

结构力学 题解精要

◎ 周欣竹 郑建军 吴必龙 编

◎ 郑建军 主审



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

结构力学 题解精要

◎ 周欣竹 郑建军 吴必龙 编

◎ 郑建军 主审



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书选编了大量的例题,覆盖了结构力学课程教学的基本内容。例题题型多样,具有代表性,以基本题为主,同时选入一些难题。

全书内容包括平面体系的几何组成、静定结构内力计算、虚功原理和位移计算、力法、位移法、渐近法、矩阵位移法、影响线及其应用,共8章。

本书可作为大专院校土木、建筑及水利等专业结构力学课程的辅助教材,也可供成人教育、职业教育和函授学生、自学人员、工程技术人员以及报考硕士研究生的人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学题解精要 / 周欣竹, 郑建军, 吴必龙编. —北京: 中国水利水电出版社, 2007
ISBN 978-7-5084-4348-5

I. 结… II. ①周…②郑…③吴… III. 结构力学—高等学校: 技术学校—解题 IV. 0342-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 010584 号

书 名	结构力学题解精要
作 者	周欣竹 郑建军 吴必龙 编 郑建军 主审
出版 发行	中国水利水电出版社 (北京市三里河路 6 号 100044) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 63202266 (总机)、68331835 (营销中心)
经 售	北京科水图书销售中心 (零售) 电话: (010) 88383994、63202643 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	三原色工作室
印 刷	北京市兴怀印刷厂
规 格	889mm×1194mm 16 开本 10.25 印张 325 千字
版 次	2007 年 3 月第 1 版 2007 年 3 月第 1 次印刷
印 数	0001—2500 册
定 价	26.00 元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前 言

结构力学是土木、建筑和水利等专业学生必学的一门重要的技术基础课程。学好结构力学，首先要学习和掌握本课程的基本理论，弄清基本概念；同时又要重视这些理论和概念的灵活应用。

本书选编了大量的例题，覆盖了结构力学课程教学的主要内容。例题题型多样，具有代表性。以基本题为主，用以说明理论的应用及解题的技巧，并对一些重要的概念进行了讨论；同时选入一些难题，其目的是帮助读者提高分析问题和解决问题的能力。

本书与《结构力学学习指导及精解》为姊妹书，可配合使用，也可单独使用。

本书由周欣竹、郑建军、吴必龙主编，全书由郑建军修改并统一定稿。在编写过程中得到了许多同行专家的帮助，提出了许多宝贵意见，在此表示衷心的感谢。

本书的部分插图绘制和例题校核得到了熊芳芳和吕建平的帮助，对此表示感谢。

限于时间和作者水平，书中错误和不妥之处在所难免，恳请读者批评指正，以便今后进一步改进和提高。

编 者
2006 年 12 月
于杭州

目 录

前言	
第一章 平面体系的几何组成	1
第二章 静定结构内力计算.....	10
第三章 虚功原理和位移计算	40
第四章 力法	53
第五章 位移法	78
第六章 渐近法	97
第七章 矩阵位移法	111
第八章 影响线及其应用	131
参考文献	157

第一章 平面体系的几何组成

题 1-1

分析图 1-1 (a) 所示体系的几何组成。

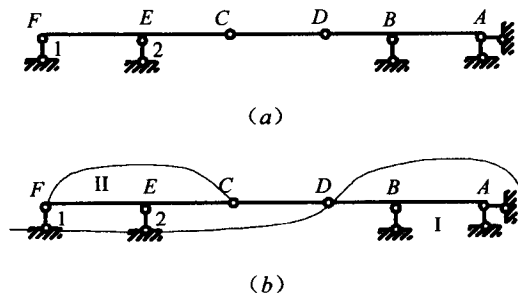


图 1-1

解：刚片 I 是由右边杆 ABD 通过三根链杆与大地之间简支形成；杆 FEC 为刚片 II。刚片 I 与刚片 II 之间用杆 1、杆 2 和杆 CD 三根链杆相联，按两刚片规则可知，体系几何不变，无多余约束，如图 1-1 (b) 所示。

题 1-2

分析图 1-2 (a) 所示体系的几何组成。

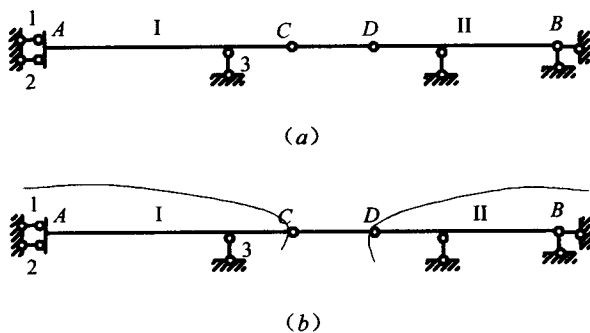


图 1-2

解：刚片 I 是由杆 AC 通过链杆 1、2、3 与大地相联，形成几何不变无多余约束；刚片 II 是由杆 BD 通过三根不相交的链杆与大地相联，形成几何不变无多余约束，它们生成一个大刚片；内部加链杆 CD ，为多余约束，故原体系为有一个多余约束的几何不变体系，如图 1-2 (b) 所示。

