

普通物理教程之三



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

电 磁 学

(第2版)

◎ 张玉民 戚伯云/编



科学出版社

www.sciencep.com

0441

38=2

2007

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

普通物理教程之三

电 磁 学

(第 2 版)

张玉民 戚伯云 编

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书为中国科学技术大学编写的“普通物理教程”之三。

本书在着重对电磁学基本概念、基本规律与基本方法进行阐述的基础上,重视内容取材的更新,适当增添一些与电磁学相关的现代科技知识介绍,使学生开阔眼界、扩大知识面。在内容讲述上,力求做到突出重点、层次分明、由浅入深、易于理解。为帮助读者加深对基本概念和规律的理解,书中精选了不少有启发性的例题。结合各章所讲内容,章末均附有一定难度和数量的习题,供学生课后练习和检验对内容的理解程度。

本书可作为综合大学、理工科院校及师范院校的普通物理电磁学教材,也可供大专院校、中学物理教师及教学研究者参考。

图书在版编目(CIP)数据

电磁学/张玉民,戚伯云编. —2版. —北京:科学出版社,2007

普通高等教育“十一五”国家级规划教材·普通物理教程之三

ISBN 978-7-03-017997-5

I. 电… II. ①张…②戚… III. 电磁学-高等学校-教材 IV. O441

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 105484 号

责任编辑:张邦固 贾 杨/责任校对:鲁 素

责任印制:张克忠/封面设计:卢秋红

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新 蕾 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2000 年 8 月第 一 版 开本:B5 (720×1000)

2007 年 2 月第 二 版 印张:24 1/4

2007 年 2 月第一次印刷 字数:468 000

印数:13 001—18 000

定价:29.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换<路通>)

目 录

第 1 章 真空中的静电场	1
§ 1.1 电荷与库仑定律	1
§ 1.2 电场与电场强度	8
§ 1.3 静电场的高斯定理及其应用.....	17
§ 1.4 静电场的环路定理与电势.....	27
§ 1.5 电场对带电系统的作用力.....	39
习题	43
第 2 章 静电场与物质的相互作用	48
§ 2.1 物质的电性质.....	48
§ 2.2 静电场中的导体.....	51
§ 2.3 孤立导体的电容与电容器.....	63
§ 2.4 静电场中的电介质.....	68
§ 2.5 带电系统的静电能与电场的能量.....	90
习题.....	108
第 3 章 稳恒电流	118
§ 3.1 电流的稳恒条件与欧姆定律	118
§ 3.2 非静电力与电源电动势	125
§ 3.3 复杂电路与基尔霍夫定律	136
习题.....	140
第 4 章 稳恒磁场	145
§ 4.1 磁现象与安培定律	145
§ 4.2 稳恒磁场与毕奥-萨伐尔定律.....	153
§ 4.3 稳恒磁场的基本性质	163
§ 4.4 安培力与洛伦兹力	174
*§ 4.5 不同参考系中的电磁场.....	193
习题.....	207
第 5 章 磁场与物质的相互作用	213
§ 5.1 磁介质的磁化与有磁介质的磁场	213
§ 5.2 有介质磁场的性质与磁介质磁化规律	216
§ 5.3 边界条件与磁路定理	225
§ 5.4 磁场的唯一性定理与几种磁场解讨论	231
§ 5.5 磁荷法	241

习题.....	250
第 6 章 电磁感应	254
§ 6.1 电磁感应定律	254
§ 6.2 动生电动势与感生电动势	261
§ 6.3 互感与自感	270
§ 6.4 涡电流与趋肤效应	275
§ 6.5 暂态过程	278
§ 6.6 磁能	284
习题.....	290
第 7 章 交流电	297
§ 7.1 描述简谐交流电的特征量	298
§ 7.2 似稳条件	300
§ 7.3 交流电路中的元件及其性质	302
§ 7.4 交流电路的分析方法	308
§ 7.5 交流电路的电功率	326
§ 7.6 变压器	330
习题.....	336
第 8 章 电磁场的麦克斯韦方程组和电磁波	339
§ 8.1 实验规律的总结和推广	339
§ 8.2 麦克斯韦方程组和边界条件	344
§ 8.3 电磁波	346
§ 8.4 电磁波的辐射	351
§ 8.5 电磁波谱	354
§ 8.6 电磁场的能量和动量	355
习题.....	360
附录一 物理常数表	362
附录二 矢量分析中的常用公式	364
习题答案	369

第 1 章 真空中的静电场

§ 1.1 电荷与库仑定律

自然界一切电磁现象都起源于物质具有电荷属性, 电现象起源于电荷, 磁现象起源于电荷运动, 所以“电荷”概念是电磁学中的第一个重要概念.

一、电荷与电荷守恒定律

人类对电现象的认识开始于摩擦起电. 早在 2500 多年前, 人们发现用琥珀(一种矿物化了的树脂)同毛皮摩擦之后具有吸引轻小物体(如毛发、羽毛等)的性质. 后来又发现, 除琥珀外, 硫磺、水晶、金刚石、橡胶棒、玻璃棒等同毛皮或丝绸摩擦后, 都有这种吸引轻小物体的性质. 经摩擦后的物体具有吸引轻小物体的性质, 就说这物体带了电, 或者说物体上有了电荷. 带电荷物体称为带电体, 带电体上所带电荷的数量称为电量. 使物体带电称为起电, 通过摩擦方法使物体带电称为摩擦起电.

