

SHUXUEXIANFENG

数学先锋

SHUXUEXIANFENG

初二代数

基础→能力分级递进导学

本书依据新大纲编写，每章内容按基础级、提高级、能力级三级导学。基础级将教材知识点用典型题解析的形式解说；提高级将知识点延伸问题用典型题解析的形式解说；能力级将综合、应用、开放问题用典型题解析的形式解说。每级典型题解析后都设有适应性、强化性、模拟性的举一反三训练题。本书分级导学开创了“夯实基础→知识升华→激活能力”的学习新思路。

郭奕津 主编

吉林教育出版社

目 录

每章内容以基础级、提高级、能力级为导学线索，难度阶梯设计，每级配有举一反三训练组题。基础级是用典型题解析知识点，注重基本题型训练；提高级是用典型题解析知识点延伸问题，注重灵活题型训练；能力级是用典型题解析应用、开放和综合类问题，注重综合题型训练。

详细内容提示

第八章 因式分解

基础级	(2)
一、提公因式法	(2)
二、运用公式法	(10)
三、分组分解法	(20)
四、 $x^2 + (a+b)x + ab$ 型式子的因式分解	(25)
提高级	(30)
能力级	(34)
举一反三训练组题参考答案	(37)

第九章 分 式

基础级	(46)
一、分式	(46)
二、分式的基本性质	(52)
三、分式的乘除法	(58)
四、分式的加减法	(64)
五、分式的混合运算	(71)
六、含有字母系数的一元一次方程	(75)
七、可化为一元一次方程的分式方程的解法	(81)
八、可化为一元一次方程的分式方程及其应用	(85)
九、探究性活动： $a = bc$ 型数量关系	(91)
提高级	(92)
能力级	(99)
举一反三训练组题参考答案	(102)

第十章 数的开方

基础级	(116)
一、平方根	(116)
二、用计算器求平方根	(123)
三、立方根	(127)
四、用计算器求立方根	(132)
五、实数	(135)
提高级	(141)
能力级	(146)

举一反三训练组题参考答案	(149)
--------------------	-------

第十一章 二次根式

基础级	(156)
一、二次根式	(156)
二、二次根式的乘法	(162)
三、二次根式的除法	(167)
四、最简二次根式	(173)
五、二次根式的加减法	(179)
六、二次根式的混合运算	(188)
七、二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	(203)
提高级	(211)
能力级	(220)
举一反三训练组题参考答案	(223)

能力综合检测

能力综合测试卷 (A)	(234)
能力综合测试卷 (B)	(236)
能力综合测试卷参考答案	(238)

第八章 因式分解

基础→能力分级递进导学

知识点要说

1. 因式分解与整式乘法的关系

因式分解是把多项式变成几个因式乘积的形式；

整式乘法是一种运算，而因式分解是整式乘法的逆变形。

2. 因式分解的方法

(1) 提公因式法，找出因式然后反用乘法分配律；(2) 运用公式法，反用乘法公式。(3) 分组分解法，按公因式或公式分组变形为可提公因式或可运用公式的形式因式分解；(4) 运用 $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ 分解二次系数为 1 的二次三项式。

知识间的联系

因式分解是一种很重要的恒等变形，在代数式的化简、求值、分式的运算中经常用到；在解方程组中，因式分解也是一种重要方法。另外，因式分解所运用的公式与乘法公式是互逆的，所以因式分解又是整式乘法计算的深化。

基础级

■ 基本知识点题解·基本题型
■ 举一反三训练组题(ABC 三组)
A 组:适应训练
B 组:强化训练
C 组:模拟训练

提高级

■ 知识点延伸题解·灵活题型
■ 举一反三训练组题(AB 两组)
A 组:适应训练
B 组:强化训练

能力级

■ 能力综合运用题解·综合题型
■ 举一反三训练组题(AB 两组)
A 组:适应训练
B 组:强化训练

基础级

- ☐ 基本知识点题解·基本题型
- ☐ 举一反三训练组题(ABC 两组)
- A 组:适应训练
- B 组:强化训练
- C 组:模拟训练
- ☐ 难度系数:0.75~0.9

夯实基础 

一、提公因式法

【典型题解析 1】 下列由左到右的变形, 哪些是因式分解? 哪些不是?

