NORTHEAST YUCAI SCHOOL

高中新课标

东北育才名校课堂

东北育才学校高中部编写

主　编：高　琛

副主编：邢长艳

数学 1

（必修）B版

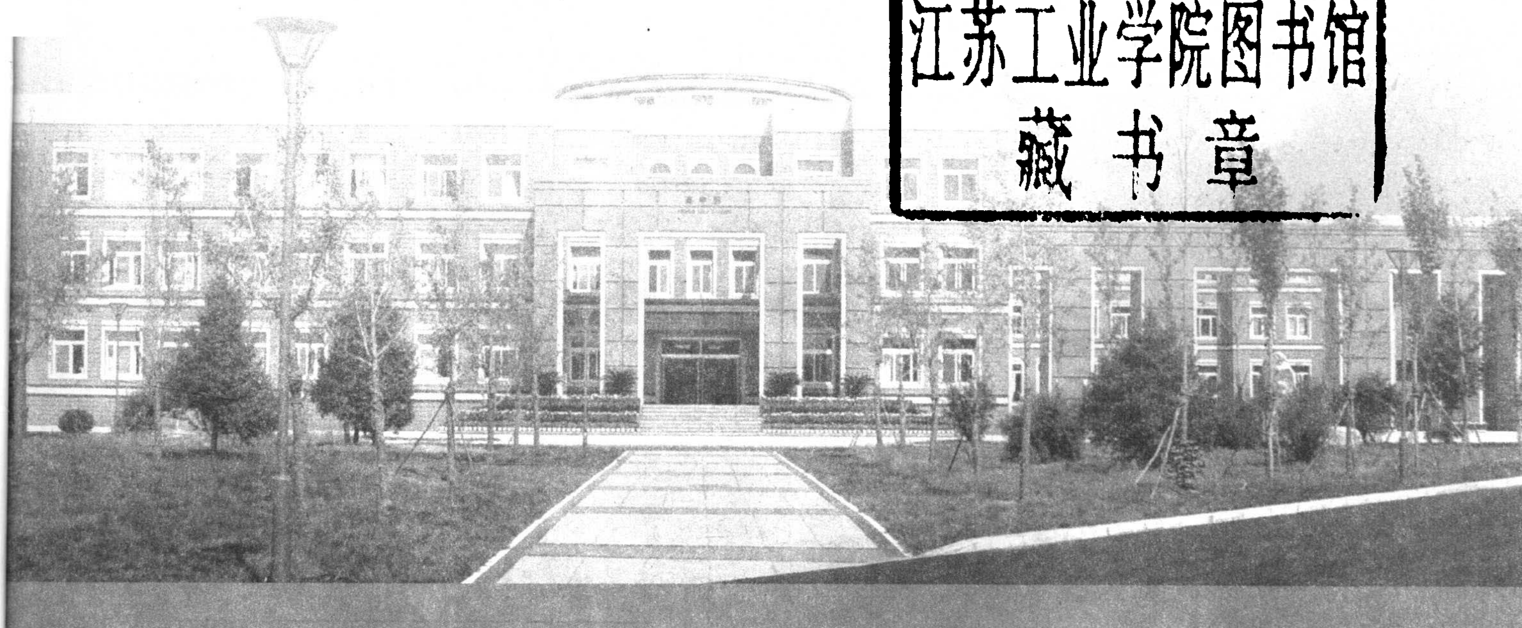
沈 阳 出 版 社

东北育才名校课堂

主　　编：　高　琛
副 主 编：　邢长艳

数学1

（必修）B版



沈阳出版社

图书在版编目（CIP）数据

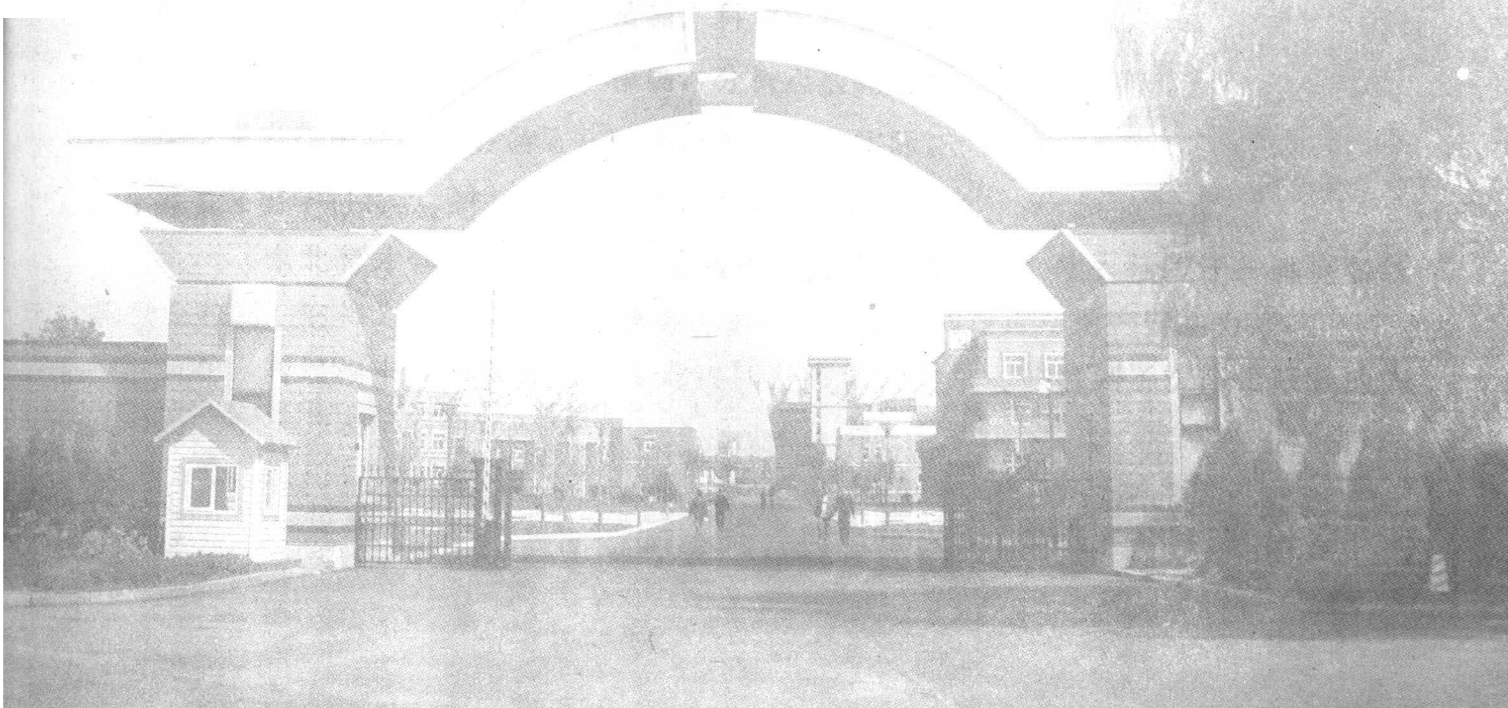
东北育才名校课堂．数学．1：必修：B版/高琛主编．
沈阳：沈阳出版社，2006.8
ISBN 7-5441-3167-X

