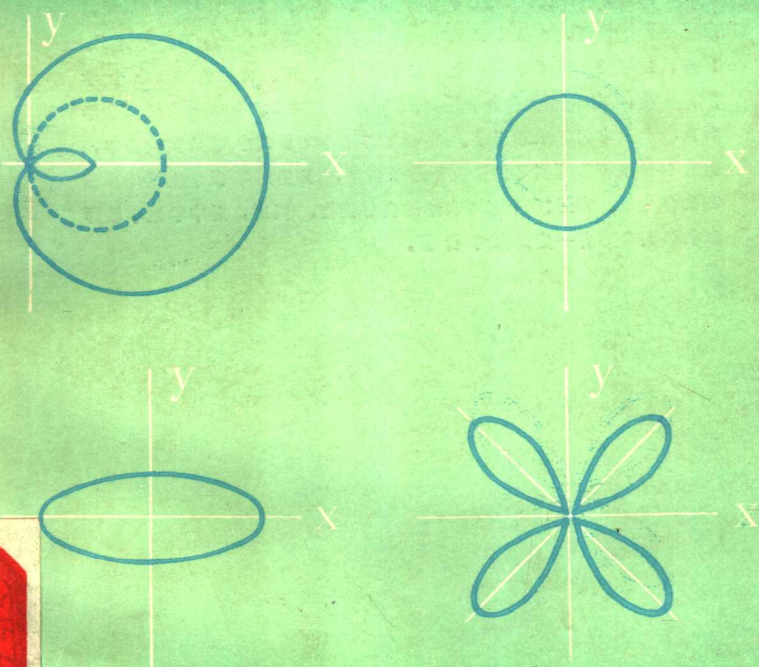


中学数学自学辅导教材 (修订二版)

代 数

第一册 (一) 课本

中国科学院心理研究所 卢仲衡 主编



地 质 出 版 社

88.735/23
172
C-1

有子书

中学数学自学辅导教材 (修订二版)

代 数

第一册 (一) 课本

中国科学院心理研究所 卢仲衡 主编
北京海淀区教师进修学校 张士充 审阅

地 质 出 版 社

中学数学自学辅导教材（修订二版）

代 数

第一册（一）课本

中国科学院心理研究所 卢仲衡 主编
北京海淀区教师进修学校 张士充 审阅

*

责任编辑：张 珣

地质出版社出版

（北京西四）

张家口地区印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·全国新华书店经售

开本：787×1092¹/₃₂ 印张共三册：18⁰/₁₆ 字数：410,000

1985年2月张家口修订二版·1985年2月第一次印刷

印数：1—200,085册（共三册） 定价：2.50元

统一书号：7038·新157 社目：120—301

内 容 简 介

本套教材按照中学数学教学大纲的要求编写，经教育部批准公开发表行，全套书共包括代数四册、几何两册以及配套使用的练习本和测验本，程度和内容基本和人民教育出版社编的初级中学数学课本一致，但富有学习心理学特点，能激发学习者的兴趣、自信心和主动精神，同时，便于因材施教和自学成才。本教材自1965年开始试用，进行过多次修订。本版本又在1984年修订版的基础上进行了校勘订正。目前，自学辅导教学法已在全国二十八个省、市、自治区的部分中学推广实验，在培养学生自学能力、形成自学习惯、自学能力迁移和学科全面发展方面的效果显著。本套教材可作为正式中学的实验课本，也可以在没有教师指导的情况下用于自学，又是同年级学生课外阅读和社会青年、青工、干部等自学的良好读物，同时，对中学数学教师和教研人员亦有一定的参考价值。

前 言

一、中学数学自学辅导实验教材是1965年由中国科学院心理研究所卢仲衡根据人民教育出版社课本内容，运用九条有效的学习心理学原则并结合我国优秀教师的教学经验，首次编写出的一种自学教材。使用这套教材的教学过程，由我国著名心理学家藩菽先生定名为“自学辅导教学”。