实验指出: 任何两个带电体之间都有相互作用力. 经毛皮摩擦过的两根橡胶棒之间有相互排斥力, 经丝绸摩擦过的两根玻璃棒之间也有相互排斥力, 这表明带同种性质电荷的物体间存在斥力. 经毛皮摩擦过的橡胶棒与经丝绸摩擦过的玻璃棒之间的作用力是引力而不是斥力, 这表明它们所带电荷的电性不同. 大量实验表明, 任何带电体同用丝绸摩擦过的玻璃棒之间的作用力不是斥力就是引力, 而且同这玻璃棒相排斥的带电体, 同用毛皮摩擦过的橡胶棒一定相吸引, 同玻璃棒相吸引的带电体, 同橡胶棒一定排斥. 这表明: 自然界的电荷就其电性质而论, 只有两种电荷, 不是与丝绸摩擦过的玻璃棒上电荷同性质的电荷, 就是与毛皮摩擦过的橡胶棒上电荷同性质的电荷. 1747 年, 美国科学家富兰克林(B. Franklin)把自然界中与丝绸摩擦过的玻璃棒上电荷性质相同的电荷称为正电荷, 与毛皮摩擦过的橡胶棒上电荷性质相同的电荷称为负电荷, 这种对自然界两种电荷的命名一直沿用至今. 为区分这两种电荷, 习惯上把正电荷的电量用正数值表示, 负电荷的电量用负数值表示.

以上对电荷的讨论比较笼统, 电荷到底是什么? 是物质的一种属性, 还是不依附于任何物体而独立存在的东西? 用近代物理学的观点来看, 电荷是一些基本粒子(如电子、质子、 $\mu^\pm$ 子、 $\pi^\pm$ 介子等)的一种属性, 自然界不存在不依附于任何物体的“单独电荷”这种东西. 通过摩擦或静电感应方法之所以会使宏观物体显示出带电性质, 是由于各种宏观物体都是由原子(或分子)组成的, 而原子是由带负

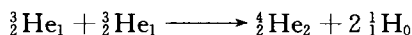
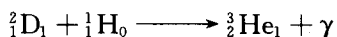
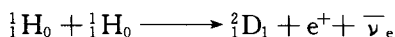
电荷的电子和由带正电荷的质子与不带电荷的中子组成的原子核所构成的。正常原子中，原子核内的质子数与核外电子数相等，而每个质子所带正电荷电量与电子所带负电荷电量的绝对值(用符号 e 表示)相等，所以一个原子内的正、负电荷电量的绝对值相等，对外其正、负电性相消，加之宏观物体内部分子热运动的进一步均匀搅拌，正常的宏观物体对外呈现出带电的电中性状态。通过摩擦或静电感应，会使宏观物体内部电子转移到另一宏观物体上，或使宏观物体上带负电荷的电子的均匀分布状态遭到破坏，这样有过剩电子的宏观物体(或宏观物体部分区域)对外呈现带负电性质，而缺少电子的宏观物体(或宏观物体部分区域)对外显示出带正电性质。这就是宏观物体带电的情景。

上面已讲到，电荷是带电基本粒子的一种属性。实验上又发现所有带电基本粒子的电荷电量都是电子电荷电量绝对值 e 的正、负整数倍。而 e 的精确值实验测得为

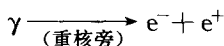
$$e = 1.6021892(46) \times 10^{-19} \text{ C}$$

所以自然界任何宏观带电体所带电荷电量的最小变化量为 e ，即带电体电量的改变是一份一份地增加或减小，每一份的电量值为 e ，这称为电荷的量子化。电量 e 对宏观电磁测量仪器来说是太小了，以至于 e 电量对宏观测量带来的影响无法察觉，所以在以研究宏观电磁现象规律为其内容的经典电磁学中，一般不考虑电荷的量子化，任何宏观带电体的电量变化量 Δq 宏观上仍可看做是连续变化的随意小量。

大量实验事实表明：对于任何一个没有净电量出入其边界面的物质系统（称为电孤立系统），不管系统内的物质如何运动或变化，系统内正、负电荷电量的代数总和，即系统的总电量将保持不变。这是一条自然界的普遍规律，称为电荷守恒定律。对于摩擦起电来说，摩擦前的玻璃棒和丝绸可看做一个电孤立系统，系统的总电量为零，摩擦后，玻璃棒上带的正电荷电量 q 一定等于丝绸上带的负电荷电量 $-q$ ，系统总的电量仍等于零。如果以玻璃棒作为我们的研究系统，在同丝绸接触摩擦时，这不是一个电孤立系统，摩擦过程中玻璃棒里的部分电子将带着负电荷通过其表面（边界面）跑到丝绸上，或者说通过玻璃棒的边界面有正电荷从丝绸流到了玻璃棒上，摩擦前后玻璃棒上电量的改变量就等于摩擦过程中从玻璃棒表面流进的正电荷电量。因此，电荷守恒定律也可以这样叙述：一个系统内电荷总电量的改变量等于通过其边界流入的净电荷电量。电荷守恒定律的这种表述其数学表达式，我们将在第3章中给出。电荷守恒定律不管在宏观领域还是在微观领域都是成立的。譬如在核反应、核衰变、核聚变乃至基本粒子的产生、湮没过程中，都是成立的。下面是太阳上核聚变反应的一种可能链式反应过程：