(1) $a(x+y) = ax + ay$

(2) $x^2 + 2xy + y^2 - 1 = x(x+2y) + (y+1)(y-1)$

(3) $ax^2 - 9a = a(x+3)(x-3)$

(4) $x^2 - y^2 - 1 = (x+y)(x-y) - 1$

(5) $x^2 - 2x + 2y - y^2 = (x^2 - y^2) - 2(x-y)$

□分析 (1) 是乘法运算; (2) (4) (5) 变形结果不是因式积的形式.

□解 (1) (2) (4) (5) 不是因式分解, 只有 (3) 是因式分解.

□说明 判断变形是否是因式分解要根据因式分解的意义.

【典型题解析 2】 运用提公因式法分解因式:

(1) $12a^2b^3 + 6a^2b^2 - 18a^3b^2$ (2) $-27m^2n + 9mn^2 - 18mn$

(3) $5a^2(x-y) + 10a(y-x)$ (4) $6x(x-y)^2 + 3(y-x)^3$

□分析 (1) 公因式为 $6a^2b^2$; (2) 公因式为 $-9mn$; (3) 先将 $y-x = -(x-y)$, 公因式为 $5a(x-y)$; (4) 公因式为 $3(x-y)^2$.

□解 (1) $12a^2b^3 + 6a^2b^2 - 18a^3b^2$

$$= 6a^2b^2 \cdot 2b + 6a^2b^2 \cdot 1 - 6a^2b^2 \cdot 3a$$

$$= 6a^2b^2(2b + 1 - 3a)$$

$$(2) \quad -27m^2n + 9mn^2 - 18mn$$

$$= -9mn \cdot 3m + 9mn \cdot n - 9mn \cdot 2$$

$$= -9mn(3m - n + 2)$$

$$(3) \quad 5a^2(x - y) + 10a(y - x)$$

$$= 5a(x - y) \cdot a - 5a(x - y) \cdot 2$$

$$= 5a(x - y)(a - 2)$$

$$(4) \quad 6x(x - y)^2 + 3(y - x)^3$$

$$= 3(x - y)^2 \cdot 2x - 3(x - y)^2 \cdot (x - y)$$

$$= 3(x - y)^2(2x - x + y)$$

$$= 3(x - y)^2(x + y)$$

□说明 提公因式因式分解，最重要的是准确地找出各项的公因式，即系数的最大公约数与各项都含有的因式的最低次幂的积，首项为负的多项式，提的是带负号的公因式，不要漏掉提公因式后为1的项。

【典型题解析3】 计算：

$$(1) \quad 7.6 \times 199.8 + 4.3 \times 199.8 - 1.9 \times 199.8$$

$$(2) \quad \text{已知 } a + b = 13, ab = 40, \text{ 求 } a^2b + ab^2 \text{ 的值.}$$

□分析 (1) 先提公因式199.8，然后再计算；(2) 先提公因式因式分解，再代入求值。

$$\square \text{解} \quad (1) \quad 7.6 \times 199.8 + 4.3 \times 199.8 - 1.9 \times 199.8$$

$$= (7.6 + 4.3 - 1.9) \times 199.8$$

$$= 10 \times 199.8 = 1998$$

$$(2) \quad \text{当 } a + b = 13, ab = 40 \text{ 时,}$$

$$a^2b + ab^2 = ab(a + b) = 40 \times 13 = 520$$

□说明 利用因式分解可以简化某些计算。

举一反三训练组题(1)(三组)