题 1-3

分析图 1-3 (a) 所示体系的几何组成。

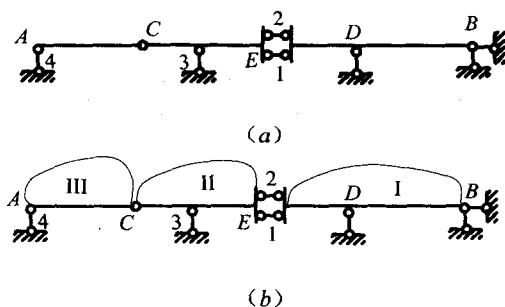


图 1-3

解：取右边杆 BD 为刚片 I，与大地不交于一点又不完全平行的三根链杆形成无多余约束几何不变部分；将此部分（包括大地）当作一刚片，它与刚片 II（取杆 EC 为刚片 II）又是用不交于一点又不完全平行的三根链杆 1、2、3 相联，符合两刚片法则，此部分又为几何不变无多余约束；再将大地、刚片 I、刚片 II 作为一刚片，它与刚片 III（取杆 AC 为刚片 III）用铰 C 和不通过铰 C 的链杆 4 相联接，符合两刚片法则，故原体系为无多余约束的几何不变体系，如图 1-3 (b) 所示。

题 1-4

对图 1-4 (a) 所示体系作几何组成分析。

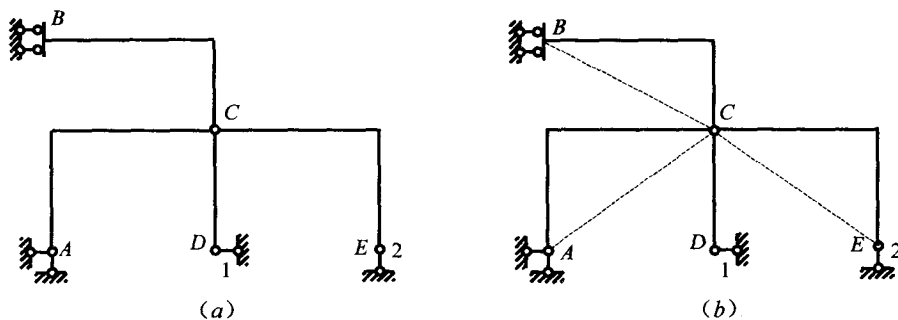


图 1-4

解：将折杆 $A-C$ 、 $B-C$ 和 $C-E$ 用直杆 AC 、 BC 和 CE 代替，同时视直杆 AC 和 BC 分别为刚片 I、II，如图 1-4 (b) 所示，大地为刚片 III，三刚片分别用铰 A 、 B 、 C 相联，三铰点不在一直线上，由三刚片规则得，所组成的体系为几何不变无多余约束；再逐渐增加由链杆 CD 和链杆 1，链杆 CE 和链杆 2 构成的二元体，故所组成的原体系为无多余约束的几何不变体系。

题 1-5

对图 1-5 (a) 所示体系作几何组成分析。

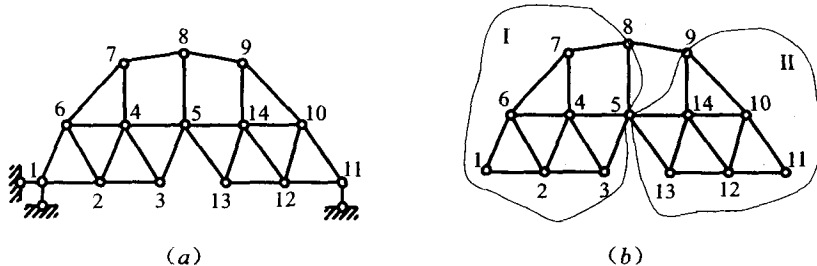


图 1-5

解：该体系由三根支座链杆将上部体系与大地联结，它符合两刚片规则，故可先撤去三根支座链杆，对上部体系进行分析，如图 1-5 (b) 所示。

内部分析：从小三角形 1-2-6 出发，不断增加二元体，即 6-4—2-4、6-7—4-7、4-3—2-3、4-5—3-5、7-8—5-8，形成刚片 I。同理，以另一小三角形 10-11-12 出发，不断增加二元体，形成刚片 II，如图 1-5 (b) 所示。刚片 I、刚片 II 用铰 5 及链杆 8—9 相联，由两刚片规则可知，上部为无多余约束的几何不变体系。再加上三根支座链杆后，仍为几何不变体系，故原体系为无多余约束的几何不变体系。

题 1-6

分析图 1-6 (a) 所示体系的几何组成。

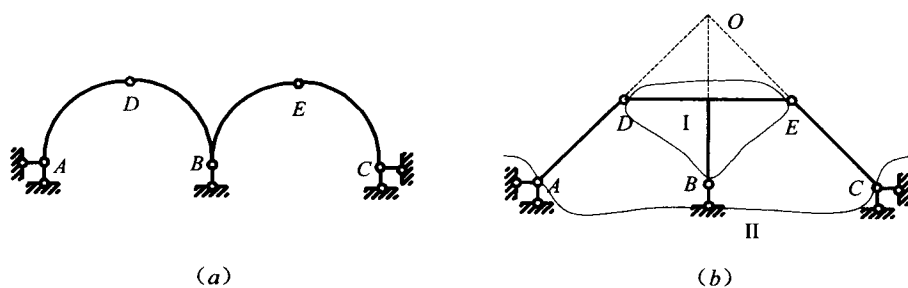


图 1-6

解：将曲杆 $A-D$ 、 $E-C$ 和 $D-B-E$ 分别用直杆 AD 、 EC 和 T 形直杆 DBE 代替，同时视 T 形直杆 DBE 为刚片 I，大地为刚片 II，如图 1-6 (b) 所示。刚片 I 与刚片 II 用三根全交于一点 O 的链杆相联，不符合两刚片法则，故该体系为瞬变体系。