Ⅰ．东… Ⅱ．高… Ⅲ．数学课-高中-教学参考
资料 Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 092615 号

东北育才名校课堂

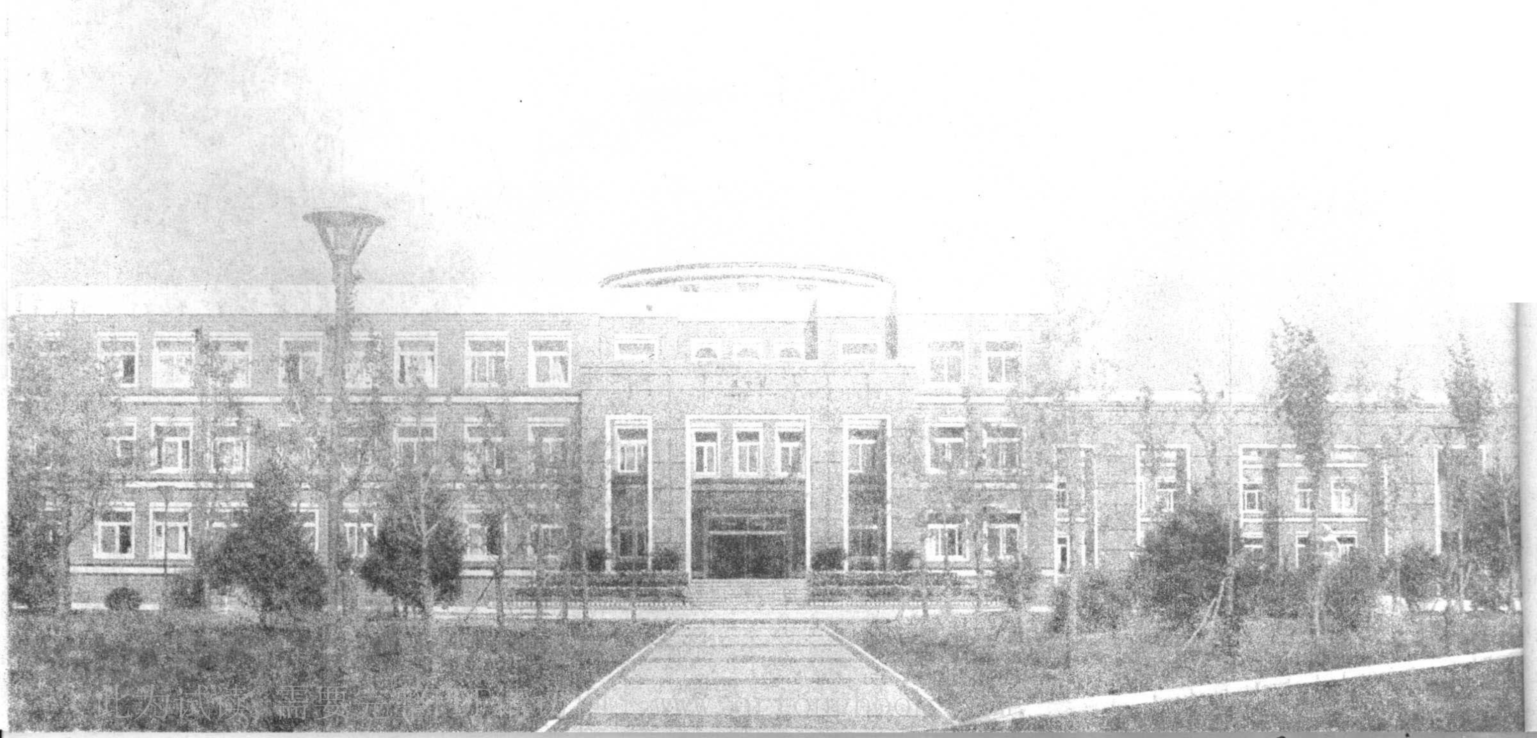
编审委员会



东北育才名校课堂

数学1（必修）B版

编　委



编者导言

亲爱的读者朋友您好，您现在阅读的这套《东北育才学校名师课堂》系列丛书是由东北育才学校的老师们为配合新课程改革而编写的，它将帮助您摆脱面对新课程时的茫然与困惑，从而引领您更好地认识新课程，走进新课程，领会新课程，适应新课程。

东北育才学校是一所在国内外具有极高知名度和广泛社会影响的著名学校，为满足广大读者对优质教育资源的渴求，学校精心组织骨干力量编写了本套丛书。沈阳市教育专家、东北育才学校常务副校长高琛担任主编，辽宁省特级教师、东北育才学校校长助理邢长艳担任副主编。参与本套丛书编写的人员都是具有丰富经验并取得突出业绩的学科精英，其中包括辽宁省特级教师、沈阳市名教师、沈阳市学科带头人、沈阳市骨干教师、学科奥林匹克竞赛国家级教练、东北育才学校科学研究实验室指导教师20人。

本套丛书各册均包括以下栏目

【课标导航】解析课标要求，确定学习目标。

【知识网络】完善知识结构，构建能力体系。

【名师导引】剖析重点难点，指导学习方法。

【名师导学】精析经典例题，明确要点角度。

【名师导练】培养基本技能，强化实践能力。

【综合测评】检验达标效果，了解智能潜质。

【名师名卷】培养综合素质，实现全面提升。

另外，每节（课）后为丰富学习、开阔视野、活跃思维而灵活设立的【观察思考】【合作探究】【动手实践】【拓展创新】等小栏目也将会对您的学习大有裨益。

本套丛书编写过程中，我们在以下四个方面作了不少工作：

【新】凸显课标理念，领悟教材精髓，科学设计体例。

【精】内容选取精当，试题命制精确，分析点拨精练。

【实】突出实用功能，遵循认知规律，关注学生实际。

【活】突出学科特点，栏目活泼有序，注重点拨引领。

总之，《东北育才学校名师课堂》系列丛书是集“新、精、实、活”于一体完备统一的全新教辅，它将为您的学习排忧解惑，在您自我完善的过程中助一臂之力。

本书在编写过程中，吸收并借鉴了业内同行的优秀成果，并得到了沈阳出版社的大力支持，在此一并表示感谢！

编者

2006年6月

目　录

第一章 集 合

课标导航

（一）知识与技能目标

1. 了解集合的含义，会使用“∈”或“∉”表示集合与元素之间的关系.

2. 能选择自然语言、图形语言、集合语言（列举法、特征性质描述法和Venn图法）描述不同的具体问题，感受集合语言的意义和作用.

3. 理解集合的特征性质，会用集合的特征性质描述一些集合，如常用数集、解集和一些基本图形的集合等.

4. 理解集合之间包含与相等的含义，能识别一些给定集合的子集. 在具体环境中，了解空集和全集的含义.

