dfrac{\mathrm{d}x}{y}+\dfrac{\mathrm{d}y}{x}=0, y|_{x=3}=4$.

4. 求下列齐次微分方程的通解：

（1）$\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}x}=\dfrac{2y}{x-2y}$；

（2）$x\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}x}=y(\ln y-\ln x)$.

5. 求下列微分方程的通解：

（1）$y''-3y'+2y=0$；

（2）$y''-6y'+25y=0$；

（3）$y''+10y'+25y=2\mathrm{e}^{-5x}$；

（4）$y''+4y=-4\sin 2x$.

6. 求 $F(s)=\dfrac{s^2-5s+5}{(s-1)(s-2)^2}$ 的拉氏逆变换.

7. 用拉氏变换求微分方程

$y''+2y'+y=\mathrm{e}^{-t}, y|_{t=1}=y'|_{t=1}=0$ 的特解.

第二章　线性代数

练习 2.1（二阶、三阶行列式）

1. 填空题：

(1) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} =$ ________；

(2) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$ ________；

(3) 用三阶行列式表示三元一次线性方程组的解.

$$\begin{cases} x_1 = \underline{\qquad\qquad}, \\ x_2 = \underline{\qquad\qquad}, \\ x_3 = \underline{\qquad\qquad}. \end{cases}$$

2. 计算下列各行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -2 & 10 \end{vmatrix}$；

(2) $\begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix}$；

(3) $\begin{vmatrix} a+b & 1 \\ -b^2 & a-b \end{vmatrix}$；

(4) $\begin{vmatrix} 3 & 14 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$；

(5) $\begin{vmatrix} 1+\cos\alpha & 1+\sin\alpha & 1 \\ 1-\sin\alpha & 1+\cos\alpha & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$；

(6) $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 6 & 12 & 15 \\ 4 & 4 & 8 \end{vmatrix}$.

3. 用行列式解下列线性方程组：

(1) $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 3, \\ 11x_1 - 7x_2 = 1; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x_1\cos\alpha - x_2\sin\alpha = a, \\ x_1\sin\alpha + x_2\cos\alpha = b; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = -3, \\ 5x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 22, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 4; \end{cases}$

(4) $\begin{cases} bx_1 - ax_2 = -2ab, \\ -2cx_2 + 3bx_3 = bc, \\ cx_1 + ax_3 = 0. \end{cases}$

练习 2.2（三阶行列式性质）

1. 不展开行列式，利用行列式性质计算：

(1) $\begin{vmatrix} 10 & 8 & 2 \\ 15 & 12 & 3 \\ 21 & 4 & 17 \end{vmatrix}$；

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$；

(3) $\begin{vmatrix} 2 & -7 & 5 \\ 1 & -9 & -3 \\ 1 & 2 & 8 \end{vmatrix}$.

2. 计算行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix} 0 & -3 & 8 \\ 0 & 0 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix}$；

(2) $\begin{vmatrix} 6 & 42 & 27 \\ 8 & -28 & 36 \\ 20 & 35 & 90 \end{vmatrix}$；

(3) $\begin{vmatrix} 6 & 5 & 5 \\ 5 & 6 & 5 \\ 5 & 5 & 6 \end{vmatrix}$；

(4) $\begin{vmatrix} -120 & 180 & 200 \\ -18 & 12 & 18 \\ -200 & 200 & 120 \end{vmatrix}$.

3. 证明：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -a_{21}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{22}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{23}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

4. 解下列方程：

(1) $\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$；

(2) $\begin{vmatrix} x-1 & 1 & 0 \\ 0 & x-1 & 0 \\ 0 & -1 & x-1 \end{vmatrix} = 0$.

练习 2.3（n 阶行列式性质）

1. 按某行（或列）展开计算下列行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$；

(2) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.

(3) $\begin{vmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ -1 & b & 1 & 0 \\ 0 & -1 & c & 1 \\ 0 & 0 & -1 & d \end{vmatrix}$；

(4) $\begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$；

2. 计算下列各行列式：

(1) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 15 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 7 \end{vmatrix}$；

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 99 & 201 & 298 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$；

(5) $\begin{vmatrix} 103 & 100 & 204 \\ 199 & 200 & 395 \\ 301 & 300 & 600 \end{vmatrix}$.

3. 证明：

$$\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ b_1+c_1 & c_1+a_1 & a_1+b_1 \\ b_2+c_2 & c_2+a_2 & a_2+b_2 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}.$$

练习 2.4（克莱姆法则）

1. 填空题：

n 元线性方程组中，系数行列式 $D=$______，当 $D\neq$________时，线性方程有______解，并且

$$\begin{cases} x_1= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_; \\ x_2= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_; \\ \vdots \\ x_n= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. \end{cases}$$

2. 用克莱姆法则解下列线性方程组：

(1) $\begin{cases} 6x_1-4x_2=10, \\ 5x_1+7x_2=29; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 4x_1+5x_2=0, \\ 3x_1-7x_2=0; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x_1+2x_2+4x_3=31, \\ 5x_1+x_2+2x_3=29, \\ 3x_1-x_2-x_3=10; \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 2x_1+x_2-5x_3+x_4=8, \\ x_1-3x_2-6x_4=9, \\ 2x_2-x_3+2x_4=-5, \\ x_1+4x_2-7x_3+6x_4=0. \end{cases}$

3. 解方程组

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=1, \\ ax_1+bx_2+cx_3=d, \\ a^2x_1+b^2x_2+c^2x_3=d^2, \end{cases}$$

其中 a，b，c 不相等.

4. 若齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+ax_4=0, \\ x_1+2x_2+x_3+x_4=0, \\ x_1+x_2-3x_3+x_4=0, \\ x_1+x_2-ax_3+bx_4=0, \end{cases}$$

只有零解，则 a，b 应满足什么条件？