题 1-7

对图 1-7 (a) 所示体系作几何组成分析。

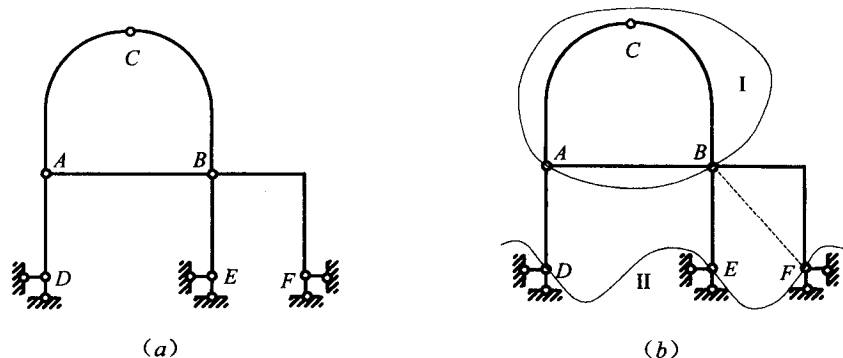


图 1-7

解：用直杆 FB 代替折杆 $F-B$ ，将 $A-B-C-A$ 视为刚片 I，大地为另一刚片 II，如图 1-7 (b) 所示，两刚片用不交于一点又不完全平行的三根链杆 AD 、 EB 、 FB 相联，由两刚片规则可知，该体系为无

多余约束的几何不变体系。

从以上两题不难看出，在几何组成分析中，常将曲杆用直杆代替后，再进行分析。

题 1-8

分析图 1-8 (a) 所示体系的几何组成。

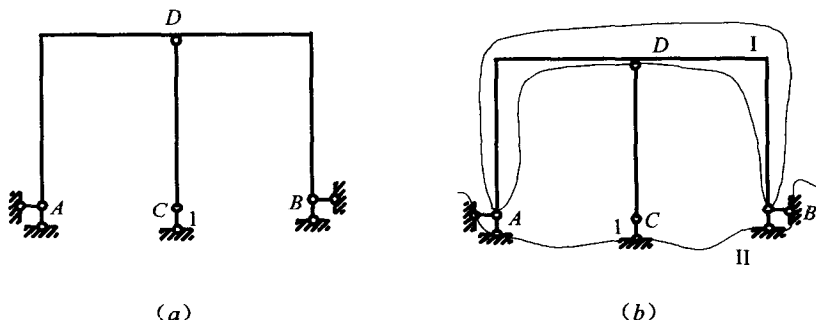


图 1-8

解：取 ADB 为刚片 I，大地为刚片 II，如图 1-8 (b) 所示，由刚片 I、II 和两固定铰 A 、 B 相联所组成的体系为几何不变，有一多余约束；用链杆 1、链杆 CD 相联交于结点 C ，链杆 1、链杆 CD 共线，体系几何可变，故原体系为几何可变。

题 1-9

试分析图 1-9 所示体系的几何组成。

解： AB 刚片固接于基础； CD 刚片由三根（杆 BC 和定向支座 D ）不全平行也不交于一点的链杆联结于几何不变体（ AB 基础）上； CE 刚片由 C 、 E 两铰联结于几何不变体上；故原体系为几何不变，且有一个多余约束。

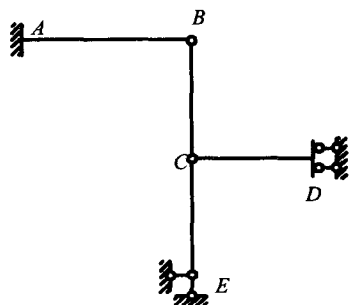


图 1-9

题 1-10

试分析图 1-10 (a) 所示体系的几何组成。

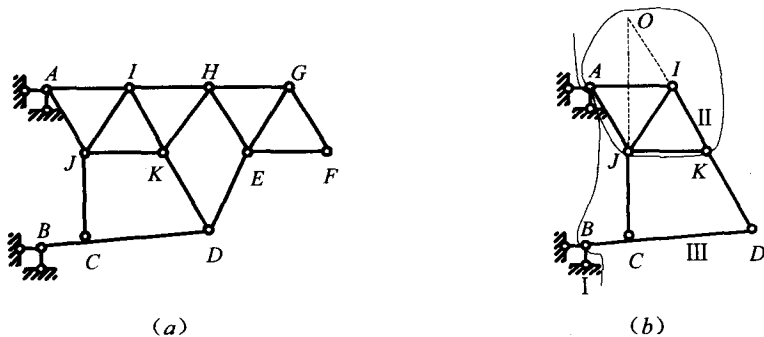


图 1-10

解：利用增加或减少二元体不改变体系的几何组成性质，逐次去掉 $EF-GF$ 、 $GE-HG$ 、 $DE-EH$ 、

$KH-IH$ 四个二元体, 原体系变为几何组成性质不变的新体系, 如图 1-10 (b) 所示。将大地、杆 BCD 和 AJK 分别视为刚片 I、II 和 III, 三刚片分别由两个实铰 A 、 B 和一个由链杆 CJ 、 DK 组成的虚铰 O 相联, 且三铰不在一直线上, 由三刚片规则可知原体系为无多余约束的几何不变体系。

