王后雄学案

教材完全解读

总策划：熊 辉

修订版

高一数学（下）

丛书主编：王后雄
本册主编：田祥高

X导航 丛书系列

中国青年出版社

王后雄学案

教材完全解读

高一数学（下）

主编：田祥高

编委：陈小雷　梅　晶　夏海军　姜　可　邵海建　黄浩胜　田　军　吴支明　陈　芳　占　华　余方圆　周金涛　王长发　郭倩芳　王国华　胡清华　管一新

导航丛书系列

中国青年出版社

(京)新登字 083 号

图书在版编目(CIP)数据

教材完全解读. 高一数学. 下：2007 年修订版/田祥高主编. —4 版. —北京：
中国青年出版社，2006
ISBN 7-5006-5518-5

Ⅰ.教... Ⅱ.田... Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料 Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 113920 号

策　　划：熊　辉
责任编辑：李　杨
封面设计：小　河

教材完全解读
高一数学

中国青年出版社出版 发行
社址：北京东四 12 条 21 号　邮政编码：100708
网址：www. cyp. com. cn
编辑部电话：(010)64034328
北京中青人出版物发行有限公司电话：(010)64066441
聚鑫印刷有限责任公司印制　新华书店经销
889×1194　1/16　12 印张　323 千字
2006 年 10 月北京第 4 版　2006 年 12 月第 9 次印刷
印数：148001—163000 册
定价：17.70 元
本书如有任何印装质量问题，请与出版处联系调换
联系电话：(010)84035821

学考新捷径：《教材完全解读》

——— 中学教材诠解学生版

在现行的教育体制下，掌握教材是学习的根本。优秀的成绩源于对课堂知识的深入体会；源于对课本内容的理性认识；源于对平常知识的点滴累积。基于这种思想，X导航课研组于2003年7月隆重推出《教材完全解读》。至今已历经数次修订再版，该书以“透析全解、双栏对照、服务学生”为宗旨，助您走向成功。