■ A 组: 适应训练

1. 填空题

- (1) $ma + mb + mc = m$ ().
- (2) 多项式 $8x^3y^2 - 12xy^3z$ 的公因式是 .
- (3) $3a^2 - 6ab + a =$ ($3a - 6b + 1$).
- (4) 分解因式: $km + kn =$.
- (5) $-15a^2 + 5a =$ ($3a - 1$).
- (6) $3x(y+z) - 4(y+z) = (3x-4)$ ().
- (7) $1-x =$ ($x-1$), $(a-b)^2 =$ ($b-a$)²
- (8) $(x+y)(x-y) =$ ($y+x$) ($y-x$).
- (9) 计算: $21 \times 3.14 - 31 \times 3.14 =$.
- (10) $a(x-y) - b(y-x) = (x-y)$ ().

2. 选择题

- (1) 下列变形是因式分解的是 ()
- (A) $7a(a-3) = 7a^2 - 21a$
- (B) $a^2b - 5ab + 9b = ab(a-5) + 9b$
- (C) $3a^2 - 3y + 6 = 3(a^2 - y + 2)$ (D) $-x^2 + y^2 = y^2 - x^2$
- (2) 多项式 $-6ab^2 + 18a^2b^2 - 12a^3b^2c$ 的公因式是 ()
- (A) $-6ab^2c$ (B) $-ab^2$ (C) $-6ab^2$ (D) $-6a^3b^2c$
- (3) 下列用提公因式法因式分解正确的是 ()
- (A) $12abc - 9a^2b^2 = 3abc(4 - 3ab)$
- (B) $3x^2y - 3xy + 6y = 3y(x^2 - x + 2y)$
- (C) $-a^2 + ab - ac = -a(a - b + c)$
- (D) $x^2y + 5xy - y = y(x^2 + 5x)$

- (4) 将多项式 $-7ab - 14abx + 49aby$ 分解因式, 提公因式 $-7ab$ 后, 另一个因式是 ()



- (A) $1+2x-7y$ (B) $1-2x-7y$
(C) $-1+2x+2y$ (D) $-1-2x+7y$
- (5) 下列多项式应提公因式 $5a^2b$ 的是 ()
(A) $15a^2b-20a^2b^2$ (B) $30a^2b^3-15ab^4-10a^3b^2$
(C) $10a^2b-20a^2b^3+50a^4b$ (D) $5a^2b^4-10a^3b^3+15a^4b^2$
- (6) 下列等式成立的是 ()
(A) $(a+b)(a-b)=(b-a)(b+a)$
(B) $(a-b)^2=-(b-a)^2$
(C) $(a-2)(3-a)=(a-2)(a-3)$
(D) $(1-b)(4-b)=(b-1)(b-4)$
- (7) 将多项式 $2(a-b)^2-(b-a)$ 因式分解得 ()
(A) $(b-a)(2b-2a+1)$ (B) $(a-b)(2a-2b+1)$
(C) $2(a-b)(a-b+1)$ (D) $(b-a)(2b-2a+1)$
- (8) 下列因式分解不正确的是 ()
(A) $-2ab^2+4a^2b=2ab(-b+2a)$
(B) $3m(a-b)-9n(b-a)=3(a-b)(m+3n)$
(C) $-5ab+15a^2bx+25ab^3y=-5ab(-3ax-5b^2y)$
(D) $3ay^2-6ay-3a=3a(y^2-2y-1)$
3. 把下列各多项式的公因式写在后面的括号内
- (1) $abc+abd-a^2b$ ()
(2) a^3+a^2+a ()
(3) $-15ax-5xy$ ()
(4) $x(a-b)^2+(b-a)^2$ ()
(5) $3x(a-b)^2+(b-a)^3$ ()
(6) $6a^3x^4-8a^2x^5+16ax^6$ ()
(7) $9a^3x^2-18a^5x^2-36a^4x^4$ ()
(8) $32a^5b^4-16a^3b^5+24a^2b^2$ ()
(9) $x(a-b)+y(b-a)$ ()
(10) $a(m-n)-b(n-m)$ ()