开始，这套教材每册有三个本子，一是课本，一是留有空白让学生做题的练习本，一是答案本，当时曾称“三本”教学（现在已把答案附在课本后面，增加了一个小测验本，即没有答案的练习题本）。1966年初在北京市女六中和西四中学与常规教学班级进行对比实验，效果略优于对比班，学生的学习时间对比班缩短四分之一以上。后由于十年动乱，实验被迫停止。1973年至1974年重新在北京一七二中和三中进行实验，在连续一年半的实验中，不仅获得与1966年实验的同样效果，而且学习者自学能力成长的速度对比班快多了。但是在“四人帮”的干扰破坏下，实验无法深入下去。1978年以来，在上级领导和各方面的支持下，我们又恢复并逐步扩大了实验，现已在全国二十八个省、市、自治区的几百个班级进行实验。由于使用这套教材的教学特点是在教师指导、辅导下以学生的自学为主，能充分调动学生的学习积极性和主动性，绝大多数实验班的学生在学业成绩、自学能力成长、自学能力迁移和学科全面发展四个指标上都取得了良好的效果。

1983年中国科学院心理研究所组织专家进行鉴定，结果表明，中学数学自学辅导教材和自学辅导教学法不仅确能提高实验班学生学习数学的能力，而且完全适用于青年自学和各种形式的成人教育。

二、使用这套教材做实验时，教师启发、指导、提问、答疑和小结等平均每课时约占10分钟左右的时间，而且这些活动都是在课时开始或结束前进行的，中间约有30分钟至35分钟让学生集中精力粗、细、精地阅读课本内容，接着做练习和对答案，中间不中断学生的思路，以便让快者快学，慢者慢学。学生学完老师规定的进度之后，可以自学参考书或人教社编的课本。学生自学时，老师可以巡回视察学生的学习情况并辅导差生。学生做练习，应在做完一大题所包含的全部小题以后再对答案，而不要做一小题就对答案，以免造成思维步子过小，影响思维能力的成长；但也不要全部做完一个练习再对答案，这样容易出现连锁性的错误（具有较好的数学才能的学生可以做完一个练习再对答案）。本套教材的使用方法详见《教育研究》1982年第11期“怎样进行自学辅导教学实验”一文，或看卢仲衡编的《中学数学自学辅导教学实验文选》第一集的最后一篇。

三、为了便于老师和学习者检查对自学教材的掌握程度，每学完一个小单元（几个练习）之后，就有一个小测验，测验题单独装订成册，由教师掌握。小测验是没有答案的，学生做完后交老师批改。个人自学的，可以互改或找高年级的学生帮助批改。每个小测验几乎都包含概念题、基本题、变式题和思考题（教师可以根据具体情况来增删），这样可以全面了解学习者掌握知识和思维能力发展的情况。教师对小测验题要认真详细地批改。对于多数学生没有掌握的

某类型题或带有普遍性的错误，老师可以进行复习性的讲述，务须使绝大多数学习者听懂为止。对于个别学习者出现的错误，则可在课上或课下进行个别辅导，不必进行全班讲述，以免影响大多数学生的时间。

四、练习本中间编有选作题，这是为那些精力有余、时间充分、喜欢探索的同学们准备的。感到学习吃力、时间不足的同学可以不做或少做。这些题目比较繁难，带有“*”号的题更难，学习者最好量力而为，否则不仅无益反而有碍于正常的学习。

五、这套中学数学自学辅导教材是参照人教社编的数学课本，经过改写、重写而成，1984年根据人教社最新版本的初级中学数学课本进行了修订。这次又对全书的文图做了校勘订正。代数第一册由卢仲衡、宋同莘编写，曾请严以诚、孙嘉谟等同志提过宝贵意见，特此致谢。由于水平所限，错误之处定然不少，请批评指正。

中国科学院心理研究所
数学自学辅导教学实验组

1985年2月

目 录

第一章 有理数

一、有理数的意义	1
1.1 相反意义的量	1
1.2 正数和负数	2
1.3 有理数	5
1.4 数轴	8
1.5 相反数和绝对值	11
1.6 有理数大小的比较	16
二、有理数加法	23
1.7 两个有理数的加法	23
1.8 三个以上有理数的加法及加法的运算律	33
三、有理数减法	40
1.9 有理数减法法则	40
四、有理数乘法	53
1.10 有理数乘法法则	53
1.11 三个或更多个有理数的乘法	58
1.12 乘法的运算定律	63
五、有理数除法	66
1.13 有理数除法法则	66
1.14 两个以上的有理数除法	71
六、有理数乘方	73
1.15 有理数乘方	73
1.16 有理数的混合运算	81