其中，每一步反应都遵守电荷守恒定律。高能光子在重核作用下产生正、负电子的过程



也满足电荷守恒定律。

最后需指出，大量事实表明，带电体所带电荷的电量与带电体的运动速度无关。带电体相对于不同的参考系，其运动速度是不同的，但其电荷电量是相同的，这与物体的质量随其速度变化而改变不同，称之为电荷的相对论不变性。

二、库仑定律

任何两个带电体之间都有相互作用力。两个静止带电体间的相互作用力，一般与两带电体所带的电量、两带电体的形状、大小、电荷在它们上面的分布情况以及它们之间的相对距离都有关系。实验发现，随着两带电体之间的距离增大，它们之间的作用力受它们的大小、形状及电荷分布情况的影响会减小。当两个带电体之间的距离远远大于它们本身的线度时，它们之间的相互作用力受它们的大小、形状及电荷分布情况的影响可以忽略，在这种情况下，两个带电体可以简化为两个具有一定电荷电量的空间点。这种具有一定电量而可以忽略其体积大小、形状及其电荷分布情况对所讨论问题的影响的带电体，称为点电荷。“点电荷”与力学中的“质点”一样，是抽象化了的理想模型，借助这种模型，可以把很小的带电体所带电量与其空间位置这两个因素在所讨论的问题中突出出来进行研究，而把带电体的大小、形状及其上的电荷分布等次要因素忽略掉，从而使问题得以简化，待主要因素对问题的影响关系搞清楚之后，再去研究那些次要因素对问题的影响就方便多了。这种借理想模型使问题简化的方法，是物理学中研究问题的一种重要方法，也是“抓主要矛盾”这一原则的具体运用。

直到 18 世纪中叶，人们对电磁现象的研究基本还处于定性的观察摸索阶段。1785 年，法国物理学家库仑(C. A. Coulomb, 1736~1806)利用他自己设计的库仑扭秤研究了两个可视为点电荷的静止带电体之间的相互作用力，并发表了著名的库仑定律，从此电磁学的研究才进入了定量的实验研究阶段。

库仑定律用文字表述为：真空中两个静止点电荷之间的作用力与它们所带电荷的电量乘积成正比，与它们之间的距离平方成反比，作用力的方向沿它们之间的连线，同性电荷为斥力，异性电荷为引力。如果用 q_1 、 q_2 分别表示两个点电荷的电量， $\mathbf{r}_{12} = r_{12} \hat{\mathbf{r}}_{12}$ 表示从点电荷 q_1 到点电荷 q_2 的距离矢量 (r_{12} 为 q_1 与 q_2 之间的距离， $\hat{\mathbf{r}}_{12} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}}$ 为从 q_1 指向 q_2 方向的单位矢量)， $\mathbf{r}_{21} = r_{21} \hat{\mathbf{r}}_{21}$ 表示从点电荷 q_2 到点电荷 q_1 的距离矢量 ($r_{21} = r_{12}$ ，仍为 q_1 与 q_2 之间的距离； $\hat{\mathbf{r}}_{21} = \frac{\mathbf{r}_{21}}{r_{21}} = -\hat{\mathbf{r}}_{12}$ ，

为从 q_2 指向 q_1 方向的单位矢量), 则按库仑定律, 点电荷 q_1 作用于点电荷 q_2 的静电力 f_{12} 和点电荷 q_2 作用于点电荷 q_1 的作用力 f_{21} 分别为

$$f_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} \quad (1.1.1)$$

$$f_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} \quad (1.1.1')$$

显然, $f_{12} = -f_{21}$, 两静止电荷间的静电力满足牛顿第三定律。

(1.1.1) 式和 (1.1.1') 式是库仑定律的数学表达式, 它们一方面表明两静止点电荷间的静电力 (也叫库仑力) 与它们的电量 q_1, q_2 的乘积成正比, 与其距离 $r_{12} = r_{21}$ 的平方成反比, 作用力的方向沿其连线; 另一方面也表明了两点电荷所带电荷同性 (即 q_1, q_2 同为正值或同为负值) 时, f_{12} 和 f_{21} 指向它们相互远离的方向, 即为斥力, 所带电荷异性 (即 q_1, q_2 一个取正值一个取负值) 时, f_{12} 和 f_{21} 指向它们相互趋近的方向, 即为引力如图 1.1 所示。