4. 用提公因式法因式分解

$$(1) 8ab^2 - 16a^3b^3$$

$$(2) -m^2n + mn^2$$

$$(3) -15xy - 5x^2$$

$$(4) a^2b^2 - \frac{1}{4}ab^3$$

$$(5) a^3b^3 + a^2b^2 - ab$$

$$(6) -8a^3y + 12a^2y^2 - 16ay^3$$

$$(7) -3a^3m - 6a^2m + 12am$$

$$(8) -\frac{1}{2}x^2 + 2xy - xz$$

$$(9) -4a^3b^2 + 6a^2b - 2ab$$

$$(10) -x^3y^2 + 2x^2y + xy$$

5. 因式分解

$$(1) (a+b) - (a+b)^2$$

$$(2) x(x-y) + y(y-x)$$

$$(3) 6(m+n)^2 - 2(m+n)$$

$$(4) 3(y-x)^2 + 2(x-y)$$

$$(5) -3x(y-x) - (x-y)$$

$$(6) m(m-n)^2 - n(n-m)^2$$

$$(7) 6p(p+q) - 4q(q+p)$$

$$(8) 12a^2b(x-y) - 4ab(y-x)$$

$$(9) (a+b)(x+y) - (a+b)(x-y)$$

$$(10) (a-b)^3 - 2ab(a-b)$$

6. 求满足下列等式的 x 的值

$$(1) 3x^2 - 6x = 0$$

$$(2) 5x(x-2) - 4(2-x) = 0$$

■ B 组：强化训练

1. 填空题

$$(1) 4a^3 - 8a^2 + 12a = 4a(\underline{\hspace{2cm}}).$$

$$(2) -15m^2n^2 - 30mn^2 - 15mn = -15mn(\underline{\hspace{2cm}}).$$

$$(3) \text{代数式 } 9a^3x^2, -18a^5x^2, -36a^4x^3 \text{ 的公因式为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(4) 2y - x = \underline{\hspace{2cm}}(x - 2y).$$

$$(5) 5b(x-y) + 10c(y-x) = \underline{\hspace{2cm}}(b-2c).$$

$$(6) (1-a)mn + a - 1 = (1-a)(\underline{\hspace{2cm}}).$$

$$(7) (a-2)(3-a) = \underline{\hspace{2cm}}(2-a)(a-3).$$

$$(8) -(a-b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}(b-a)^2.$$

$$(9) -x^3y^2 + x^4y^3 = \underline{\hspace{2cm}}(1-xy).$$

$$(10) \text{因式分解: } 15x^2y^2 - 5xy^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 选择题