题 1-11

对图 1-11 (a) 所示体系进行几何组成分析。

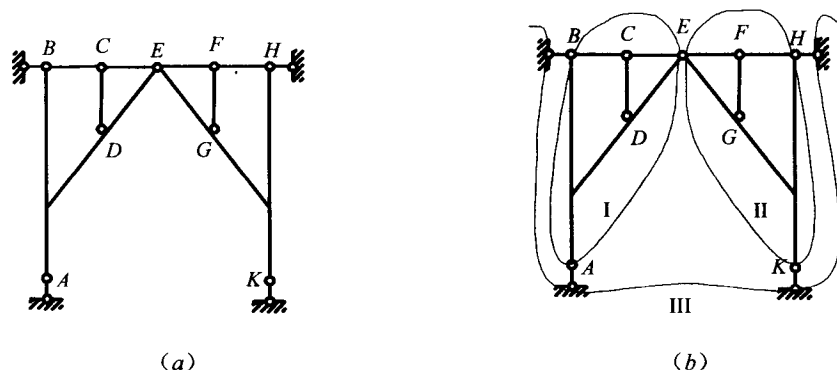


图 1-11

解: 将 Y 形直杆 $ABDE$ 视为刚片, 在此基础上用不共线的两链杆 BC 、 DC 固定 C 点, CE 为一多余约束, 组成大刚片 I; 同理, 将有一个多余约束的几何不变体 $KGEFH$, 视为大刚片 II; 大地视为刚片 III, 如图 1-11 (b) 所示。

刚片 I、刚片 II 之间由实铰 E 相联; 刚片 I、刚片 III 之间由 A 、 B 处两支座链杆构成的虚铰 (在 B 点) 相联结; 刚片 II、刚片 III 之间由 K 、 H 两支座链杆构成的虚铰 (在 H 点) 相联。三铰 E 、 B 、 H 共线, 故原体系为有两个多余约束的几何瞬变体系。

题 1-12

试分析图 1-12 (a) 所示体系的几何组成。

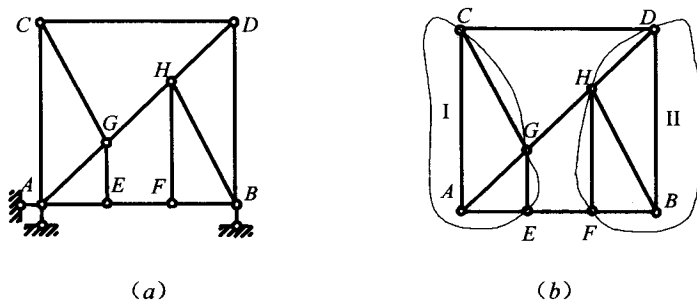


图 1-12

解: 本题是由三根支座链杆将上部体系与大地联结组成的, 它符合两刚片规则, 故可先撤去三根支座链杆, 再对上部体系本身进行分析, 如图 1-12 (b) 所示。

视 $ACGE$ 、 $BDHF$ 为刚片 I、II, 此两刚片由杆 CD 、杆 GH 、杆 EF 三根不交于一点也不平行的链杆

相联, 由两刚片规则得上部体系为无多余约束几何不变部分; 再加上三根支座链杆后仍几何不变。故原体系为几何不变, 且无多余约束。

题 1-13

试分析图 1-13 (a) 所示体系的几何组成。

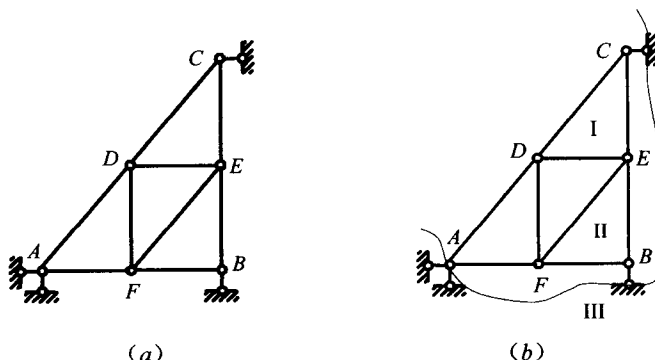


图 1-13

解: (1) 利用计算自由度进行分析

由于该体系为铰接链杆体系, 由计算自由度公式可得

$$W = 2 \times 6 - (9 + 4) = -1$$

上式表明体系的联系数目足够, 且有一个多余约束。

(2) 利用规则进行分析

分别取 CDE 、 BEF 和大地分别作为刚片 I、II、III, 如图 1-13 (b) 所示。刚片 I、刚片 II 由实铰 E 相联, 刚片 I、刚片 III 由杆 AD 与 C 处支座链杆形成的虚铰 C 相联, 刚片 II、刚片 III 由杆 AF 与 B 处支座链杆形成的虚铰 B 相联, 三铰在同一直线上, 且 DF 杆为多余约束。由三刚片规则可知, 原体系为有一个多余约束的几何瞬变体系 (若撤去 C 处发生恢复后, 也是无多余约束的几何不变体系)。