5. 理解两个集合交集和并集的含义，会求两个简单集合的交集和并集. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集.

6. 掌握有关的术语和符号（∪、∩、⊆、⊇、∅等），会用它们表达集合间的关系和运算. 能使用Venn图表达集合间的关系和运算.

（二）过程与方法目标

1. 通过实例体会元素与集合间的“属于”关系，从观察和分析集合的元素入手，正确地表示集合.

2. 经历并体验使用最基本的集合语言表示有关的数学对象的过程与方法，发展运用数学语言进行交流的能力.

（三）情感、态度与价值观目标

1. 通过大量实例，感受集合语言在描述客观现实和数学问题中的意义.

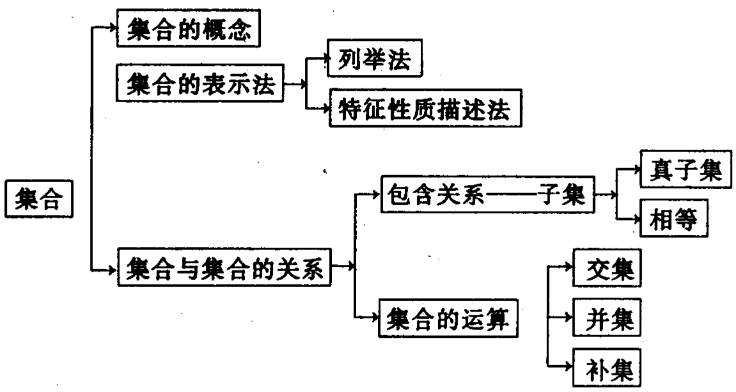
2. 探索利用直观图示理解抽象概念，体会“数形结合”思想.

3. 在运用集合语言过程中，逐步养成实事求是、扎实严谨的科学态度，学习用数学的思维方式解决问题、认识世界.

4. 通过学习，初步了解数学科学与人类发展之间的相互作用，体会数学的科学价值，应用价值、人文价值和美学价值.

5. 通过实习作业培养学生独立思考、合作学习的意识.

知识网络



符号：∈、∉、⊆、⊈、⊋、∅、∪、∩等.

1.1 集合与集合的表示方法

名师导引

1. 集合

集合是数学中不定义的原始概念，一般地，把某些能够确定的不同的对象集中在一起看成一个整体就成为一个集合，简称集. 集合中的每个对象叫做这个集合的元素. 集合通常用大写拉丁字母A，B，C，……表示，集合中的元素通常用小写拉丁字母a，b，c……表示.

2. 集合的特征

集合中的元素具有确定性、互异性、无序性.

(1) 元素的确定性：任何一个对象或者是这个给定的集合的元素，或者不是它的元素，二者必居其一，且二者只居其一.

(2) 元素的互异性：对于给定的集合中的任何两个元素都是不同的对象. 例如方程$x^2-4x+4=0$的解集是$\{2\}$，而非$\{2, 2\}$.

(3) 元素的无序性：在给定集合中元素之间无顺序关系. 即一个集合中的元素无论怎样改变顺序都与原来的集合是相同的.（与后面学习的数列不同）

3. 集合的分类

(1) 按元素属性分为：$\begin{cases}\text{数集（元素是数）}\\ \text{点集（元素是点）}\\ \text{序数对（元素是有序数对）}\end{cases}$

(2) 按元素个数分为：$\begin{cases}\text{有限集（元数个数是有限的）}\\ \text{无限集（元素个数是无限的）}\\ \text{空集（不含任何元素，记作}\varnothing\text{）}\end{cases}$

特别说明——关于空集：按规定，空集是不含任何元素的集合. 它起到不可或缺的作用：①空集客观地反映了一些问题的实际意义. 例如：不等式$x^2<0$在实数范围内的解集为空集.

②空集在反映集合之间的关系上起到了“桥梁”作用，它使一些难以表达的问题得到了简明扼要的表达. 例如：集合$M=\{y\in\mathbf{R}|y=x^2+1\}$与集合$N=\{y\in\mathbf{R}|y=-x^2-1\}$的公共元素的集合为空集，简记作$\varnothing$.

4. 集合的表示方法

(1) 列举法：把一个集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法叫做列举法. 例如小于6的自然数集合可以表示为$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. 此法较适合表示有限集，因为当集合中的元素较少时，用列举法表示使人一目了然.

(2) 特征性质描述法：用该集合所含元素的公有特征性质来描述，这一表示方法叫做特征性质描述法.

具体做法：在大括号内先写上表示该集合元素的一般符号及其取值范围，再画一条竖线（或一个冒号或一个分号），最后写出这一集合中的元素所具有的一个特征性质. 它的一般形式$\{p|p\text{适合的条件}\}$，包含两方面意义：①代表元素p的属性就是集合的属性；②代表元素适合的条件，就是集合中所有元素适合的条件. 例如：$\{x\in\mathbf{R}|x^2\geqslant1\}$表示在实数范围内满足不等式$x^2\geqslant1$的所有实数，即不等式$x^2\geqslant1$的解集.

(3) 图示法：又称文氏图或韦恩图法，用一条封闭曲线围成的图形表示集合，把有关元素写在图形内，这一表示法叫做图示法. 韦恩（John Venn，1834—1883）英国逻辑学家，最早用直观图给出集合间的关系. 例如：小于6的自然数集合可以用下图表示. 此法在进行集合间的运算及其相互关系判定上特别直观，便于分析.

0, 1, 2, 3, 4, 5

归纳如下表：

符号	应用	意义或读法	备注主示例
$\{,\cdots,\}$	$\{x_1, x_2, \cdots x_n\}$	诸元素$x_1, x_2, \cdots, x_n$构成的集合	元素有限时常用
$\{\ \|\ \}$	$\{x\in A\|p(x)\}$	使命题$p(x)$为真的A中诸元素之集	若前后关系明确集A可以省略
◯	(a, b, c)	元素a, b, c构成的集合	表示集合之间关系时常用

5. 常用数集符号

N 非负整数集：自然数集，N=$\{0, 1, 2, 3, \cdots\}$

N*或**N₊** 正整数集，$\mathbf{N}^*=\mathbf{N}_+=\{1, 2, 3, \cdots\cdots\}$

Z 整数集

Q 有理数集

R 实数集（$\mathbf{R}^+$表示正实数集；$\mathbf{R}^-$表示负实数集）

C 复数集（将在后面《复数》一章学习）

6. 元素与集合的从属关系

如果元素a是集合A的元素，就说a属于集合A，记作$a\in A$；如果元素a不是集合A的元素，就说a不属于集合A，记作$a\notin A$或$a\overline{\in}A$.

注：①元素与集合的关系是个体与整体的关系，所以不存在大小与相等的关系.

②元素与集合的关系有且仅有属于“$\in$”与不属于“$\notin$”两种，不存在第三种关系.