- (1) 下列各式从左到右的变形中, 是因式分解的是 ()
- (A) $ma + mb + c = m(a + b) + c$
 (B) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
 (C) $a^2 - 4ab + 4b^2 - 1 = a(a - 4b) + (2b - 1)(2b + 1)$
 (D) $4x^2 - 25y^2 = (2x + 5y)(2x - 5y)$
- (2) 下列因式分解结果正确的是 ()
- (A) $a^2b + 7ab - b = b(a^2 + 7a)$
 (B) $3x^2y - 3xy + 6y = 3y(x^2 - x + 2)$
 (C) $8xyz - 6x^2y^2 = 2xyz(4 - 3xy)$
 (D) $-2a^2 + 4ab - 6ac = -2a(a + 2b - 3c)$
- (3) 多项式 $m(n - 2) - m^2(2 - n)$ 分解因式等于 ()
- (A) $(n - 2)(m + m^2)$ (B) $(n - 2)(m - m^2)$
 (C) $m(n - 2)(m + 1)$ (D) $m(n - 2)(m - 1)$
- (4) 下列变形是因式分解的是 ()
- (A) $a(x - y) + b(m + n) = ax + bm - ay + bn$
 (B) $a^2 - 2ab - b^2 + 1 = (a - b)^2 + 1$
 (C) $-4a^2 + 9b^2 = (-2a + 3b)(2a + 3b)$
 (D) $x^2 - 7x - 8 = x(x - 7) - 8$
- (5) 将 $12a^2bc + 6abc^2 - 18ab^2c - 24abc$ 分解因式, 应提取公因式 ()
- (A) $12a^2b^2c^2$ (B) $6a^2b^2c^2$ (C) $6abc$ (D) $2abc$
- (6) 多项式 $x^2y(a - b) - xy(b - a) + y(a - b)$ 因式分解后含有的因式是 ()
- (A) $x^2 + x + 1$ (B) $x^2 - x + 1$
 (C) $x^2 - x + 1$ (D) $x^2 + x - 1$
- (7) 将多项式 $a(x - y) + 2by - 2bx$ 分解因式, 正确的结果是 ()
- (A) $(x - y)(-a + 2b)$ (B) $(x - y)(a + 2b)$
 (C) $(x - y)(a - 2b)$ (D) $-(x - y)(a + 2b)$
- (8) 代数式 $a^3b^2 - \frac{1}{2}a^2b^3, \frac{1}{2}a^3b^4 + a^4b^3, a^4b^2 - a^2b^4$ 的公因式是 ()

- (A) a^3b^2 (B) a^2b^2 (C) a^2b^3 (D) a^3b^3

3. 因式分解

- (1) $-\frac{1}{2}x^2 + 2x$ (2) $7x^2y^2 - 63x^2z$
 (3) $12a^2b^3 - 8ab^4$ (4) $-8m^2n - 2mn$
 (5) $a^2b^3 + a^4b^3c^2 - 3a^2b^4c$ (6) $6a^8 + 3a^7 - 27a^6 - 3a^5$
 (7) $6a^3x^4 - 8a^2x^5 + 16ax^4$ (8) $32a^5b^4 - 16a^3b^5 + 24a^2b^4$
 (9) $\frac{8}{27}x^3y^2 - \frac{2}{27}xy^2z$ (10) $\frac{3}{4}x^2y - \frac{9}{8}xy^2$
 (11) $4a^2bc + 8a^3b - 10a^2b^2$ (12) $-6a^2b^2 - 15a^2b^3 + 3a^2b$

4. 因式分解

- (1) $7x^2(a-b) - 2y(b-a)$ (2) $5(x^2-3) - a(3-x^2)$
 (3) $2(a+b)^3 - (a+b)^2$ (4) $x^2(a-3b)^2 - x(3b-a)^2$
 (5) $2a(p-q) - 3b(q-p)$ (6) $6p(x-1)^3 - 8p^2(1-x)^2$
 (7) $a(1-a) - (a-1)^2$ (8) $(a-b)^2(a+b) - (a-b)^2$
 (9) $-3a(1-x) - 2b(x-1) + c(1-x)$
 (10) $(x-1)^2(3x-2) + (2-3x)$

5. 计算题

- (1) $72.5 \times 65 - 53 \times 65 - 65 \times 30.5 + 65 \times 21$
 (2) $29 \times 19.99 + 72 \times 19.99 + 13 \times 19.99 - 19.99 \times 14$

6. 求值

$xyz^2 + xy^2z + x^2yz$, 其中 $x = \frac{2}{5}$, $y = \frac{7}{20}$, $z = \frac{1}{4}$.