1.17 近似数和有效数字.....87

1.18 平方表和立方表.....89

小 结97

第二章 整式的加减

一、代数式99

2.1 用字母表示数99

2.2 代数式101

2.3 代数式的值110

二、整式的加、减法118

2.4 单项式119

2.5 多项式121

2.6 整式123

2.7 同类项123

2.8 单项式的加法128

2.9 单项式的减法130

2.10 去括号与添括号132

2.11 多项式的加减135

 (一) 多项式的加法135

 (二) 多项式的减法137

小 结139

第三章 一元一次方程

3.1 等式141

3.2 等式的性质142

3.3 方 程144

3.4 方程的解145

3.5 同解方程147

3.6 一元一次方程149

3.7 一元一次方程的解法149

3.8 一元一次方程的应用160

小 结	191
第四章 一元一次不等式	
4.1 不等式	193
4.2 不等式的性质	194
4.3 绝对不等式和条件不等式	198
4.4 不等式的解集与解不等式	200
4.5 同解不等式	201
4.6 一元一次不等式和它的解法	204
小 结	212
练习题答案	
第一章 有理数	215
第二章 整式加减法	245
第三章 一元一次方程	259
第四章 一元一次不等式	272

第一章 有理数

一、有理数的意义

1.1 相反意义的量

某天中午的气温是零上 8°C ，如果气温从中午到下午下降了 5°C ，用算术里学过的减法计算就是： $8 - 5 = 3$ ，由此可以知道，下午的温度是零上 3°C 。如果晚上的气温比中午下降了 8°C ，用算术里学过的减法计算就是： $8 - 8 = 0$ 。如果半夜的气温比中午下降了 11°C ，也就是从零上 8°C 开始下降，下降了 11°C ，那么，半夜的气温该是多少呢？照过去的办法列出式子，就得到： $8 - 11$ 。

但是，在这个式子里被减数8小于减数11。想一想，你会计算这道题吗？你一定回答：“不会！”。因为用小学算术的计算方法不能解决这个问题。现在开始学代数，我们将要学会怎样计算这一类数目。

对于这个问题，只要看一看温度计(图1-1)旁的箭头就会知道结果是什么了。从零上 8°C 下降 11°C ，在温度计上是零下 3°C 。要知道，从零上 8°C 下降 8°C 在

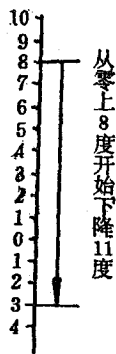


图1-1

温度计上就已经是零度，那么，再下降 3°C 就一定是零下 3°C 。

我们知道，零上 3°C 和零下 3°C 虽然表示同一种量，但是它们的意义却是相反的，一个在零度的上面，一个在零度的下面。

在实际生活中，许多量都会有两种相反的意义。比如（产量）增加32亿斤与减少33亿斤，（现金）收入70.42元与支出63.78元，（高度）上升800米和下降400米，（路程）前进 $3\frac{1}{2}$ 公里和后退 $1\frac{1}{2}$ 公里，（货物）运进152吨和运出780吨等，都是具有相反意义的量。

为了区别具有相反意义的量，我们把某种量的一种意义（如零上、增加、上升、前进、收入、运进等）规定为正的，而把相反的一种意义（零下、减少、下降、后退、支出、运出等）规定为负的（这种规定要记住）。

（翻开练习本做练习一）

1.2 正数和负数

在上节中学到的相反意义的量，指的是同一种量而具有两个相反的意义。若把一个意义规定为正，则另一个与它相反的意义就规定为负。以前，为表示各种量，我们采取用算术数（我们暂时把小学里学过的零、自然数和分数总称为算术数）附上单位的办法，如800米，63.78元等等。这对只考虑一种量的一个意义是行得通的。以后会遇到需要同时考虑一种量的两个相反意义的情况。如路程问题中既有前进，又有后退，只用算术数和单位（如800米）就不能加以区别了，除非每次都加上前进、后退等麻烦的字眼。