讨论: 在本题中 $W < 0$, 仅仅表明体系具备了几何不变体系所必需的约束, 即满足几何不变体系的必要条件, 但是当约束布置不当时, 可成为几何可变体系或瞬变体系。

题 1-14

试分析图 1-14 (a) 所示体系的几何组成。

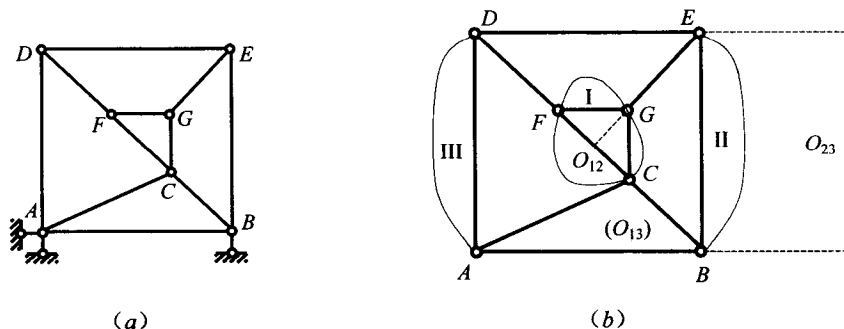


图 1-14

解：该体系由三根支座链杆将上部体系与大地联结，它符合两刚片规则，故可先撤去三根支座链杆，分析上部体系，如图 1-14 (b) 所示。

分别取链杆三角形 CFG 、杆件 BE 和杆件 DA 为刚片 I、刚片 II、刚片 III，三刚片的交点分别为 O_{12} 、 O_{13} (C)、 O_{23} ，其中铰 O_{23} 为无穷远处虚铰， $O_{12}O_{23}$ 的连线不平行与形成无穷远虚铰的链杆 DE 、 AB ，由虚铰为无穷远处的情况可知，上部体系为无多余约束几何不变部分，如图 1-14 (b) 所示；再加上三根支座链杆后仍几何不变。故原体系为几何不变，且无多余约束。

题 1-15

对图 1-15 (a) 所示体系作几何组成分析。 i 、 j 、 k 为搭接点。

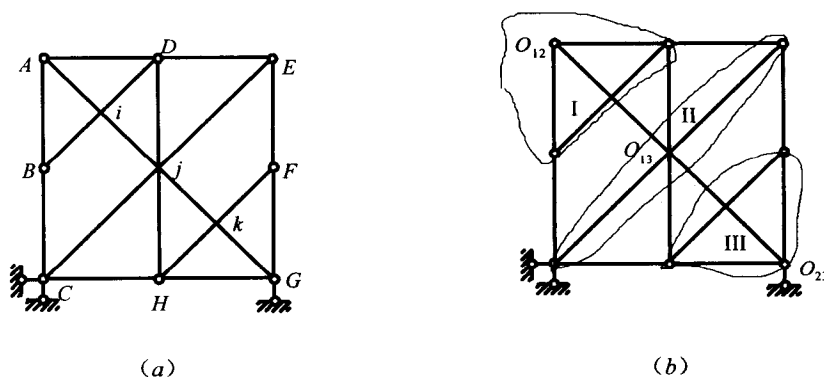


图 1-15

解：由两刚片规则，先撤去三根支座链杆，分析上部体系。

将 ABD 、 EC 、 FGH 分别视为刚片 I、刚片 II、刚片 III，刚片 I、刚片 II 由链杆 DE 、 BC 交于 O_{12} 点，刚片 II、刚片 III 由链杆 CH 、 EF 交于 O_{23} 点，刚片 I、刚片 III 由链杆 DH 、 AG 交于 O_{13} 点，如图 1-15 (b) 所示，此三刚片用在一条直线上的三个虚铰两两相联，上部体系为几何瞬变体系；再加上三根支座链杆后，不改变几何性质。故原体系为几何瞬变体系。

题 1-16

试分析图 1-16 (a) 所示体系的几何组成。

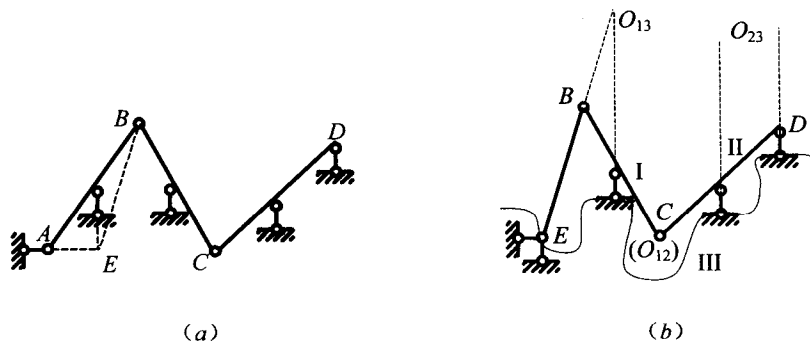


图 1-16

解：该体系不能直接按规则进行分析，应先作等效变换，再作分析。

等效变换是将体系中的某一无多余约束的几何不变部分，用另一个无多余约束的几何不变部分替换，并保持与其余部分的联系不变，体系的几何可变性不变。

图 1-16 (a) 中 AB 杆由水平链杆和竖向链杆交一虚铰 E 与大地相联，若用 BE 杆替换 AB 杆，作等效替换，原图可变为图 1-16 (b) 所示。

视杆 BC 为刚片 I，杆 CD 为刚片 II，大地为刚片 III。由图 1-16 (b) 可见，刚片 I、II 的交点为 O_{12} (C)；刚片 I、III 由两链杆相联，形成虚铰点 O_{13} ；刚片 II、III 由两链杆相联，形成虚铰点 O_{23} (无穷远)；三铰点 O_{12} (C)、 O_{13} 、 O_{23} 不在一直线上，故体系为无多余约束几何不变体系。