为了让您更充分地理解本书的特点，请您在选购和使用本书时，先阅读本书的使用方法图示。

1 重难点聚集

2 方法·技巧平台

3 综合·创新拓展

考点解读—“考试解题思维”、“答题要点”，考试解题、答题技巧尽在其中！

4 能力·题型设计

掌握考试题型变化趋势，体现实践、综合、创新能力。对考试能力题型设计进行了科学的探索和最新的预测。

名师诠释

讲例对照、双栏排版、双色凸现“解题思维”、“解题依据”和“答题要点”，有效地理清解题思路，提高解题效率。

点击考点

双色凸现测试要点，方便您查阅解题依据，与讲例相互印证。

当解题无措时，建议您参照提示，在“考点解读”栏中寻找解题依据和思路。

教材课后习题解答

详细解答课本课后习题——课后习题完全解密！

答案与提示

以高考“标准答案”为准，解题科学、精炼，帮您养成规范答题的良好习惯，使您在考试答题中避免不必要的失分。

最新5年高考名题诠解

汇集高考名题，讲解细致入微，教纲、考纲，双向例释；练习、考试，讲解透彻；多学、精练，效果显著。

谨此，预祝您在学习和考试中取得好成绩！

《X导航·教材完全解读》丛书主编 王后雄

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

X导航丛书系列

世界由心开始

X导航——用心著书，用心育人

故事中的世界里有一对象征幸福的青鸟，每个人都在耗尽毕生的精力去努力寻找……

X导航——致力于收获每一位学生的笑脸：每一张洋溢着幸福与希冀的笑脸；每一张写满骄傲与自豪的笑脸；每一张实现梦想后成功与满足的笑脸，这是我们的青鸟。

你的呢……

X导航丛书最新图书——高考专辑

《课标导航·高中基础知识手册》

《语文》 《生物》
《数学》 《政治》
《英语》 《历史》
《物理》 《地理》
《化学》

《三基知识手册》

《语文》 《生物》
《数学》 《政治》
《英语语法》《历史》
《英语词汇》《地理》
《物理》
《化学》

《高考完全解读大纲版》

《语文》 《生物》
《数学》 《政治》
《英语》 《历史》
《物理》 《地理》
《化学》

《高考完全解读课标版》

《语文》 《生物》
《数学》 《政治》
《英语》 《历史》
《物理》 《地理》
《化学》

《高考完全解读·2轮专题》

《语文》 《化学》
《数学》文科 《生物》
《数学》理科 《政治》
《英语》 《历史》
《物理》 《地理》

《高考总复习·1轮集训》

《语文》AB卷 《生物》AB卷
《数学》AB卷 《政治》AB卷
《英语》A卷 《历史》AB卷
《物理》AB卷 《地理》AB卷
《化学》AB卷

《高考解读·导航7卷》

第1辑——真题启航（2月出版）

展现最新高考复习动态及试题测试结果，名校名师专家诊断、科学检测复习效果。

第2辑——信息优化（3月出版）

汇集各地最新考试命题信息，由资深命题专家根据高考复习进度与要求，对其进行甄选、优化与重组，去伪存真，传递权威考试资讯。

第3辑——聚焦考纲（4月出版）

精选全国各大名校最新优秀试卷，集中展现2006年《考试大纲》继承与创新之精粹。

第4辑——专家押题（5月出版）

资深命题专家原创，权威预测高考试题，揭密高考命题思路，为备考提供最具价值的高考信息及科研成果。

涵盖以下科目

《语文》《数学》《英语》《物理》《化学》《生物》
《政治》《历史》《地理》《文科综合》《理科综合》
《文理大综合》

读者反馈表

您只要如实填写以下几项并寄给我们，将有可能成为最幸运的读者，丰厚的礼品等着您拿，数量有限（每学期50名）一定要快呀！

您最希望得到的**礼品** 200元以下（请您自行填写）

A ____________ B ____________ C ____________

您的个人资料（请您务必填写详细，否则礼品无法送到您的手中）

姓名：	学校：	联系电话：
邮编：	通讯地址：	
职业： 教师 □	学生 □	调研员 □
您所在学校现使用的教材版本		
语文：	数学：	英语：
物理：	化学：	生物：
政治：	历史：	地理：
请在右栏列举3本您喜爱的教辅（参）		
您发现的本书错误：		
您对本书的意见或建议：		

以下为地址，请剪下贴在信封上

信寄：湖北省武汉市江汉区长江日报路图书大世界湖滨路11号"X导航教育研发中心"收

邮编： 430015

X导航丛书系列最新教辅

讲 《中考完全解读》 复习讲解——紧扼中考的脉搏

练 《中考总复习课时40练》 难点突破——挑战思维的极限

讲 《高考完全解读》 精准解析——把握高考的方向

练 《高考总复习·1轮集训》 阶段测试——进入实战的演练

专 《高考完全解读·2轮专题》 专项复习——攻克难点的冲刺

讲 《教材完全解读》 细致讲解——汲取教材的精髓

例 《三基知识手册》 透析题型——掌握知识的法宝

练 《创新作业本》 夯实基础——奠定能力的基石

伴随着新的课程标准问世及新版教材的推广，经过多年的锤炼与优化，数次的修订与改版，如今的“X导航”丛书系列以精益求精的质量、独具匠心的创意，已成为备受广大读者青睐的品牌图书。今天，我们已形成了高效、实用的同步练习与应试复习丛书体系，如果您能结合自身的实际情况配套使用，一定能取得立竿见影的效果。