怎样解决这个问题呢？数学中常用的办法是：用抽象的

符号代替具体的字词；用不同的符号区别不同的意义。在这里，我们把“+”（读作正）号写在算术数前面，叫做正数（零除外），如 $+800$ 、 $+3\frac{1}{2}$ 、 $+70.42$ 等都表示正数，把“-”（读作负）号写在算术数（零除外）前面，叫作负数，如 -400 、 $-1\frac{1}{2}$ 、 -63.78 等都表示负数。我们用正数和（各种）单位表示（各种）正量，用负数和（各种）单位表示（各种）负量。如用 $+800$ 米表示上升800米（为正量），则用 -800 米表示下降800米（为负量）；用 $+3^{\circ}\text{C}$ 表示零上 3°C （为正量），则用 -3°C 表示零下 3°C （为负量），等等。这就是用抽象符号“+”或“-”分别代替了具体字词“上升”、“零上”或“下降”、“零下”，等等。用符号“+”与“-”来区别数或量的两种相反的意义，“+”号与“-”号称为性质符号。

以前，我们用十进位记数法表示算术数，如5、60、 $\frac{3}{4}$ 、2.5等，现在我们又学了正数和负数。怎样表示它们呢？用在算术数（零除外）前面附上性质符号的办法，即用 $+5$ 、 $+60$ 、 $+\frac{3}{4}$ 、 $+2.5$ 等表示相应的正数；用 -5 、 -60 、 $-\frac{3}{4}$ 、 -2.5 等表示相应的负数。特别要注意的是，零既不是正数也不是负数。

（翻开练习本做练习二）

我们学过，对于各种量，在取定单位后，表示正量可用正数，表示负量可用负数。根据前面的例子，零上的度数用正数来表示，零下的度数用负数来表示，在它们之间以零度为基准，用0来表示。又如平整土地，挖方数用正数来表示，填方数用负数来表示，以地平线为基准，地平线用0来表

示。又如水库的水位，基准是水位线，用0来表示，水位线以上的水位用正数来表示，水位线下的水位用负数来表示。许多这种表示相反意义的量的基准都用0来表示。

如果规定，中午以后的时间为正，中午以前的时间为负，以中午的时间为基准，那么，这里的中午时间应当怎样来表示？请看下面的例题（不看解答，自己先做题，看自己能否用新学的知识解决问题，且不出错）：

例1 如果把中午以后的时间规定为正的，那么午后3小时、午前2小时和中午各应当怎样表示？

解：午后3小时记作+3小时，午前2小时记作-2小时，中午记作0小时。

例2 如果把向东的方向规定为正的，那么走+5公里、走-6公里、走0公里的意义各是什么？

解：走+5公里就是向东走5公里；走-6公里就是向西走6公里；走0公里就是在原地不动。

例3 如果把挖土厚度规定为正的，填土厚度规定为负的，那么红旗生产队在平整土地时，有的地方比规定高度低0.3米，需要填土；有的地方比规定高度高0.47米，需要挖土。应当怎样表示0.3和0.47？

解：规定的高度为0，填土高度用-0.3米表示；挖土深度用+0.47米表示。

例4 说明下面这些话的意义：

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| (1) 温度上升 $+3^{\circ}\text{C}$ ； | (2) 温度下降 $+3^{\circ}\text{C}$ ； |
| (3) 温度上升 -3°C ； | (4) 收入 $+4.25$ 元； |
| (5) 支出 $+4.2$ 元； | (6) 收入 -4.2 元； |
| (7) 运进 $+\frac{1}{2}$ 吨货物； | (8) 运出 $+\frac{1}{2}$ 吨货物； |