题 1-17

试分析图 1-17 (a) 所示体系的几何组成。

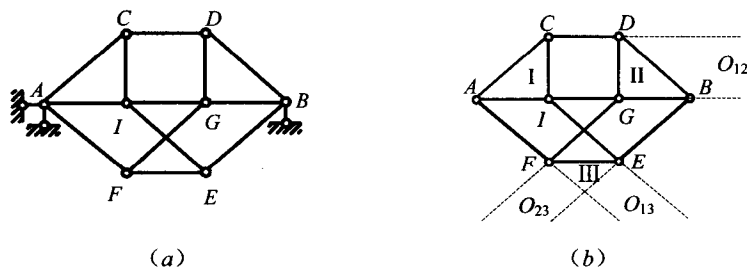


图 1-17

解：先撤去三根支座链杆，分析上部体系。

分别取 ACI 、 BDG 、 EF 为刚片 I、刚片 II、刚片 III，如图 1-17 (b) 所示。刚片 I、II 由杆 CD 、杆 GI 交于 O_{12} ，刚片 I、III 由杆 AF 、杆 IE 交于 O_{13} ，刚片 II、III 由杆 BE 、杆 GF 交于 O_{23} 。由于三个无穷远处的虚铰位于一直线上，上部体系为几何可变体系；再加上三根支座链杆后，不改变体系的几何可变性，故原体系几何可变。

题 1-18

试分析图 1-18 所示体系作几何组成分析。

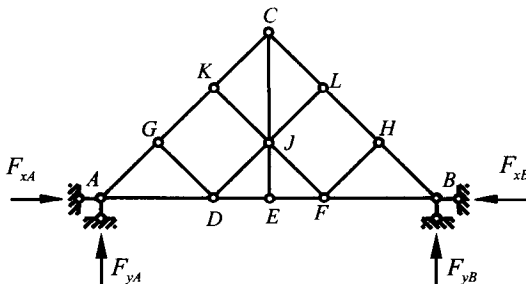


图 1-18

解：该铰接链杆体系无法用几何不变体系的简单组成规则进行组成分析。

先考察其自由度，结点数 $j=11$ ，链杆数 $b=18$ ，支座链杆数 $r=4$ ，故有

$$W=11 \times 2 - 18 - 4 = 0$$

因体系的自由度为零，可用零载法进行组成分析。设在零荷载下，支座 B 的水平反力为 $F_{xB} = H$ ，由体系整体平衡可知 $F_{xA} = H$ ， $F_{yA} = F_{yB} = 0$ ，进而利用结点平衡的特殊情况所得的结论，可知除了杆 AD 、 DE 、 EF 和 FB 的轴力均为 $-H$ 外，其余各杆轴力均为零。即体系在零荷载情况下，杆件 AD 、 DE 、 EF 和 FB 的内力和支座 A 、 B 的水平反力不为零仍可维持平衡，即存在非零内力和反力的解答，故该体系为瞬变体系。

第二章 静定结构内力计算

题 2-1

图 2-1 (a) 所示伸臂梁, 梁上 CE 段作用有均布荷载 $q = 2\text{kN/m}$, D 点作用集中力偶 $M = 3\text{kN}\cdot\text{m}$, F 点作用集中力 $F_P = 3\text{kN}$, 试绘内力图。

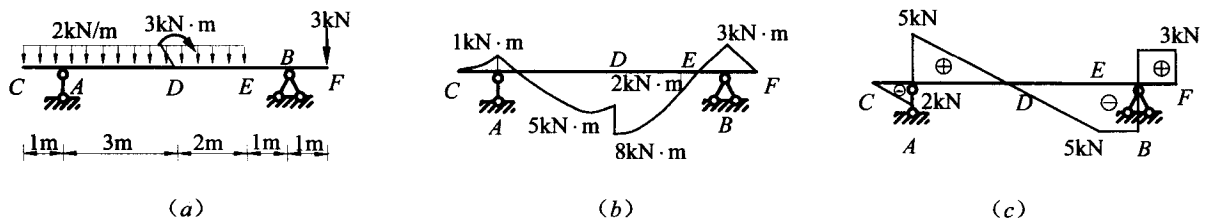


图 2-1

解: (1) 求支座反力

由 $\Sigma M_B = 0$ 可得

$$F_{yA} = 7 \text{ (kN)} \quad (\uparrow)$$

由 $\Sigma M_A = 0$ 可得

$$F_{yB} = 8 \text{ (kN)} \quad (\uparrow)$$

(2) 作出弯矩图

利用平衡方程, 求得各段弯矩值为

AC 段: $M_{CA} = 0$, M_{AC} (上拉) $= 1 \text{ (kN}\cdot\text{m)}$

AB 段: M_{AB} (上拉) $= M_{AC}$ (上拉) $= 1 \text{ (kN}\cdot\text{m)}$

$$M_{DA} = 7 \times 3 - 2 \times 4 \times 2 = 5 \text{ (kN}\cdot\text{m)} \text{ (下拉)}$$