7. 重难点透视

重点是集合的概念和集合的表示方法，难点是集合的特征性质的概念以及运用特征性质描述法正确表示一些简单的集合. 集合是一种语言，学习语言的最好方法是运用，在学习中主动运用数学语言描述数量之间的关系及描述数学对象，感受集合语言描述客观现实和数学问题的意义，

初步发展运用数学语言的能力，学习从数学的角度认识世界.

名师导学

例1 判断下列说法是否正确？说明理由.

(1) 一班高个子同学组成一个集合；

(2) 1、2、$|-2|$、$\sqrt{3}$这些数组成的集合有四个元素；

(3) 集合$\{x\in \mathbf{R}|x>3\}$与集合$\{t\in \mathbf{R}|t>3\}$不相等；

(4) 集合$\{a, b, c\}$与集合$\{b, c, a\}$相等.

解析：(1) 不正确，元素不确定，因为“高个子”没有明确的标准.

(2) 不正确，集合的元素是互异的，但是$2=|-2|$与互异性矛盾.

(3) 不正确，描述法表示集合的本质最重要，而代表元素用什么字母无所谓.

(4) 正确，集合中的元素遵循无序性.

例2 用列举法表示下列集合：

(1) 方程$(x^2-2)(x+1)(x^2+2)=0$的有理根组成的集合；(实数根呢?)

(2) 数学中四则运算符号组成的集合；

(3) 小于50的所有质数组成的集合.

解析：把各集合中的元素一一求出，写在大括号内即可.

(1) $\{-1\}$($\{-1, -\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$) 注意：在不同的范围内方程的解可能不同.

(2) $\{+, -, \times, \div\}$

(3) $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$

(质数：又叫素数. 一个大于1并且除了它本身和1以外不能被其它正整数整除的自然数. 显然，质数中只有一个是偶数，其余都是奇数. 质数有无穷多个.)

例3 指出下列集合的区别与联系：

① $\{y=x^2-2x+4\}$； ② $\{x|y=x^2-2x+4\}$；

③ $\{y|y=x^2-2x+4\}$； ④ $\{(x, y)|y=x^2-2x+4\}$.

解析：四个集合各不相同。

从表示方法上看：①为列举法，而②、③、④为描述法；从集合中元素属性看：①的元素是函数，②、③都是数集，④是点集；而②与③又是不同的数集——②=R是函数的定义域，③=$\{y\in \mathbf{R}|y\geqslant 3\}$.

说明：在使用描述法表示集合时，必须认真观察代表元素是什么，就如同上题中的②、③、④一样，即使竖线后面的性质完全相同，但是由于代表元素不同，集合也未必相同.

例4 已知集合$A=\{x\in \mathbf{R}|ax^2+2x+1=0, a\in \mathbf{R}\}$.

(1) 若集合A中只有一个元素，求a的值及此时的集合A.

(2) 若集合A中至多有一个元素，求a的取值范围.

解析：集合A是方程$ax^2+2x+1=0$ $(a\in \mathbf{R})$的解集，因为a的不确定性，所以方程的类型不确定，要对a进行讨论.

(1) ①当$a=0$时，解得$x=-\dfrac{1}{2}$，$a=0$符合要求，即集合$A=\{-\dfrac{1}{2}\}$；②当$a\neq 0$时，二次方程$ax^2+2x+1=0(a\in \mathbf{R})$有唯一解，则只需$\Delta=4-4a=0$，即$a=1$，此时集合$A=\{-1\}$.

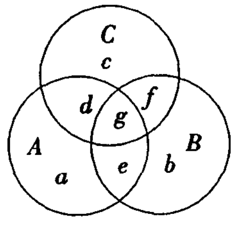
(2) 集合A中至多有一个元素，包含(1)外，还有$A=\varnothing$，此时需要.

$$\begin{cases}a\neq 0\\ \Delta=4-4a<0\end{cases}\Rightarrow a>1.$$

于是所求a的取值范围为$\{a\in \mathbf{R}|a=0\text{或}a\geqslant 1\}$.

例5 在全国高中数学联赛第二试中只有三道题，已知①某校25个学生参加竞赛，每个学生至少解出一道题；②在所有没有解出第一题的学生中，解出第二题的人数是解出第三题的人数的2倍；③只解出第一题的学生比余下的学生中解出第一题的人数多1；④只解出一道题的学生中，有一半没解出第一题，问共有多少学生解出第二道题.

解析：由于题中条件较多，又相互交错，利用文氏图可以将复杂的关系明朗化.



如图，设解出第一、二、三道题的学生的集合分别为A、B、C，用三个圆表示，则重叠部分表示同时解出两道题或三道题的集合，于是得到七个部分，其人数分别用a，b，c，d，e，f，g表示，然后由已知条件列出如下方程组：

$$\begin{cases}a+b+c+d+e+f+g=25\\ b+f=2(c+f)\\ a=d+e+g+1\\ a=b+c\end{cases}$$ 代人可以消去a，d，e，f，g得$4b+c=26$.

由于$c\geqslant 0$，所以$b\leqslant \dfrac{13}{2}$；将$4b+c=26$代人$b+f=2(c+f)$得出$f=9b-52$.

因为$f\geqslant 0$，所以$b\geqslant \dfrac{52}{9}$. 综合可得$b=6$. 即只解出第二题的学生有6人.

名师导练

基础过关

一、选择题

1. 在①0____N；②π____Q；③0____$\varnothing$；④$\{0\}$____$\varnothing$的横线上应该顺次填 …………………………（ ）

A. $\in$、$\notin$、$\notin$、$=$ B. $\notin$、$\notin$、$\in$、$=$

C. $\in$、$\in$、$\notin$、$\neq$ D. $\in$、$\notin$、$\notin$、$\neq$

2. 方程组$\begin{cases}x+y=3\\ y+z=5\\ z+x=4\end{cases}$的解集是 …………………………（ ）

A. $\{x=1, y=2, z=3\}$　　B. $\{1, 2, 3\}$

C. $\{(1, 2, 3)\}$　　D. $\left\{x, y, z \middle| \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}\right\}$

二、填空题

3. 用列举法表示下列集合：

(1) 不大于10的质数集是____________________；

(2) $\{x|x^2=9\}$ 是__________________；

(3) $\{y|y=\frac{u}{|u|}+\frac{v}{|v|}+\frac{w}{|w|}, uvw\neq 0\}$ 是________________.

4. 设集合$M=\{2m, m^2-m\}$，则实数m的取值范围是____________________.

三、解答题

5. 已知集合$A=\{x\in\mathbf{R}|ax^2+3x+2=0, a\in\mathbf{R}\}$.

(1) 若A是空集，求实数a的取值范围；

(2) 若集合A中只有一个元素（即A是单元素集），求实数a的值.

6. 你认为①$\varnothing\in\{\varnothing\}$；② $\{1, 2\}\in\{1, 2, 3, 4\}$ 表示方法是否合理？请说出你的理由.