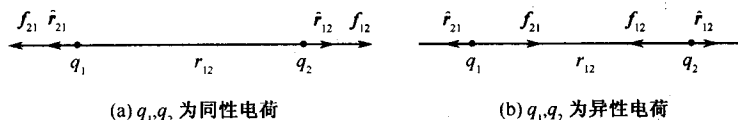


图 1.1 两点电荷 $q_1 - q_2$ 间的相互作用力

库仑定律数学表达式中的比例系数 k 的数值与单位, 取决于公式中各物理量的单位选择, 而各量单位的选择取决于所采用的单位制. 本书采用 MKSA 单位制, 即国际单位制 (SI) 中的电磁单位部分. 在这种单位制中, 取长度、质量、时间和电流为基本量, 其他电磁学中的物理量为导出量. 基本量的单位分别规定为米 (m)、千克 (kg)、秒 (s) 和安培 (A), 导出量的单位由导出量与基本量之间的基本关系式导出来. 如电量 q 与基本量电流 I 和时间 t 有关系 $q = It$, 在 MKSA 单位制中, 电量 q 的单位就是安培·秒 ($A \cdot s$), 并命名为库仑 (C), 即 $1A \cdot s = 1C$. 由于库仑定律的数学表达式中, 电量单位为库仑 (C)、距离单位为米 (m)、力的单位为牛顿 (N), 式中所有物理量的单位均已确定, 在这种情况下, 公式中的比例系数 k 的数值和单位就不能随便设定了, 只能由实验来确定.

在 MKSA 单位制中, 通常用另一个实验测定的常量 ϵ_0 来代替 k , ϵ_0 与 k 的关系是

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

常量 ϵ_0 称为真空介电常量, 目前实验上测得 ϵ_0 的最精确值为

$$\epsilon_0 = 8.854187818(71) \times 10^{-12} C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}$$

一般计算中 ϵ_0 取近似值

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

相应地,比例系数 k 的值取

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

值得注意的是, k 和 ϵ_0 都不是一个单纯的数值,它们都有单位和量纲. 在 MKSA 单位制中,一个物理量的量纲是通过它与 4 个基本量长度(L)、质量(M)、时间(T)和电流(I)的基本关系式来确定的. 如电量 q 与电流、时间的基本关系式为 $q=It$, 电量 q 的量纲就是 $[q]=IT$. ϵ_0 的量纲由库仑定律给出,为

$$[\epsilon_0] = \frac{[q^2]}{[f][r^2]} = \text{L}^{-3} \text{M}^{-1} \text{T}^4 \text{I}^2$$

用 $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ 代替比例系数 k 后,库仑定律的数学表达式为

$$f_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \hat{r}_{12} \quad (1.1.2)$$

$$f_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \hat{r}_{21} \quad (1.1.2')$$

库仑定律是电学中的基本定律,是整个静电学的基础. 正因为如此,从它被发现至今虽已经历漫长的 200 多年时间,人们对它依然十分关注. 关注的焦点是两个点电荷之间的作用力与其距离平方成反比的精确程度和适用范围. 早在库仑定律发现之前,1773 年英国物理学家卡文迪许(H. Cavendish)就通过实验研究过点电荷间的作用力与其距离平方成反比的关系(详见第 2 章),而且根据他所使用仪器的精度,他发现这个力 $f \propto \frac{1}{r^{2+\delta}}$, 其中 $\delta \leq 0.02$. 可惜卡文迪许的工作当时未能发表,直到 1879 年才由英国著名物理学家麦克斯韦(J. C. Maxwell, 1831~1879)整理公诸于世,而且麦克斯韦更精确地重复了卡文迪许的实验,得出 $\delta \leq 5 \times 10^{-5}$. 1936 年,普里姆顿(S. J. Plimpton)和洛顿(W. E. Lawton)采用灵敏静电计重做此实验,得出 $\delta \leq 2 \times 10^{-9}$. 1971 年,威廉斯(E. R. Williams)等人的实验证实 $\delta \leq (2.7 \pm 3.1) \times 10^{-16}$. 总之,越来越精确的实验证实,库仑力的平方反比律是正确的.

至于库仑力的平方反比律的适用范围问题,也是人们所关注的课题. 库仑力的平方反比律是库仑从两个小带电体相距几十厘米的距离范围的实验中总结出来的,如果电荷间的距离远小于几十厘米,譬如说小至 10^{-8} cm ,甚至更小,或者说距离远大于几十厘米,譬如说几千米,平方反比律还适用吗? 从带 e 电量的质子和带 $-e$ 电量的电子组成的氢原子发出的氢原子光谱推论看,电子、质子相距 10^{-8} cm 的尺度,它们之间的库仑力仍满足平方反比律关系. 1911 年,卢瑟福(E. Rutherford, 1871~1937)的 α 粒子(带 $2e$ 电荷的氦原子核)散射实验证实, α 粒子同散射

核间距离小至 10^{-12} cm, 它们之间的库仑力仍遵守平方反比律. 高能电子、质子间的散射实验发现, 在 10^{-13} cm 尺度上, 库仑力的平方反比律也基本上是正确的; 小至 10^{-14} cm 时, 实验结果与平方反比律预测的结果已有明显差别. 这种差别到底是因为在这么小的距离范围内电子、质子已不能视为点电荷了, 还是库仑力的平方反比律失效了, 目前还无法下肯定结论. 至于在大距离范围内库仑力的平方反比律的正确性问题, 目前实验验证还不多. 但按电磁场的量子理论分析, 如果在大距离范围内库仑力的平方反比律失效, 组成电磁波的光子将具有非零的静止质量, 这将导致光在真空中的传播速度随波长不同而发生变化的色散现象. 从现代测量真空中光速的实验精确度看, 库仑力的平方反比律至少在千米量级的距离范围内是准确的. 总之, 有充分理由相信, 库仑定律在 10^{-13} cm 至若干千米的广阔范围内是准确可靠的, 以它为基础导出的电磁学结论也是毋庸置疑的.