■C组: 模拟训练

1. 填空题

- (1) $-24x^4y^4 + 15x^3y^5 - 3x^2y^4 = -3x^2y^4(\quad)$.
 (2) $(x-y)^3(a-b)^2 = \quad (y-x)^3(b-a)^2$.
 (3) $3a(x-y)^2 - b(y-x) = (y-x)(\quad)$.
 (4) $(2a-b)(2a+3b) + 3a(b-2a) = -(2a-b)(\quad)$.
 (5) $-3ab^3 + 6a^2b^2 + 12a^3b$ 的公因式为 $\quad$.

$$(6) -a^3 + 2a^2b + ab^2 = \underline{\hspace{2cm}} (a^2 - 2ab - b^2).$$

$$(7) -6x^3 - 10x^2 - 2x = -2x(\underline{\hspace{2cm}}).$$

$$(8) \text{ 计算 } 39 \times 37 - 13 \times 3^4 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 选择题

$$(1) \text{ 代数式 } 15x^3y^2 + 5x^2y - 20x^2y^3 \text{ 的公因式是} \quad (\quad)$$

$$(A) 5xy \quad (B) 5x^2y^2 \quad (C) 5x^2y \quad (D) 5x^2y^3$$

$$(2) \text{ 下列各式从左到右的变形是因式分解的是} \quad (\quad)$$

$$(A) a^2 - 4 + 3a = (a + 2)(a - 2) + 3a$$

$$(B) (x + 3)(x - 7) = x^2 - 4x - 21$$

$$(C) 2xy - 4x^2y^2 = 2xy(1 - 2xy)$$

$$(D) (a^2 - 1)(5a + 10) = (a + 1)(a - 1)(5a + 10)$$

$$(3) \text{ 下列各式分解因式正确的是} \quad (\quad)$$

$$(A) 10ab^2c + 6ac^2 + 2ac = 2ac(5b^2 + 3c)$$

$$(B) (a - b)^3 - (b - a)^2 = (a - b^2)(a - b + 1)$$

$$(C) \quad x(b + c - a) - y(a - b - c) - a + b - c \\ = (b + c - a)(x + y - 1)$$

$$(D) (a - 2b)(3a + b) - 5(2b - a)^2 = (a - 2b)(11b - 2a)$$

3. 因式分解

$$(1) x(x + y)(x - y) - x(x + y)^2$$

$$(2) a^2(x - 2a)^2 - a(2a - x)^2$$

$$(3) 4a(x - 2)^2 - 2b(2 - x)^3$$

$$(4) x(x - y)(a - b) - y(y - x)(b - a)$$

$$(5) (b + c)x + (c + a)x + (a + b)x$$

$$(6) a^3(b + c - d) + a^2b(c + d - a) - a^2c(d + a + b)$$

$$(7) -3a(1 - x) - 2b(x - 1) + c(1 - x)$$

$$(8) 5x^2y(x - y)^3 - 30xy^2(y - x)^2$$

$$(9) 2x(1 + a^2) - 1 - a^2$$

$$(10) (a - b)(x - y)(x - 2y) - (b - a)(y - x)(a + b)$$

4. 下列从左到右的变形中, 哪些是因式分解, 哪些是整式乘法?

(1) $6a^3 - 3a^2b = 3a^2(2a - b)$

(2) $-x^2 + x^3 = -x^2(1 - x)$

(3) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

(4) $(x - 2)(x - 3) = x^2 - 5x + 6$

(5) $(a - 3b)^2 = a^2 - 6ab + 9b^2$

(6) $a^2b^2c - 3a^2b^2 = a^2b^2(c - 3)$

(7) $(a - b)^2 - 2(a - b) = (a - b)(a - b - 2)$

(8) $x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$

5. 已知 x, y 为不相等的正数, 比较 $x^2(x - y)$ 与 $y^2(x - y)$ 的大小.6. 已知 $a = 0.5$, 求多项式 $(a + 1)^2(2a - 3) + (a + 1)(2a - 3)^2 - (a + 1)(3 - 2a)$ 的值.