综合演练

一、选择题

1. 我们用card(A)来表示集合A中元素的个数，例如：$A=\{1, 2, 3\}$，则card(A)=3. 现在集合$A=\{x\in\mathbf{N}^*|\frac{6}{3-x}\in\mathbf{Z}\}$，那么card$(A)$= …………………………（　）

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

二、填空题

2. 设非空集合$A=\{x|x^2+(b+2)x+b+1=0, b\in\mathbf{R}\}$，则集合$A$中所有元素之和为__________.

3. 已知$\frac{1}{2}\in\{x|x^2-ax-\frac{5}{2}=0\}$，则集合$P=\{x|x^2-\frac{19}{2}x-a=0\}$中所有元素的和为__________.

三、解答题

4. 设A为满足下列条件的实数所构成的集合：①A内不含1；②若$a\in\mathbf{R}$，则$\frac{1}{1-a}\in A$，解答下列问题：

(1) 若$2\in A$，则A中必含有其它两个数，求出这两个数；

(2) 求证：若$a\in A$，则$1-\frac{1}{a}\in A$；

(3) 集合A中至少有三个不同元素.

创新拓展

1. 对于给定集合A和某种运算※，若对于这个集合A中的任意两个元素x_1、x_2都有x_1※x_2仍然属于集合A，那么就称集合A对运算法则※是封闭的. 现设集合$A=\{x|x=m+\sqrt{2}n, m,n\in\mathbf{Z}\}$. (1)证明：集合$A$对实数的加法、乘法是封闭的；(2) 判断集合$A$对实数减法及除法的封闭性.

1.2 集合之间的关系与运算

1.2.1 集合之间的关系

名师导引

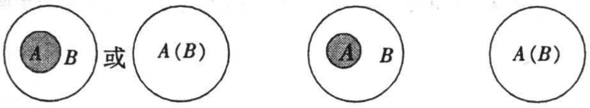
集合之间的容量关系

1. 子集：对于两个集合A、B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，那么集合A叫做集合B的子集. 记作$A\subseteq B$或$B\supseteq A$，读作"A包含于B"或"B包含A".

2. 真子集：如果集合A是集合B的子集，并且B中至少有一个元素不属于A，那么集合A叫做集合B的真子集. 记作$A\subsetneqq B$或$B\supsetneqq A$，读作"A真包含于B"或"B真包含A".（真子集既包含且不等）

3. 集合相等：如果$A\subseteq B$且$B\supseteq A$，则称集合A与B相等. 记作$A=B$，读作"A等于B".

用文氏图表达上述三关系如下：



$A\subseteq B$　　　　$A\subsetneqq B$　　　　$A=B$

注：

①"$A\not\subseteq B$表示集合A不包含于集合B，"$B\not\supseteq A$"表示集合B不包含集合A；

②任何集合是它自身的子集. 即$A\subseteq A$；

③空集$\varnothing$是任何集合A的子集，即$\varnothing\subseteq A$；空集$\varnothing$是任何非空集合B（$B\neq\varnothing$）的真子集，即$\varnothing\subsetneqq B$；

④若$A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则$A\subseteq C$；若$A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，则$A\subsetneqq C$；

⑤若集合A中有n个元素（即$\mathrm{card}(A)=n$），则集合A的子集的个数为2^n个，真子集有2^n-1个.（这一结论目前由不完全归纳得来，到后面的《排列与组合》一章中能够得到证明）

4. 重点是子集的概念，难点是元素与子集，属于与包含之间的区别：其中真子集与集合相等是对子集概念的细化. 关于子集关系符号"⊆、⊇"与我们学过的两个实数的大小关系中的符号"≤、≥"相似；而真子集符号"⊊、⊉"与实数的大小关系中的符号"<、>"相似. 注意区别一些易混淆的符号，如a与$\{a\}$、$\varnothing$与$\{\varnothing\}$等.

名师导学

例1 符合$\{1, 2\}\subseteq A\subsetneqq\{1, 2, 3, 4, 5\}$的集合$A$的个数是（　　）

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

解析：由$\{1, 2\}\subseteq A\subsetneqq\{1, 2, 3, 4, 5\}$可知，1、$2\in A$，而3、4、5三数中至少有一个不属于集合$A$，所以符合要求的集合$A$的个数$\mathrm{card}(A)$与$\{3, 4, 5\}$的真子集的个数相同，为$2^3-1=7$个，故选择D.

例2 设集合$M=\{2, 3, a\}$，集合$N=\{a^2-2a, 2\}$，若$N\subseteq M$，求实数a的值.

解析：$\because N\subseteq M$　$\therefore a^2-2a=3$或$a^2-2a=a$

由$a^2-2a=3\Rightarrow a=-1$或$a=3$；由$a^2-2a=a\Rightarrow a=0$或$a=3$.

又由集合元素的互异性，$a=3$舍去.

所以$a=-1$或$a=0$.

例3 已知集合$A=\{x\in\mathbf{Z}|x^2-5x+6\leqslant0\}$，集合$B=\{x\in\mathbf{R}|x^2-2x-3\leqslant0\}$，

求证：$A\subsetneqq B$.

分析：依据真子集的定义，要证$A\subsetneqq B$，只需证对任意$x\in A$都有$x\in B$，即$A\subseteq B$；同时至少存在一个$x\in B$，但$x\notin A$，即$A\neq B$.

证明：由$A=\{x\in\mathbf{Z}|x^2-5x+6\leqslant0\}$，得$A=\{2, 3\}$.

由$B=\{x\in\mathbf{R}|x^2-2x-3\leqslant0\}$，得$B=\{x\in\mathbf{R}|-1\leqslant x\leqslant3\}$.

一方面$\because$ 2，$3\in A$且$-1\leqslant2\leqslant3$，$-1\leqslant3\leqslant3$，$\therefore$ 2，$3\in B\Rightarrow A\subseteq B$；

另一方面$-1\in B$，而$-1\notin A\Rightarrow A\neq B$.

所以$A\subsetneqq B$得证.

例4 已知集合$M=\{x\in\mathbf{R}|f(x)-x=0\}$与集合$N=\{x\in\mathbf{R}|f[f(x)]-x=0\}$，其中$f(x)$是一个二次项系数为1的二次函数.

（1）求证：$M\subseteq N$.

（2）若集合M是单元素集，求证：$M=N$.

解析：（题中符号"$f(x)$"将在《第二章　函　　数》中学习，表示将自变量x作用后的结果，相当于y.）

（1）设$x_0\in M$，则$f(x_0)=x_0$. 于是$f[f(x_0)]=f(x_0)=x_0$，这说明$x_0\in N$，由此得$M\subseteq N$.

（2）由题意可设$M=\{a\}$（$x\in\mathbf{R}$），则关于x的一元二次方程$f(x)-x=0$有两个相等的实根，即$f(x)-x=(x-a)^2$，因此得到表达式$f(x)=(x-a)^2+x$.

再由方程$f[f(x)]-x=0$得$\{[(x-a)^2+x]-a\}^2+[(x-a)^2+x]=x$，整理得

$[(x-a)^2+(x-a)]^2+(x-a)^2=0$即$(x-a)^2[(x-a+1)^2+1]=0$

因为$(x-a+1)^2+1\neq0$，所以$x=a$. 这说明方程$f[f(x)]-x=0$也仅有一个实根a. 即$N=\{a\}$，所以集合$M=N$，证毕.