在讲到库仑定律时, 自然地会联想到万有引力定律. 它们形式上很相似, 都遵守平方反比律. 但这是两类性质不同的力, 一种来源于物质的电荷, 而另一种来源于物质的引力质量. 两种力的强度也相差甚远, 以氢原子的电子、质子之间这两种力的大小作一比较, 即

$$\frac{f_{\text{电}}}{f_{\text{引}}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G m_e m_p} \approx 2.3 \times 10^{39}$$

另外, 带电体间的静电力可以是引力也可以是斥力, 而物体间的万有引力只存在引力. 带电体间的静电力是可以屏蔽的, 而物体间的万有引力是无法屏蔽的.

三、两任意带电体间的静电力

大量实验表明: 两个静止点电荷间的静电力不因其他电荷的存在而改变. 因此, 如果有 $q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_N$ 共 N 个点电荷分别分布在 $r_1, r_2, \dots, r_i, \dots, r_N$ 处组成一个带电系统, 这种系统称为点电荷组. 点电荷组中的第 i 个点电荷 q_i 到位于 r_0 的 q_0 点电荷的距离矢量为 $r_{i0} = r_0 - r_i$, 则由库仑定律可以得出, 点电荷组中 N 个点电荷对 q_0 点电荷的静电力为

$$f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_0 q_i}{|r_0 - r_i|^3} (r_0 - r_i) \quad (1.1.3)$$

此式表明: N 个点电荷对另一 q_0 点电荷的静电力, 等于 N 个点电荷中每个点电荷单独存在时对点电荷 q_0 的静电力的矢量和. 这称为静电力的叠加原理.

点电荷只是一种理想模型, 实际的带电体都有一定的大小、形状和电荷在带电体上的具体分布情况. 有的带电体的电荷连续地分布于带电体体积内的各个地方, 这称为体电荷分布的带电体; 有的电荷连续分布于厚度极薄的一层面上, 称为面电荷分布的带电体; 有的电荷连续分布于横截面极小的一条线上, 称为线电荷分布带电体.

为了描述体电荷带电体上的电荷(简称**体电荷**)在带电体内分布的情况,可以设想将带电体分割成许许多多体积非常小的小带电体,每个小带电体的体积设想分割得足够小,以至于其内的电荷分布可视为是均匀分布,这样的小带电体称为体电荷带电体的**体电荷元**。设带电体内 r 处的体电荷元的体积为 ΔV ,所带的电荷电量为 Δq ,则定义

$$\rho(r) = \frac{\Delta q}{\Delta V} \quad (1.1.4)$$

为体电荷分布带电体的**体电荷密度**,它表示带电体内 r 处单位体积的电量。通过体电荷密度函数 $\rho(r)$ 可以定量地描述体电荷在带电体内各处的分布情况。对于带电体内电荷均匀分布的情况, $\rho(r)$ 在带电体内处处相等,并且 $\rho = \frac{q}{V}$, 其中 q, V 分别为带电体的电荷电量和带电体的体积。

类似地分析,为了描述面电荷分布带电体上的电荷(简称**面电荷**)在带电面上的分布情况,可设想将带电面分割成许多面积很小、其中电荷可视为均匀分布的**面电荷元**,带电面上 r 处面电荷元的面积和电量若为 ΔS 和 Δq ,则

$$\sigma(r) = \frac{\Delta q}{\Delta S} \quad (1.1.5)$$

称为**面电荷密度**,它表示带电面上 r 处单位面积上的电荷电量。通过面电荷密度函数 $\sigma(r)$ 可以描述面电荷在带电面上各处分布的情况。对于电荷均匀分布的带电面, $\sigma = \frac{q}{S}$, 其中 q, S 分别为带电面上的电荷电量和带电面面积。

对于线电荷分布的带电体,可设想将其分割成许多长度很短、其上电荷可视为均匀分布的**线电荷元**,若 Δl 和 Δq 为带电线上 r 处线电荷元的长度和所带电量,则

$$\lambda(r) = \frac{\Delta q}{\Delta l} \quad (1.1.6)$$

称为**线电荷密度**,它表示带电线上 r 处单位长度上分布的电量。通过 $\lambda(r)$ 可以定量描述带电线上各处电荷分布的情况。对于电荷均匀分布的带电线,其线电荷密度 $\lambda = \frac{q}{l}$, 其中 q, l 分别为带电线的电荷电量和带电线的长度。