(9) 运进 $-\frac{1}{2}$ 吨货物； (10) 前进+15米；

(11) 后退+15米； (12) 前进-15米。

- 解：(1) 温度上升+3℃就是上升3度；
(2) 温度下降+3℃就是下降3度；
(3) 温度上升-3℃就是下降3度；
(4) 收入+4.25元就是收入4.25元；
(5) 支出+4.2元就是支出4.2元；
(6) 收入-4.2元就是支出4.2元；
(7) 运进 $+\frac{1}{2}$ 吨货物就是运进 $\frac{1}{2}$ 吨货物；
(8) 运出 $+\frac{1}{2}$ 吨货物就是运出 $\frac{1}{2}$ 吨货物；
(9) 运进 $-\frac{1}{2}$ 吨货物就是运出 $\frac{1}{2}$ 吨货物；
(10) 前进+15米就是前进15米；
(11) 后退+15米就是后退15米；
(12) 前进-15米就是后退15米。

希望你好好地比较上面那些话的意义。

(翻开练习本做练习三)

1.3 有理数

在学习过程中，数学的一些概念是不断扩展的，不知你是否注意到了这一点。所谓扩展，第一个意思是它概括的内容在逐渐增加，第二个意思是它的含义在逐渐丰富。就拿“数”这个概念来说吧，以前学过算术数，现在又增加了正数

和负数。这里再提醒你注意：到目前为止，我们总要求在算术数前加“+”号，表示正数。以后表示正数，有时可以省略“+”号，这就和算术数（零除外）一样了，可以把算术数（零除外）也看做正数。但表示负数时，“-”号却不能省略，切记！

再看数“0”这个概念，它也有了新的含义。它以前只代表“没有”的意思，而现在呢？前面讲过，用0和相应单位也可以表示具有相反意义的量的基准。例如：0℃表示温度计上的零度，温度变化为0℃表示温度既没上升又没下降；0公里表示路程的起点，走0公里表示既没前进也没后退等等。若不注单位，0表示一个数，它既不是正数，也不是负数。但是，它是一个整数。

这样，+1，+2，+3，+4（或1，2，3，4）……是正整数；-1，-2，-3，-4……是负整数。正整数（看作算术数的一部分）我们在小学里学过，而负整数则是刚学过的。

$+\frac{1}{2}, 5\frac{3}{8}, 21\frac{1}{3}$ （或0.5，5.375，21. $\dot{3}$ ）……是正分

（或正小数）； $-\frac{1}{2}, -5\frac{3}{8}, -21\frac{1}{3}$ （或-0.5，-5.375，-21. $\dot{3}$ ）……是负分数（或负小数）。我们在小学就学过正分数（或正小数）（看作算术数），而负分数（或负小数）是在代数里刚学的数。分数和小数是相通的，分数可以变成小数，有限小数和无限循环小数也可变成分数。

学到这里，我们把在小学校算术里学过的数（零、正整数、正分数）和现在在代数里学的数（负整数、负分数）统称为有理数。换一句话说，有理数包括整数和分数（见下页表）。

有理数	整数	正整数(自然数): 如1, 2, 3, ……
		负整数: 如-1, -2, -3, ……
		零: 0
	分数	正分数: 如 $\frac{1}{2}$, $4\frac{2}{3}$, 0.63, 2.3, ……
负分数: 如 $-\frac{1}{2}$, $-4\frac{2}{3}$, -0.63, -2.3, ……		

应该记住上表, 并且要特别注意整数包括0. 如果说有理数包括正数和负数, 就应该指出有理数还包括0, 按这种分法可列表如下:

有理数	正数	正整数(自然数): 如1, 2, 3, ……
		正分数: 如 $-\frac{1}{2}$, $4\frac{2}{3}$, 0.63, 2.3, ……
	0	(既不是正数, 也不是负数)
	负数	负整数: 如-1, -2, -3, ……
负分数: 如 $-\frac{1}{2}$, $-4\frac{2}{3}$, -0.63, -2.3, ……		

请比较一下这两个表, 实质上它们所概括的内容是一样的, 不同的只在于: 如果说有理数包括整数和分数, 就不必指出0了, 因为整数包括0; 如果说有理数包括正数和负数, 就必须指出0, 因为0既不是正数, 也不是负数. 按照前表来说, 有理数包括整数和分数; 按照后表来说, 有理数包括正数、0和负数.

注意 整数也可以看作是分母为1的分数, 因此分数包括整数. 有时为了研究需要, 也把整数和分数分开, 这里的分数是指不包括整数的分数.