名师导练

基础过关

一、选择题

1. 已知集合$P=\{x\in\mathbf{R}|x^2<4\}$，则下列关系正确的是（　　）

A. $\{-1, 0, 1\}\in P$　　B. $1\subsetneqq P$

C. $4\notin P$　　D. $\{2\}\subseteq P$

2. 已知集合$A=\{x|x=(2n+1)\pi，n\in \mathbf{Z}\}$，集合$B=\{y|y=(4k\pm1)\pi，k\in \mathbf{Z}\}$，则下列选项正确的是 …… (　　)

A. $A\subsetneqq B$　　B. $B\subsetneqq A$

C. $A=B$　　D. $A\neq B$

3. 设集合$A=\{1，2，3\}$，集合$B=\{C|C\subseteq A\}$，则集合B中元素个数card(B) = …………………………… (　　)

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

二、填空题

4. 设非空集合$A\subseteq\{1，2，3，4，5，6，7\}$，且当$a\in A$时，必有$8-a\in A$，这样的$A$共有________个.

5. 已知集合$M=\{x，x+y，x+2y\}$与$N=\{x，xz，xz^2\}$满足$M=N$，则实数z的值为________.

三、解答题

6. 已知集合$A=\{x\in \mathbf{R}|-x^2+3x+10\geqslant0\}$，集合$B=\{x\in \mathbf{R}|m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，若$B\subseteq A$，求实数$m$的取值范围.

7. 集合$M=\{x|x=2m+1，m\in \mathbf{Z}\}$，集合$N=\{y|y=4n\pm1，n\in \mathbf{Z}\}$，求证：$M=N$.

综合演练

一、选择题

1. 在以下写法中① $\{0\}\in\{0，1，2\}$；② $\varnothing\subseteq\{0\}$；③ $0\in\varnothing$；写法正确的个数有 ……………………… (　　)

A. 0个　　B. 1个　　C. 2个　　D. 3个

2. 满足$\{a_1，a_2\}\subseteq A\subsetneqq\{a_1，a_2，a_3，\cdots，a_n\}(n\in \mathbf{N}，n\geqslant3)$的集合$A$的个数是 ……………………………… (　　)

A. $2^{n-3}-1$　　B. $2^{n-2}-1$　　C. $2^{n-1}-1$　　D. $2^{n}-1$

二、填空题

3. 集合$S=\{0，1，2，3，4，5\}$，A是S的一个子集，当$x\in A$时，若有$x-1\notin A$且$x+1\notin A$，则称x为A的一个“孤立元素”，那么S中无“孤立元素”的四元子集的个数为________个.

三、解答题

4. 已知集合$A=\{x\in \mathbf{R}||x-a|=4\}$，集合$B=\{1，2，b\}$

(1) 是否存在实数，使得对于任意实数b都有$A\subseteq B$？若存在，求出对应的a值；若不存在，请说明理由.

(2) 若$A\subseteq B$成立，求出对应的实数对$(a，b)$.

创新拓展

1. 集合$S=\{1，2，8，9\}$有下列两条性质：①它的元素都是正整数，且$S\neq\varnothing$；②如果$x\in S$，那么$10-x\in S$.

(1) 你能再举出一个满足上述条件的集合S的例子吗？

(2) 试举出元素个数分别为5和6，且满足上述两个条件的集合S的例子.

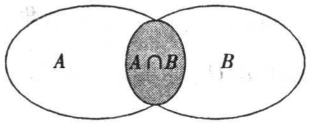
1.2.2　集合的运算

名师导引

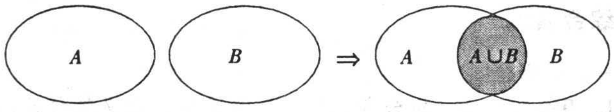
集合的运算

1. 交集：对于给定的两个集合A、B，由所有属于集合A又属于集合B的所有元素构成的集合，叫做A、B的交集，记作$A\cap B$，读作“A交B”. 即$A\cap B=\{x|x\in A$且$x\in B\}$.

图示如下：



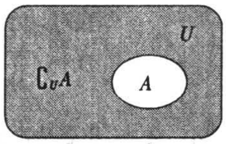
2. 并集：对于给定的两个集合A、B，把它们所有的元素并在一起构成的集合，叫做A与B的并集，记作$A\cup B$，读作"A并B"．即$A\cup B=\{x|x\in A$或$x\in B\}$．图示如下：



3. 补集：

(1) 全集：在研究集合与集合之间的关系时，如果所要研究的各个集合都是某一给定集合的子集，那么称这个给定的集合为一个全集，通常用U表示.

(2) 补集：如果集合A是全集U的一个子集，那么由U中不属于A的所有元素构成的集合，叫做A在U中的补集，记作$\complement_U A$，读作"A在U中的补集"．即$\complement_U A=\{x\in U|x\notin A\}$图示如下：



4. 三种运算的运算性质：

名称	实质	运算性质	运算律
$A\cap B$	求集合公共元素的运算	$A\cap B=B\cap A$ $A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap A=A$ $A\cap B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq B$	(1)分配律、结合律 $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$ $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$ $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cup C)$
$A\cup B$	集合的"加法"	$A\cup B=B\cup A$ $A\cup\varnothing=A$，$A\cup A=A$ $A\subseteq B\cup A$，$B\subseteq B\cup A$	$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ (2)若$A\subseteq B$，则$A\cap B=A$，$A\cup B=B$
$\complement_U A$	集合的"减法"	$A\cap\complement_U A=\varnothing$ $A\cap\complement_U A=U$ $\complement_U(\complement_U A)=A$	(3) $\complement_U A\cap\complement_U B=\complement_U(A\cup B)$ $\complement_U A\cup\complement_U B=\complement_U(A\cap B)$

名师导学

例 1 集合A、B、C满足$A\cap B=A$，$B\cup C=C$，则集合A、C的关系（　　）

A. $A\subsetneqq C$　B. $A\supsetneqq C$　C. $A\subseteq C$　D. $A\supseteq C$

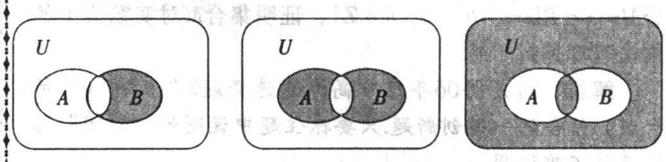
解析：$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$，$B\cup C=C\Leftrightarrow B\subseteq C$

于是由传递性$A\subseteq B$，$B\subseteq C\Leftrightarrow A\subseteq C$.

在A、B、C不全相等时，出现A选项结果；在$A=B=C$时，结果为$A=C$.

综合有$A\subseteq C$，应选择C选项.