按照任何宏观物体都可以进行宏观上的无限分割的设想,一个体积为 V' 、带电量为 q' 的体电荷分布带电体,总可以被看成是由许多体积为宏观上无限小(dV')、且可被视为点电荷的体电荷元组成的。若带电体的体电荷密度为 $\rho(r')$,则这种可视为点电荷的体电荷元的电量为 $\rho(r')dV'$ 。因此,这个连续体电荷分布带电体对位于 r_0 处的点电荷 q_0 的静电作用力,按(1.1.3)式应为

$$f = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{V'} \frac{\rho(r')}{|r_0 - r'|^3} (r_0 - r') dV' \quad (1.1.7)$$

同样,一个带电面面积为 S' 、面电荷密度为 $\sigma(r')$ 的面电荷对位于 r_0 处点电荷 q_0 的静电作用力为

$$f = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \frac{\sigma(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|^3} (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}') dS' \quad (1.1.8)$$

一个长为 l' 、线电荷密度为 $\lambda(\mathbf{r}')$ 的带电导线对位于 $\mathbf{r}_0$ 处点电荷 q_0 的静电作用力为

$$f = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{l'} \frac{\lambda(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|^3} (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}') dl' \quad (1.1.9)$$

一个体积为 V' 、体电荷密度为 $\rho(\mathbf{r}')$ 的体电荷带电体,对另外一个体积为 V 、体电荷密度为 $\rho(\mathbf{r})$ 的体电荷带电体的静电作用力,显然等于对后者的每个可视为点电荷的电荷元 $\rho(\mathbf{r})dV$ 的静电作用力的矢量和,利用(1.1.7)式,这个作用力显然为

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \iiint_{V'} \frac{\rho(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}') dV' dV \quad (1.1.10)$$

同样,一个面积为 S' 、面电荷密度为 $\sigma(\mathbf{r}')$ 的面电荷对另一个面积为 S 、面电荷密度为 $\sigma(\mathbf{r})$ 的面电荷的静电作用力为

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_S \iiint_{S'} \frac{\sigma(\mathbf{r})\sigma(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}') dS' dS \quad (1.1.11)$$

一个长度为 l' 、线电荷密度为 $\lambda(\mathbf{r}')$ 的线电荷对另一个长度为 l 、线电荷密度为 $\lambda(\mathbf{r})$ 的线电荷的静电作用力为

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{l'} \int_l \frac{\lambda(\mathbf{r})\lambda(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}') dl' dl \quad (1.1.12)$$

总之,通过(1.1.10)式、(1.1.11)式和(1.1.12)式,原则上对两个已知电荷分布情况的任意体电荷、面电荷和线电荷间的静电作用力都可以求得。

§ 1.2 电场与电场强度

一、电场

由上述讨论可以知道,两个相距一段距离的带电体之间存在着相互作用的电力,在第4章中还会看到两个相距一段距离的电流之间存在着相互作用的磁力,两个相距一段距离的物体之间存在着万有引力.两个不相互接触的物体间怎么会发生相互作用呢?或者说,两个彼此相隔一定空间距离的物体之间的相互作用是怎样传递的呢?关于这个问题,在物理学的发展历史中曾有过两种不同观点的长期争论.一种观点认为:相隔一定距离的两个物体间的相互作用可以直接地、无需中间媒介地发生,这种作用的传递速度无限大,因此,这种作用无需传递时间和传递过程,称之为超距作用.按此观点,两带电体间的电相互作用模式为

$$\text{电荷} \rightleftharpoons \text{电荷}$$

另一种观点认为:不存在超距作用,相隔一定距离的两带电体(或载流体)之间之所以会发生电(或磁)相互作用,是由于宇宙空间存在着能传递电(磁)相互作用

的“以太”,通过这种看不见、摸不着的“以太”介质同带电体(或载流体)的近距离接触,来传递电荷(或电流)间电(或磁)的相互作用.随着对电磁现象认识的深入,人们发现电和磁之间是相互联系的.当带电系统的电荷分布随时间作周期性变化时,将会有电磁扰动以横波的方式在空间传播,这种波称为**电磁波**.并且发现电磁波的传播速度与光速相同,在真空中的速度为 $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.这种发现导致人们相信光和电磁波是一种东西.如果把电磁波或者说光波看成是“以太”介质振动的传播波,就像声波是空气的振动传播的纵波那样,由于电磁波(光波)是速度很快的横波,则“以太”应是透明、感觉不到其存在的固体,其刚性模量远比钢铁还要硬,这实在是无法想象的东西.1887年,迈克耳孙和莫雷测量“以太风”的实验,完全否定了这种“以太”的存在.

“以太”的被否定和电磁波(光波)在真空中以有限速度 c 的传播,使人们终于认识到,任何带电体的周围空间中都存在着由电荷激发产生的**电场**,而任何载流体的周围空间中都存着由电流激发产生的**磁场**,电磁波正是这种电、磁场随时间振动变化的传播,而相隔一定距离的两带电体间的电相互作用,实际上是两带电体彼此都在对方电荷产生的电场里而受到的电场作用.自然界并不存在超距作用,从近代物理学的观点看,自然界物质间的4种相互作用,即引力相互作用、电磁相互作用、弱相互作用和强相互作用,都是通过物体周围空间中存在的场对对方作用的.任何带电体电荷周围都存在着电场,进入这个电场的带电体电荷都受到这个电场的作用,这就是带电体间电相互作用的图像.这种带电体电荷间的电相互作用模式可表示为

$$\text{电荷} \rightleftharpoons \text{电场} \rightleftharpoons \text{电荷}$$

需要指出的是,在电荷周围空间引出电场和在电流周围空间引出磁场,并不是为了便于理解电相互作用和磁相互作用,也不是一种处理问题的方法,而是因为电场和磁场都是切切实实的客观存在.随时间振动变化的电磁场(电磁波)甚至会脱离产生它的源(振动变化的电荷系统)而独立存在.所以电场、磁场或电磁波本身就是一种客观存在的物质,是与实体物质不同的一种物质存在形态.