目 录

知识与方法
阅读索引

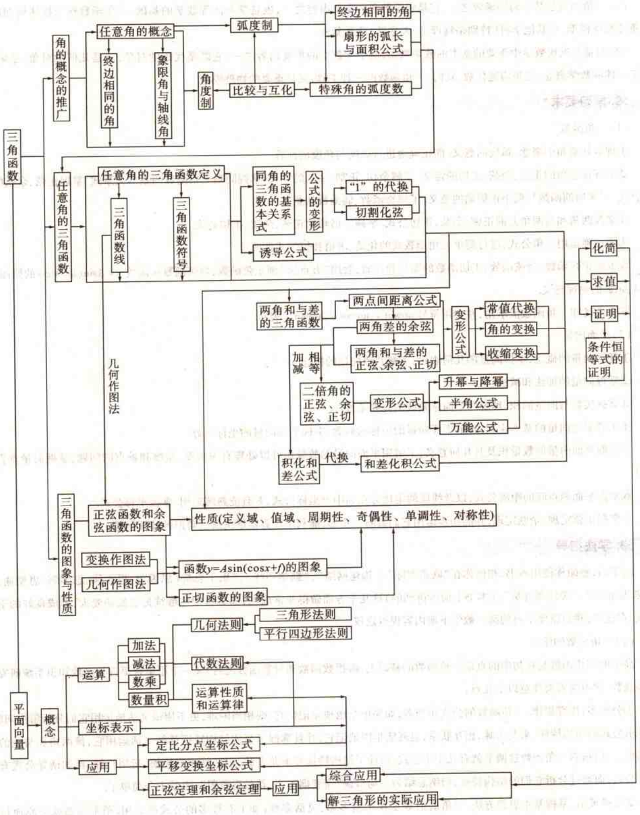
第四章 三角函数

阅读索引

第五章 平面向量

教材知识体系·名师学法指津

一、全书知识结构图解



二、学法指津

1. 地位和作用

(1)三角函数是基本初等函数之一，它是中学数学的重要内容之一，也是学习高等数学的基础. 三角函数作为描述周期现象的重要数学模型，与其他学科(特别是物理学、天文学)联系紧密.

(2)向量是近代数学中重要的基本的数学概念，是中学数学的重要内容之一，它既是代数的对象，又是几何的对象，是集数、形于一体的数学概念，它是沟通代数、几何、三角函数的一种工具，又是重要的物理模型.

2. 学习要求

(1)三角函数

①理解任意角的概念、弧度的意义. 能正确地进行弧度与角度的换算.

②掌握任意角的正弦、余弦、正切的定义. 了解余切、正割、余割的定义. 掌握同角三角函数的基本关系式. 掌握正弦、余弦的诱导公式. 了解周期函数与最小正周期的意义. 了解奇函数、偶函数的意义.

③掌握两角和与两角差的正弦、余弦、正切公式. 掌握二倍角的正弦、余弦、正切公式.

④能正确运用三角公式，进行简单三角函数式的化简、求值和恒等式证明.

⑤了解正弦函数、余弦函数、正切函数的图象和性质，会用“五点法”画正弦函数、余弦函数和函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的简图，理解 A,ω,φ 的物理意义.

⑥会由已知三角函数值求角，并会用符号 $\arcsin x$、$\arccos x$、$\arctan x$ 表示.

(2)平面向量

①理解向量的概念，掌握向量的几何表示，了解共线向量的概念.

②掌握向量的加法和减法.

③掌握实数与向量的积，理解两个向量共线的充要条件.

④了解平面向量的基本定理，理解平面向量的坐标的概念，掌握平面向量的坐标运算.

⑤掌握平面向量的数量积及其几何意义，了解用平面向量的数量积可以处理有关长度、角度和垂直的问题，掌握向量垂直的条件.

⑥掌握平面两点间的距离公式，以及线段的定比分点和中点坐标公式，并且能熟练运用. 掌握平移公式.

⑦掌握正弦定理、余弦定理，并能初步运用它们解斜三角形，能利用计算器解决解三角形的计算问题.

3. 学法指导

同学们，感谢你使用本书，相信你在“联系实际”、“构建网络”、“勤学巧练”、“乐于思辨(思因果、思规律、思多解、思变通、思归类、思错误”、“关注新课标”，(本书上册所讲到的)这几个方面做得非常成功，那么希望你继续把它发扬光大，形成良好的学习习惯. 在这里，我只就要学习的高一数学下册内容提点建议.

(1)三角函数的学习

高中的三角函数是在初中的直角三角函数的基础上，继指数函数和对数函数之后，又一个用集合语言与函数知识系统研究的重要函数. 学习时需要注意以下几点：

①公式多，探究规律. 三角函数的公式相当多，如果单个地独立记忆它，则相当困难，更不用说灵活地运用它们分析解决问题. 而探求公式的结构特征、来龙去脉、相互联系，也就能牢固地记住它，并且掌握了公式结构特征就能灵活运用它，像两角和与差的三角函数、二倍角的三角函数这两节就有几十个公式，抓住了结构特征和来龙去脉，记忆就相当轻松，运用自如. 再如诱导公式有几十个公式，而通过分析它们的结构特征，归纳总结为一句口诀“奇变偶不变，符号看象限”，也就十分简单了.