例 2 设U为全集，A、B是它的两个子集，试用A、B的交、并、补集符号表示下图中的阴影部分分别为 (1) ________；(2) ________；(3) ________.



(1)　　(2)　　(3)

解析：

(1) 应将阴影部分看作两个集合的交集：它在集合A之外，且在集合B之内，所以应该用$B\cap\complement_U A$表示；

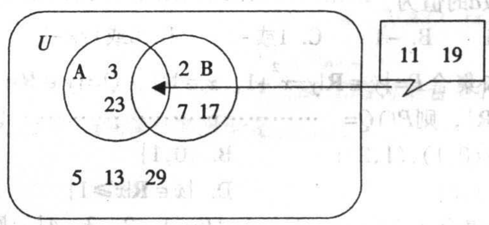
(2) 是两个类似 (1) 中的部分，在 (1) 的基础上使用并集符号：$(A\cap\complement_U B)\cup(B\cap\complement_U A)$；

(3) 阴影由两部分构成：$A\cap B$和$\complement_U(A\cup B)$，所以应该用$(A\cap B)\cup\complement_U(A\cup B)$表示.

例 3 已知全集$U=\{30$以内的质数$\}$，其子集A、B满足$\complement_U A\cap B=\{2, 7, 17\}$，$A\cap\complement_U B=\{3, 23\}$，$\complement_U A\cap\complement_U B=\{5, 13, 29\}$，求集合A与B.

解析：30以内的质数有：2，3，5，7，11，13，17，19，23，29，即全集$U=\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$．

利用文氏图（如下图）将数字填入各区域：



从图中立刻求得$A=\{3, 11, 19, 23\}$，$B=\{2, 7, 11, 17, 19\}$．

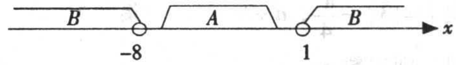
例 4 已知集合$A=\{x\in\mathbf{R}||x-a|\leqslant 3\}$，集合$B=\{x\in\mathbf{R}|x^2+7x-8>0\}$，分别就下面的条件求$a$的取值范围：

(1) $A\cap B=\varnothing$；

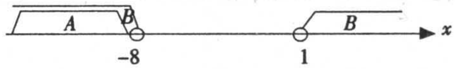
(2) $A\cap B=A$.

解析：首先通过解绝对值不等式和二次不等式确定集合A、B，然后分别依据条件借助数轴思考解题，具体如下：

$A=\{x\in\mathbf{R}\,||x-a|\leqslant 3\}=\{x\in\mathbf{R}|a-3\leqslant x\leqslant a+3\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}|x<-8$或$x>1\}$



(1) $A\cap B=\varnothing\Leftrightarrow\begin{cases}a-3\geqslant -8\\ a+3\leqslant 1\end{cases}$解不等式组得$-5\leqslant a\leqslant -2$；



(2) $A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$，只需$a+3<-8$或$a-3>1$.

解得 $a<-11$或$a>4$.

例5 设⊗是**R**上的一种运算，A是R的非空子集.若对任意a，$b\in A$有$a\otimes b\in A$，称集合A对运算⊗封闭. 现有集合$M=\{x\in\mathbf{R}|x=a^2+b^2,\ a,\ b\in\mathbf{Z}\}$，证明集合$M$对实数集上的乘法运算是封闭的.

解析：这是将06年辽宁高考题选择题8与教材（北师大版）结合的一道创新题.只要抓住题中说明的“封闭”的定义就不难证明.

证明：任取集合A中的两个元素$x_1=a_1^2+b_1^2$，$x_2=a_2^2+b_2^2(a_1,\ b_1,\ a_2,\ b_2\in\mathbf{Z})$

则$x_1\otimes x_2=(a_1^2+b_1^2)\otimes(a_2^2+b_2^2)=a_1^2a_2^2+a_1^2b_2^2+b_1^2a_2^2+b_1^2b_2^2$

$=(a_1a_2+b_1b_2)^2+(a_1b_2-a_2b_1)^2$

$\because a_1,\ b_1,\ a_2,\ b_2\in\mathbf{Z}$ $\therefore a_1a_2+b_1b_2,\ a_1b_2-a_2b_1\in\mathbf{Z}$

于是可证得$x_1\otimes x_2\in M$.由已知封闭定义证得集合M对实数集上的乘法是封闭的.

名师导练

基础过关

一、选择题

1. 已知集合$M=\{x|x-a=0\}$，$N=\{x|ax-1=0\}$，若$M\cap N=N$，则实数a的值为 ……………………………………………（　　）

A. 1　B. −1　C. 1或−1　D. 0或1或−1

2. 已知集合$P=\{y\in\mathbf{R}|y=x^2+1,\ x\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{y\in\mathbf{R}|y=x+1,\ x\in\mathbf{R}\}$，则$P\cap Q=$ …………………………………（　　）

A. $\{(0,1),(1,2)\}$　B. $\{0,1\}$

C. $\{1,2\}$　D. $\{x\in\mathbf{R}|x\geqslant1\}$

3. 已知集合$A\cap B=\{1,\ 2\}$，$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$，则符合条件的不同集合$A$、$B$有 ……………………………（　　）

A. 3对　B. 4对　C. 8对　D. 16对

4. (06辽宁) 设⊕是**R**上的一种运算，A是R的非空子集.若对任意a，$b\in A$有$a\oplus b\in A$，称集合A对运算⊕封闭.下列数集对加法、减法、乘法和除法（除数不等于零）四则运算都封闭的是 ……………………………（　　）

A. 自然数集　B. 整数集

C. 有理数集　D. 无理数集

二、填空题

5. 已知集合$M=\{$直线$\}$，$N=\{$圆$\}$，则$M\cap N$的元素个数为________个.

6. 已知全集$U=\{3,\ -\frac{a^2}{4},\ a^2+2a-3\}$，若集合$M=\{3,\ a\}$，$\complement_UM=\{5\}$，则实数$a=$______.

三、解答题：

7. 已知全集**R**，$A=\{x|-4\leqslant x\leqslant2\}$，$B=\{y|-1<y\leqslant3\}$，$P=\{x|x\leqslant0$或$x\geqslant\frac{5}{2}\}$，求$A\cap B$，$(\complement_RB)\cup P$，$(A\cap B)\cap(\complement_RP)$.

8. 已知集合$A=\{(x,\ y)\ |y=\frac{x^2+x-2}{x-1}\}$，集合$B=\{(x,\ y)\ |\ y=ax+4\}$，且$A\cap B=\varnothing$，求实数$a$的值.