$$M_{DB} = 7 \times 3 - 2 \times 4 \times 2 + 3 = 8 \text{ (kN}\cdot\text{m)} \text{ (下拉)}$$

$$M_{BA} = 3 \text{ (kN}\cdot\text{m)} \text{ (上拉)}$$

BF 段: $M_{BF} = 3 \text{ (kN}\cdot\text{m)} \text{ (上拉)}, M_{FB} = 0$

由此, 绘各杆段的弯矩图, 即可作出弯矩图如图 2-1 (b) 所示。

根据基本规则——在集中荷载作用处, 弯矩图形成尖角; 在均布荷载作用的区段, 弯矩图为抛物线的区段; 在集中外力偶作用处, 弯矩图有突变。

(3) 作出剪力图

利用平衡方程, 求得各段剪力值为

AC 段 $F_{QCA} = 0$, $F_{QAC} = 2 \times 1 = 2 \text{ (kN)} \quad (\uparrow)$

AB 段 $F_{QAB} = 7 - 2 = 5 \text{ (kN)} \quad (\uparrow)$, $F_{QBA} = 8 - 3 = 5 \text{ (kN)} \quad (\uparrow)$

BF 段 $F_{QBF} = 3 \text{ (kN)} \quad (\uparrow)$, $F_{QFB} = 3 \text{ (kN)} \quad (\uparrow)$

由此绘各杆段的剪力图, 即可作出剪力图, 如图 2-1 (c) 所示。

(4) 校核

对弯矩图可根据基本规则进行校核, 即在集中荷载作用处, 弯矩图形成尖角; 在均布荷载作用的区

段, 弯矩图为抛物线的区段; 在集中外力偶作用处, 弯矩图有突变。

对剪力图可根据基本规则进行校核, 即在集中荷载作用处, 剪力图有突变; 在均布荷载作用的区段, 剪力图为斜直线区段。

题 2-2

作图 2-2 (a) 所示多跨静定梁的内力图。

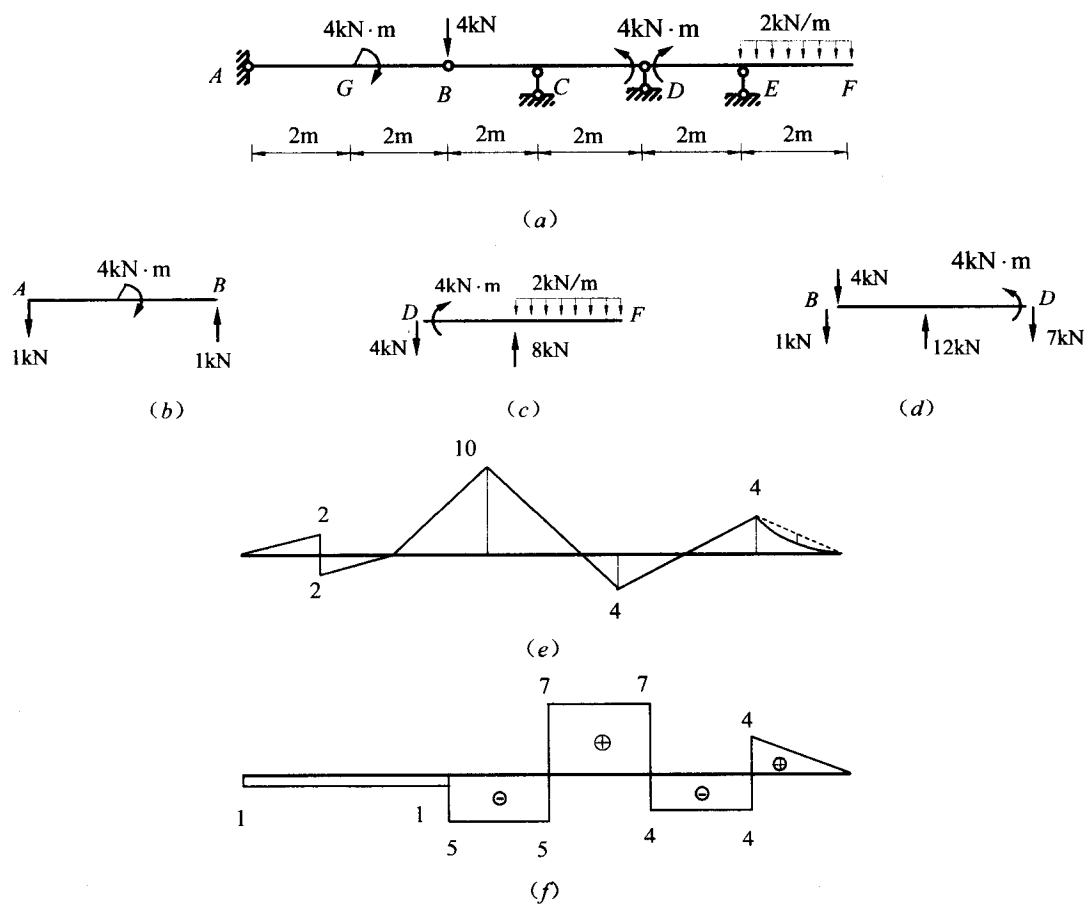


图 2-2

解: (1) 组成分析

由几何组成分析可知, AB 、 DF 部分为附属部分, BCD 部分为基本部分。计算顺序为 $AB-DEF-BCD$ 或 $BCD-DEF-AB$ 。

(2) 计算附属部分

取隔离体 AB 段, 利用平衡方程 $\sum F_y = 0$, $\sum M_A = 0$, 计算附属部分 AB 段, 得 F_{yA} 和 F_{yB} , 如图 2-2 (b) 所示。