带电体上的电荷分布如果不随时间变化的静止电荷,其周围空间中的电场分布也是不随时间变化的电场,这种电场称为**静电场**.本章和下一章就先来讨论这种静电场.

二、电场强度

任何带电体上的电荷都会在其周围空间产生电场.电场的最基本特征是对进入其存在空间的其他电荷产生电作用力.为定量地研究电场,我们引入一个这样的电荷:其电量 q_0 很小,以便它引入电场后不会导致产生电场的电荷分布发生变化;同时,这个电荷的几何线度很小,以至于可将其视为点电荷,从而通过它能研究电场空间各点的电场性质.这种电荷称为**试探点电荷**.

将试探点电荷置于所研究的电场,设试探点电荷在电场 r 处受的电场力为

F_0 , 则 F_0 应与 q_0 和反映 r 处电场性质的一个矢量 $E(r)$ 有关, 设 $F_0 = q_0 E(r)$, 则

$$E(r) = \frac{F_0(r)}{q_0} \quad (1.2.1)$$

是一个与试探点电荷无关、完全反映 r 处电场本身性质的物理量. 反映电场本身性质的物理量 E 称为电场的电场强度, 简称场强.

定量描述电场的电场强度 E 是一个矢量. 电场空间的每一点都对应于一个矢量 E , 用来描述该点的电场情况, 因此电场是一个矢量场. 电场中 r 处的电场强度 $E(r)$ 的大小等于单位正电荷在该处所受电场力的大小, $E(r)$ 的方向与正电荷在该处所受电场力的方向相同. 对于电荷分布不随时间变化的电荷产生的静电场来说, 其电场强度 E 只是空间位置 r 的函数, 不同位置 r 处的 E , 其大小、方向一般都不相同. 若电场空间各点处 E 的大小、方向都相同, 则这种电场称为均匀电场. 均匀电场只是一种特殊的电场.

在 MKSA 单位制中, 电场强度 E 的量纲 $[E]$ 和单位, 从 (1.2.1) 式可以看出为 $[E] = \text{MLT}^{-3}\text{I}^{-1}$, 单位为牛顿·库仑⁻¹, 简写为 $\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$. 以后会看到, $\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$ 不是电场强度 E 的常用单位, 在 MKSA 单位制中, E 的常用单位是伏特·米⁻¹, 简写为 $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$.

下面我们来讨论具体电场的电场强度.

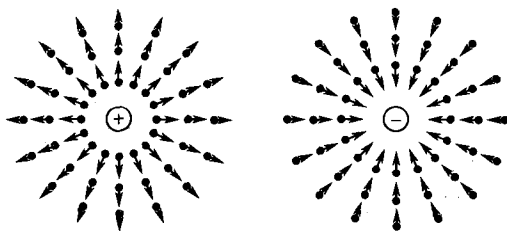
首先来讨论点电荷电场的电场强度. 若有一电量为 q 的点电荷, 取其所在位置为坐标系原点 O . 将一试探点电荷 q_0 放置在电场中的位置 r 处, 由库仑定律知道, q_0 所受静电力为

$$F_0(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r}$$

其中, r 为试探点电荷 q_0 到点电荷 q 的距离, $\hat{r} = \frac{r}{r}$ 为点电荷指向试探点电荷方向的单位矢量. 由电场强度的定义 (1.2.1) 式, 得到点电荷 q 产生的电场的电场强度为

$$E(r) = \frac{F_0(r)}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (1.2.2)$$

此式为点电荷电场在空间的场强分布公式, 式中 q 是点电荷的电量. 若点电荷带的



(a) 正点电荷的场强分布

(b) 负点电荷的场强分布

图 1.2 点电荷电场的场强分布

是正电荷,即 $q>0$,则 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 的方向为以 q 为原点的位矢方向如图 1.2(a)所示;若点电荷带负电荷,即 $q<0$,则 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 的方向为以 q 为原点的位矢反方向如图 1.2(b)所示. $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 的大小与点电荷的电量 q 成正比,与到点电荷 q 的距离 r 的平方成反比,电场呈球对称分布.