7. 因式分解

(1) $(b - a)(z - y - x) - (a - b)(2x + y - z) - (a - b)(y - x)$

(2) $(2a^2 - ad)(c - d) + (3ab - 2a^2)(d - c)$

(3) $-p(q + r - 1) - q(r + q - 1) + (1 - q - r)^2$

(4) $12xy^2(a - b)^2 + 24x^2y^2(b - a)^2 - 18xy(b - a)^3$

(5) $ab(x - 2y) - ac(2y - x) + ad(2x - 4y)$

(6) $x(6m - nx) - nx^2$

二、运用公式法

【典型题解析 1】 下列各多项式能否用公式进行因式分解?

(1) $x^2 + 64$

(2) $-x^2 - 4y^2$

(3) $9(a + b)^2 - 25c^2$

(4) $m^2 + 6mn + 4n^2$

(5) $-4x^2 - 12xy + 9y^2$

□分析 (1)(2)中两项虽然是平方,但符号相同,不能用平方差公式;
 (3)中是两项平方差;(4)是二次三项式,但 $6mn$ 不是 m 与 $2n$ 的积的 2 倍;
 (5)虽然是三项式,但 x^2 与 y^2 项符号不同,不能用完全平方公式.

□解 能用公式的有 (3), 其余都不能用公式因式分解.

□说明 运用公式因式分解时, 所给多项式要符合公式的特点, 即符号不同的两项平方可用平方差公式, 三项式是两数平方和与积的 2 倍的和可用完全平方公式.

【典型题解析 2】 把下列各式因式分解:

$$(1) 9x^2 - 16y^4 \quad (2) -\frac{1}{4}m^6 + 9n^2$$

$$(3) 4(a+2)^2 - 9(a-1)^2$$

□分析 三道题都可化成平方差的形式, 则用平方差公式.

$$\square \text{解} \quad (1) 9x^2 - 16y^4 = (3x)^2 - (4y^2)^2 = (3x + 4y)(3x - 4y)$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & -\frac{1}{4}m^6 + 9n^2 = 9n^2 - \frac{1}{4}m^6 = (3n)^2 - \left(\frac{1}{2}m^3\right)^2 \\ & = \left(3n + \frac{1}{2}m^3\right)\left(3n - \frac{1}{2}m^3\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & 4(a+2)^2 - 9(a-1)^2 = [2(x+2)]^2 - [3(a-1)]^2 \\ & = [2(x+2) + 3(a-1)][2(x+2) - 3(a-1)] \\ & = (2x + 3a + 1)(2x - 3a + 7) \end{aligned}$$

□说明 首项为负时, 运用加法交换律写在后面.

【典型题解析 3】 把下列各式因式分解:

$$(1) -x^2 + 4x - 4 \quad (2) (a+b)^2 + 2(a+b) + 1$$

$$(3) (m-2n)^2 - 6(2n-m)(m+n) + 9(m+n)^2$$

□分析 (1) 先提负号; (2) 把 $(a+b)$ 看成一个数; (3) 把 $m-2n$, $m+n$ 分别看成一个数, 且 $2n-m = -(m-2n)$.

$$\square \text{解} \quad (1) -x^2 + 4x - 4 = -(x^2 - 4x + 4) = -(x-2)^2$$

$$(2) (a+b)^2 + 2(a+b) + 1 = (a+b+1)^2$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & (m-2n)^2 - 6(2n-m)(m+n) + 9(m+n)^2 \\ & = (m-2n)^2 + 6(m-2n)(m+n) + 9(m+n)^2 \\ & = [(m-2n) + 3(m+n)]^2 = (4m+n)^2 \end{aligned}$$