取隔离体 DEF 段, 利用平衡方程 $\sum F_y = 0$, $\sum M_E = 0$, 计算附属部分 DEF 段, 得 F_{yD} 和 F_{yE} , 如图 2-2 (c) 所示。

将所得 F_{yB} 和 F_{yD} 反向传至 BCD 段。

(3) 计算基本部分

由平衡方程 $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma M_D = 0$, 得 C 、 D 点的支座反力; 基本部分 BCD 段的受力情况, 如图 2-2 (d) 所示。

(4) 计算内力, 作内力图

AB 梁段: A 、 B 为铰点, 弯矩为零。其中点受集中力偶作用, 弯矩图有突变值 $4\text{kN}\cdot\text{m}$ 。因此, 只需求得 M_{GA} (上拉) $= M_{GB}$ (下拉) $= 2\text{kN}\cdot\text{m}$, 便即可作出 AB 段弯矩图。

根据在无荷载作用的区段, 剪力图为一根与梁轴平行的直线; 在集中力偶作用, 剪力图没有变化。可知 AB 段剪力图为一直线, 其竖标值为 1kN [见图 2-2 (b)]。

BCD 梁段: B 、 D 为铰点。铰 D 左边受集中力偶作用, 弯矩图有突变 $M_{DC} = 4\text{kN}\cdot\text{m}$ (下拉), 点 B 的弯矩为零; BD 段的中点受 C 支座的支承, 即受集中荷载作用, 故弯矩图形成尖角, 其值为 $M_{CB} = M_{CD} = 10\text{kN}\cdot\text{m}$ (上拉); 然后将 M_{BC} 与 M_{CB} 、 M_{DC} 与 M_{CD} 用直线连接, 便可作出 BCD 段弯矩图。

根据在梁上集中荷载作用处, 剪力图有突变, 求出点 B 右截面、点 C 左右截面、点 D 左截面的剪力值 [见图 2-2 (d)], 故可绘出 BCD 段的剪力图。

DEF 梁段: 铰 D 右边受集中力偶作用, 弯矩图有突变 $M_{DC} = 4\text{kN}\cdot\text{m}$ (下拉); 在均布荷载作用的 EF 区段, 弯矩图为抛物线, 弯矩值 $M_{EF} = ql^2/2 = 4\text{kN}\cdot\text{m}$, $M_{FE} = 0$; 用直线连接 M_{DE} 、 M_{ED} , 可作出 DEF 段弯矩图。

在均布荷载作用的 EF 区段, 剪力图为斜直线区段; 在集中荷载作用 E 处, 剪力图有突变, 剪力图有突变值 8kN [见图 2-2 (c)], 故可绘出 DEF 段的剪力图。

将三段梁的弯矩图连在一起, 得到原多跨静定梁的弯矩图, 如图 2-2 (e) 所示; 将三段梁的剪力图连在一起, 得到原多跨静定梁的剪力图, 如图 2-2 (f) 所示。

讨论: 本题在 B 铰处作用一集中力、在 D 铰左右截面分别作用一集中力偶。计算时, 将 B 铰处的集中力作用于 B 铰左或 B 铰右均不影响计算结果。但是, 不能任意改变 D 铰处集中力偶的作用位置, 否则, 将导致错误的结果。

题 2-3

试根据图 2-3 (a) 给出的多跨静定梁的弯矩图轮廓, 标出相应的荷载形式 (JK 段弯矩图为对称的二次抛物线)。

解: 按先附属部分、后基本部分的计算原则, 对已知弯矩图确定其相应荷载的顺序应为:

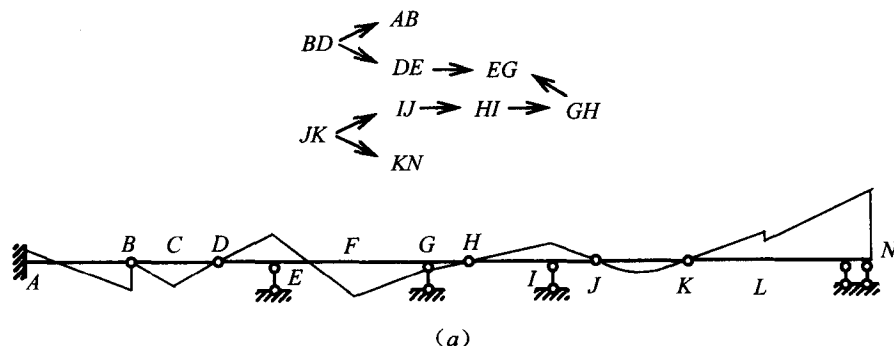


图 2-3 (一)