②变换灵活，掌握基本思想方法. 三角的恒等变换丰富多彩，灵活多变，加上有较多的公式可运用，稍不注意就会原地打转

（即将多个公式变形后又变回原来的形式）.而掌握一些基本的三角恒等变换思想方法，就能迅速地直抵化简的目的地，快速地解题.其常用的三角恒等变换有：切割化弦、常值代换、降幂与升幂、收缩代换、角的代换、和差与积的互化.

③性质多，以形助数.三角函数的性质更加丰富，而抓住三角函数的图象就能形象地牢固地记忆这些性质，并且利用三角函数的图象直观地分析问题，具有事半功倍之效.

（2）平面向量的学习

平面向量是数学中一个重要概念，向量知识与方法不仅仅与数学学科内的许多内容（如函数、三角函数、平面解析几何等）有联系，而且与物理以及实际问题有密切联系，因而平面向量成为新的高考热点.学习时应注意以下几点：

①关注向量与实数的关系.向量是具有大小和方向的量，它不同于实数（仅有大小），但也有千丝万缕的联系.因此如果我们在学习过程中，注意探究它们之间的联系与区别，就能使我们的学习有事半功倍之效，而且不易掉进误区.如把向量看作是一个量、一个整体，则平面向量的线性运算（加法、减法、数乘）就可以类比于实数一样地进行，这样以旧带新就为我们学习平面向量带来了捷径，但另一方面平面向量毕竟不是实数，它还是有方向，因而它还有许多不同于实数运算的地方，像实数的结合律就不满足平面向量的数量积（而这一点是高考的一个热点），因此准确把握了平面向量与实数的不同之处，就为我们高质量地学习平面向量提供了有效途径.

②注重平面向量的应用.平面向量的数与形的紧密结合，为我们解决其他许多数学知识提供了有力的工具，加上现在的高考命题注重"在知识的交汇处设计试题"，因而平面向量与函数、三角函数、解析几何等知识综合在一起的问题频频出现在高考中，成为新的热点.如何在新学平面向量的过程中提高自己的这种综合能力呢？一个有效途径是：关注平面向量的应用功能.如学习了平面向量的直线定理及三线定理的坐标表示后，就应该知道利用它们可以解决有关平行的问题；再如利用平面向量的数量积，可以解决长度、两点间的距离、夹角以及垂直等问题.

③掌握平面向量的应用性知识.在平面向量这一章中，我们将会学习由平面向量所导出的定比分点坐标公式、平移坐标公式以及正弦定理、解斜三角形等知识，这些知识具有广泛的应用性，是高考的热点，因此我们必须认真学习好这些知识，并准确地把握它.其中解三角形时一定要注意解的情况的判定，要体会向量在解斜三角形中的应用，通过解斜三角形的应用举例，进一步提高分析、解决实际问题的能力.

第四章 三角函数

第一节 角的概念的推广

重难点聚焦

1. 任意角的概念

(1)角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形.

(2)正角:按逆时针方向旋转形成的角.

(3)负角:按顺时针方向旋转形成的角.

(4)零角:一条射线没有作任何旋转,我们称它为零角.

注意:(1)角度的范围再不限于$0°\sim360°$.

(2)角的概念是通过角的终边的运动来推广的,根据角的终边的旋转"方向",得到正角、负角和零角,由此我们应当意识到角的终边位置的重要性.

(3)当角的始边相同时,角相等,则终边相同;终边相同,而角不一定相等.

例如:若$90°<\beta<\alpha<135°$,则$\alpha-\beta$的范围是______,$\alpha+\beta$的范围是______.

解:$\because 90°<\beta<\alpha<135°$,

则有 $90°<\beta<135°$, ①

$90°<\alpha<135°$, ②

$0°<\alpha-\beta$, ③

$-135°<-\beta<-90°$. ④

由②、③、④得 $0°<\alpha-\beta<45°$,

由①、②得 $180°<\alpha+\beta<270°$.

点评:在给定角的范围的条件下,求两角和、差,可利用不等式性质,在正角、零角、负角范围内施行.

2. 终边相同的角

与角α终边相同的角为$\beta=k\cdot360°+\alpha(k\in\mathbf{Z})$,连同角$\alpha$,可构成一个集合

$S=\{\beta|\beta=k\cdot360°+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$.

利用终边相同的角的一般形式可以求出符合某些条件的终边相同的角.

例如:在$-1080°\sim-360°$间,找出与$2004°$终边相同的角,并指出它所在的象限.