三、场强叠加原理与任意带电体电场的电场强度

由前面 1.1 节中关于静电力的叠加原理的讨论可知, N 个点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_N$ 组成的点电荷组对位于 $\mathbf{r}$ 处的一个试探电荷 q_0 的静电力为

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \mathbf{f}_{i,0}(\mathbf{r})$$

其中, $\mathbf{f}_{i,0}$ 为点电荷组中第 i 个点电荷 q_i 对试探电荷 q_0 的作用力. 根据电场强度的定义,点电荷组产生的电场在空间 $\mathbf{r}$ 处的电场强度为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r})}{q_0} = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{f}_{i,0}(\mathbf{r})}{q_0} = \sum_{i=1}^N \mathbf{E}_i(\mathbf{r}) \quad (1.2.3)$$

这里, $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{f}_{i,0}(\mathbf{r})}{q_0}$ 为点电荷组中第 i 个点电荷单独存在时产生的电场在 $\mathbf{r}$ 处的电场强度. (1.2.3) 式表明:若干点电荷产生的电场的电场强度,等于各点电荷单独存在时产生的电场的电场强度的矢量和,这称为电场的场强叠加原理.

由于任何带电系统都可以分割成许多可视为点电荷的电荷元的集合,根据点电荷电场的电场强度公式(1.2.2)式和场强叠加原理(1.2.3)式,原则上我们可以求出任何带电系统的电场的电场强度. 下面我们分几种情况,讨论不同带电系统的电场强度.

1. 点电荷组的电场强度

假设有 N 个点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_N$ 组成一点电荷组,点电荷组中 N 个点电荷的空间位置分别为 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_i, \dots, \mathbf{r}_N$. 第 i 个点电荷 q_i 产生的电场在 $\mathbf{r}$ 处的电场强度为

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$$

则根据场强叠加原理,点电荷组产生的电场在 $\mathbf{r}$ 处的电场强度为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \quad (1.2.4)$$

[例 1.2.1] 两个等量异性的点电荷,其电量分别为 $+q$ 和 $-q$,彼此相隔一小距离 l ,这样的带电系统称为电偶极子. 求电偶极子中垂面上任意一点 P 的电场强度如图 1.3 所示.

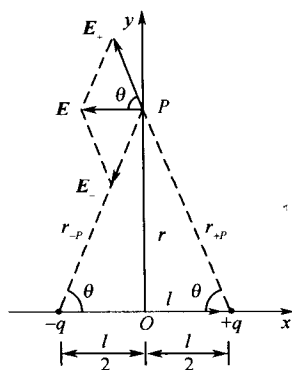


图 1.3 电偶极子的电场

[解] 取电偶极子中点 O 为原点, 由原点 O 向 P 点的方向取作直角坐标系的 y 轴, 由 $-q$ 点电荷向 $+q$ 点电荷的方向取作 x 轴, P 点到原点 O 的距离为 r , P 点到 $-q$ 的距离为 r_{-P} , P 点到 $+q$ 的距离为 r_{+P} (见图 1.3). 设 x 轴和 y 轴的单位矢量分别 i 和 j . 由图 1.3 可以看出, 点 P , $-q$ 和 $+q$ 的位置矢量分别为 $r=rj$, $r_{-} = -\frac{l}{2}i$ 和 $r_{+} = \frac{l}{2}i$. 从 (1.2.4) 式得 P 点的电场强度为

$$\begin{aligned} E &= E_{+} + E_{-} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|r-r_{+}|^3} (r-r_{+}) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q}{|r-r_{-}|^3} (r-r_{-}) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_{+P}^3} \left[\left(rj - \frac{l}{2}i \right) - \left(rj + \frac{l}{2}i \right) \right] \\ &= \frac{-ql i}{4\pi\epsilon_0 r_{+P}^3} \end{aligned}$$

这里利用了关系

$$|r-r_{+}| = r_{+P} = r_{-P} = |r-r_{-}| = \left(r^2 + \frac{l^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}}$$

设 $l=li$ 为电偶极子从 $-q$ 到 $+q$ 的距离矢量, 且把 $r_{+P}^3 = \left(r^2 + \frac{l^2}{4} \right)^{\frac{3}{2}}$ 代入上述结果, 则得出 P 点的电场强度为

$$E = - \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 \left(r^2 + \frac{l^2}{4} \right)^{\frac{3}{2}}} i$$

当 $r \gg l$ 时, P 点的电场强度为

$$E = - \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} i = - \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} i \quad (1.2.5)$$

这里, $p=ql$ 是描述电偶极子本身特性的物理量, 叫做电偶极子的电偶极矩。

2. 线电荷带电体的电场强度

如果我们研究的带电体是横截面极小的线电荷, 可以将其视为是由许多可看成点电荷的线电荷元所组成的. 如果设线电荷带电体的线电荷密度为 λ , 则线电荷元的电量为 λdl . r' 处的线电荷元 $\lambda(r')dl$ 在 r 处产生的电场场强 dE 如图 1.4 所示为

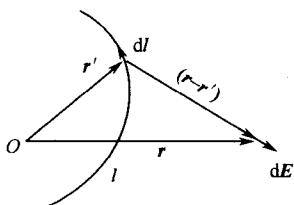


图 1.4 线电荷的电场

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda(r')dl}{|r-r'|^3} (r-r')$$

根据场强叠加原理, 整个线电荷 l 在 r 处产生的电场场强 E 为各线电荷元在 r 处产生的电场场强的矢量和, 即

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda(r')dl}{|r-r'|^3} (r-r') \quad (1.2.6)$$