综合演练

一、选择题

1. 设全集为U，集合A、B是U的子集，定义集合A、B的运算：$A*B=\{x|x\in A$或$x\in B$，且$x\notin A\cap B\}$，则$(A*B)*A=$ ……………………………………………（　　）

A. A　B. B　C. $A\cap B$　D. $A\cup B$

2. 集合$M=\{x|0\leqslant x^2+ax+5\leqslant4\}$为单元素集，则$a=$（　　）

A. 2　B. −2　C. 2或−2　D. 以上都不对

3. 定义取整函数$[x]$等于不大于x的最大整数，如$[1.5]=1$，$[-0.3]=-1$. 设有集合$A=\{x|x^2-[x]=2\}$，和$B=\{x||x|<2\}$，则$A\cap B=$ ……………………………（　　）

A. $(-2,\ 2)$　B. $[-2,\ 2]$

C. $\{\sqrt{3},\ -1\}$　D. $\{\sqrt{3},\ 1\}$

二、填空题

4. 设$I=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$，A与B是I的子集，若$A\cap B=\{2,\ 3\}$，则称$(A,\ B)$为一个“理想配对”，那么符合此条件的“理想配对”的个数为________.（说明：若$A\neq B$，则$(A,\ B)$与$(B,\ A)$是不同的“理想配对”）

5. 定义差集：集合A、B，定义集合$A-B=\{x|x\in A$且$x\notin B\}$为集合A与集合B的差集.今已知集合$M=\{1,\ 2,\ 3,\ 5\}$、$N=\{2,\ 3,\ 4,\ 6\}$，则集合$M-(M-N)=$________.

三、解答题

6. 若关于x的方程$(x+1)^2=2a+1$和$(x+2)^2=2ax$中至少有一个方程具有两个不等实根，求实数a的集合.

创新拓展

已知某班学生参加数学课外小组的人数是参加物理课外小组的人数的2倍，同时参加两个课外小组的人数是5人，至少参加一个课外小组的人数是25人.求参加数学小组、物理小组的人数各是多少.

第一章综合能力测评

时间：120分钟　总分：150分

一、选择题：（单项选择，每小题5分，共12题，60分）

1. 下列各项中，不可以组成集合的是 ……………（　）

A. 所有的正数　　B. 等于2的数

C. 接近于0的数　　D. 不等于0的偶数

2. 设集合$I=\{a, b, c, d, e\}$、$M=\{a, b, c\}$、$N=\{b, d, e\}$，那么$\complement_I M\cap\complement_I N$是 ……………（　）

A. $\varnothing$　　B. $\{d\}$　　C. $\{a, c\}$　　D. $\{b, c\}$

3. 记全集$U=\{x\in N|1\leqslant x<11\}$，则满足$\{1, 3, 5, 7, 9, 10\}\cap\complement_U P=\{1, 5, 7, 9\}$的所有集合$P$的个数是 ……………（　）

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 16

4. 设全集U是自然数集$\mathbf{N}$，集合$E=\{x|x=2n, n\in\mathbf{N}\}$，集合$F=\{x|x=4m, m\in\mathbf{N}\}$，则N= ……………（　）

A. $E\cup\complement_U F$　　B. $\complement_U E\cup F$

C. $\complement_U E\cup\complement_U F$　　D. $E\cup F$

5. 已知集合$S=\{x||2x-1|<1\}$，则使$(S\cap T)\supseteq(S\cup T)$的集合$T$= ……………（　）

A. $\{x|0<x<1\}$　　B. $\{x|0<x<\frac{1}{2}\}$

C. $\{x|x<\frac{1}{2}\}$　　D. $\{x|\frac{1}{2}<x<1\}$

6. 若A={a, b, c}，B={x|x⊆A}，则集合A与B的关系为 ……………（　）

A. A∈B　　B. B∈A　　C. A⊆B　　D. B⊆A

7. 设A、B是非空集合，定义$A\otimes B=\{x|x\in A\cup B$且$x\notin A\cap B\}$. 已知，$A=\{x|y=\sqrt{2x-x^2}\}$，$B=\{y|y=x^2, x<-1\}$，则$A\otimes B$ ……………（　）

A. $[0,1)\cup(2,+\infty)$　　B. $[0,1]\cup[2,+\infty)$

C. $[0,1]\cup[2,+\infty)$　　D. $[0,1]\cup(2,+\infty)$

（提示：有关区间知识同学们可以参考教材（人教版B）必修1第34页“区间的概念”）

8. 若$A\cap B=\varnothing$且$A\cup B=\{a, b\}$，则满足条件的集合A、B有 ……………（　）

A. 2组　　B. 4组　　C. 6组　　D. 8组

9. 集合$M=\{x|x=3m+1, m\in\mathbf{Z}\}$、$N=\{y|y=3n+2, n\in\mathbf{Z}\}$，若$x_0\in M$，$y_0\in N$，则$x_0y_0$与集合$M$、$N$的关系是 …（　）

A. $x_0y_0\in M$　　B. $x_0y_0\in N$

C. $x_0y\notin M$　　D. $x_0y_0\notin N$

10. 集合$M=\{x|y^2=x+1\}$，集合$N=\{x|y^2=-2(x-3)\}$，那么$M\cap N$等于 ……………（　）

A. $\{(x, y)|x=\frac{5}{3}, y=\pm\frac{2\sqrt{6}}{3}\}$

B. $\{x|-1<x<-3\}$

C. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$

D. $\{x|x\leqslant 3\}$

11. 集合$M=\{x|x=\frac{k\pi}{2}+\frac{3\pi}{4}, k\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x|x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2}, k\in\mathbf{Z}\}$则 ……………（　）

A. $M=N$　　B. $M\subsetneqq N$　　C. $M\supsetneqq N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

12. 已知集合M={直线}，集合N={圆}，$P=\{x|x\in M\cap N\}$，则适合$Q\subseteq P$的集合Q的个数为 ……………（　）

A.1　　B.2　　C.8　　D.不确定

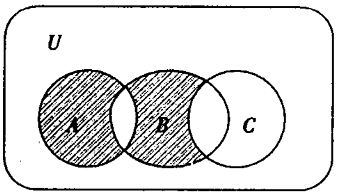
二、填空题：（每小题4分，共4小题，16分）

13. 用列举法表示集合$=\{m|m=\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{z}{|z|}+\frac{xy}{|xy|}+\frac{xyz}{|xyz|}, xyz\neq 0, x、y、z\in\mathbf{R}\}$ =________.

14. 已知集合$M=\{x|x=2m+1, m\in\mathbf{Z}\}$、$N=\{y|y=4n\pm 1, n\in\mathbf{Z}\}$，用适当的符号表示集合$M$、$N$之间的关系是________.

15. 已知集合$A=\{x\in\mathbf{R}|x^2+2(m+2)x+4=0\}$.若$A\cap\{x|x\in\mathbf{R}^+\}=\varnothing$，则实数$m$的取值范围是________.

16. 如图，设全集为U，集合A、B、C均为集合U的子集，那么阴影部分表示的集合是________.



三、解答题：（解答要有详细步骤或文字说明，共6小题，74分）

17. （12分）已知全集U={不大于20的质数}，集合M、N是集合U的子集，且满足$M\cup(\complement_U N)=\{3, 5\}$，$(\complement_U M)\cap N=\{7, 19\}$，$(\complement_U M)\cap(\complement_U N)=\{2, 17\}$，求集合$M$、$N$.