【典型题解析 4】 把下列各式因式分解:

$$(1) (x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$$

$$(2) 16(a-b)^2 + 24(b^2 - a^2) + 9(a+b)^2$$

$$(3) 9x^2(a-b)^3 + 4y^2(b-a)^3$$

$$(4) (x^2 - 2x)^2 + 2(x^2 - 2x) + 1$$

□分析 (1) 先用平方差, 再用完全平方公式; (2) 用完全平方公式; (3) 先提公因式, 再用平方差公式; (4) 两次用完全平方公式因式分解

$$\square \text{解} \quad (1) \quad (x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$$

$$= (x^2 + y^2 + 2xy)(x^2 + y^2 - 2xy)$$

$$= (x+y)^2(x-y)^2$$

$$(2) \quad 16(a-b)^2 + 24(b^2 - a^2) + 9(a+b)^2$$

$$= 16(a-b)^2 - 24(a-b)(a+b) + 9(a+b)^2$$

$$= [4(a-b) - 3(a+b)]^2 = (a-7b)^2$$

$$(3) \quad 9x^2(a-b)^3 + 4y^2(b-a)^3$$

$$= 9x^2(a-b)^3 - 4y^2(a-b)^3$$

$$= (a-b)^3(9x^2 - 4y^2) = (a-b)^3(3x+2y)(3x-2y)$$

$$(4) \quad (x^2 - 2x)^2 + 2(x^2 - 2x) + 1$$

$$= (x^2 - 2x + 1)^2 = [(x-1)^2]^2 = (x-1)^4$$

□说明 运用公式因式分解, 有时不只一次运用公式, 而且先后用不只一个公式, 如果有公因式, 先提公因式, 再用公式因式分解。

第一反三训练组题 A组 三组



■A组: 适应训练

1. 填空题

$$(1) 25a^2 - \underline{\hspace{2cm}} = (5a+2b)(5a-2b).$$

$$(2) x^2 - \frac{1}{4} = (x - \frac{1}{2})(\underline{\hspace{2cm}}).$$

$$(3) 4x^2 + \underline{\hspace{2cm}} + 9y^2 = (2x+3y)^2.$$

$$(4) 16x^2 - 24x + \underline{\hspace{2cm}} = (4x-3)^2.$$

- (5) $a^2 - ab + \frac{1}{4}b^2 = (a - \underline{\hspace{2cm}})^2$.
 (6) $-a^2 + b^2 = (b + a)(\underline{\hspace{2cm}})$.
 (7) 因式分解: $1 + 4t + 4t^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (8) $(m + n)^2 - 2(m + n) + 1 = (\underline{\hspace{2cm}} - 1)^2$
 (9) 因式分解: $2 - 4x + 2x^2 = 2 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$.
 (10) $36x^2 - 81y^2 = 9(\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}})$.

2. 选择题

- (1) 下列各式分解因式正确的是 ()
 (A) $a^2 - b^2 = (a - b)^2$ (B) $x^2 + 4y^2 = (x + 2y)^2$
 (C) $\frac{1}{2} - 2a^2 = \frac{1}{2}(1 + 2a)(1 - 2a)$
 (D) $y^2 - y + 1 = (y - 1)^2$
- (2) 下列各式分解因式错误的是 ()
 (A) $\frac{1}{4}x^2 - 4 = \frac{1}{4}(x^2 - 16) = \frac{1}{4}(x + 4)(x - 4)$
 (B) $\frac{1}{9}x^2 + 2xy + 9y^2 = (\frac{1}{3}x + 3y)^2$
 (C) $a^4 - 4a^2 + 4 = (a^2 - 2)^2$
 (D) $a^4 - b^4 = (a - b)^4$
- (3) 下列各式为完全平方的是 ()
 (A) $a^2 + 2ab - b^2$
 (B) $a^2b - 2ab + ab^2$
 (C) $4(a + b)^2 - 20(a + b) + 25$
 (D) $-2a^2 + 4ab + 2b^2$
- (4) 下列各式中, 能用平方差公式因式分解的是 ()
 (A) $a^2 + b^2$ (B) $-a^2 + b^2$
 (C) $-a^2 - b^2$ (D) $-(-a)^2 - b^2$
- (5) 下列各式中, 能用完全平方公式因式分解的是 ()
 (A) $x^2 + 2xy - y^2$ (B) $\frac{x^2}{4} - xy + y^2$