解:$\because$与$2004°$终边相同的角为

$k\cdot360°+2004°(k\in\mathbf{Z})$.

由$-1080°\leqslant k\cdot360°+2004°<-360°$,

得$k=-7$或$k=-8$.故所求的角为$-516°$和$-876°$,它们是第三象限的角.

3. 象限角与轴线角

(1)使角α的顶点与原点重合,始边与x轴正半轴重合,终边落在第几象限,则称α为第几象限角;若α角的终边落在坐标轴上的角,则称α为轴线角.

名师诠释

◈ [考题1] 下列命题正确的是( ).

A. 终边相同的角一定相等 B. $\{\alpha|\alpha$是锐角$\}\subsetneqq\{\beta|0°\leqslant\beta<90°\}$

C. 第一象限的角都是锐角 D. 小于$90°$的角都是锐角

[解析] 角的概念推广后,不应再局限于不大于周角的非负角.另外,要注意区分象限角和某个范围内的角.

对于A,终边相同的角不一定相等,它们可相差若干"圈";

对于B,α是锐角,即$0°<\alpha<90°$,故

$\{\alpha|0°<\alpha<90°\}\subsetneqq\{\beta|0°\leqslant\beta<90°\}$;

对于C,第一象限的角是指终边在第一象限,如$390°$的终边在第一象限,而$390°>90°$,不是锐角;

对于D,一切负角和零角都小于$90°$,但不是锐角.

综上可知,正确答案是B.

[误区警示] 本题若错选,主要错因是对角的概念的推广认识不到位.角的概念推广后,对角的认识还停留在过去的水平上,就容易产生错误.在初学时务必开阔视野,既要从"大"处看,又要向"小"处看.

◈ [考题2] 在与角$10030°$终边相同的角中,求满足下列条件的角.

(1)最大的负角;(2)最小的正角;(3)$360°\sim720°$的角.

[解析] 先写出终边相同的角的一般形式,再求满足条件的整数k即可,其中最大的负角在$-360°\sim0°$之间,最小正角在$0°\sim360°$之间.

解:(1)与$10030°$终边相同的角的一般形式为$\beta=k\cdot360°+10030°(k\in\mathbf{Z})$,由$-360°<k\cdot360°+10030°<0°$得$-10390°<k\cdot360°<-10030°$,解得$k=-28$,故所求的最大负角为$\beta=-50°$.

(2)由$0°<k\cdot360°+10030°<360°$,得$-10030°<k\cdot360°<-9670°$,解得$k=-27$,故所求的最小正角为$\beta=310°$.

(3)由$360°\leqslant k\cdot360°+10030°<720°$,得$-9670°\leqslant k\cdot360°<-9310°$,解得$k=-26$.故所求的角为$\beta=670°$.

◈ [考题3] 求终边在直线$y=\sqrt{3}x$上的角的集合.

[解析] 以Ox轴的非负半轴为始边,找出终边在直线$y=\sqrt{3}x$上的一个角α,则所有终边在直线$y=\sqrt{3}x$上的角便可写为$k\cdot180°+\alpha(k\in\mathbf{Z})$.

解:如图4-1-3,令$x=1$,则$y=\sqrt{3}$,易知$\angle AOx=60°$.

$\therefore$终边在直线$y=\sqrt{3}x$上的角的集合为

$\{\beta|\beta=k\cdot180°+60°,(k\in\mathbf{Z})\}$.

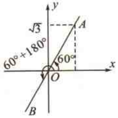


图4-1-3

[点评] (1)终边在射线OA上.(2)终边在射线OB上.终边相同的角分别为$k\cdot360°+60°$和$k\cdot360°+60°+180°=(2k+1)\cdot180°+60°$,将两式合为一式就是$k\cdot180°+60°(k\in\mathbf{Z})$.

◈ [考题4] 写出终边落在第二象限的角的集合.

(2)象限角的集合

第一象限角的集合为

$\{x|k\cdot360°<x<k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$.

第二象限角的集合为$\{x|k\cdot360°+90°<x<k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}\}$.

第三象限角的集合为$\{x|k\cdot360°+180°<x<k\cdot360°+270°,k\in\mathbf{Z}\}$.

第四象限角的集合为$\{x|k\cdot360°+270°<x<k\cdot360°+360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

(3)轴线角的集合

终边落在x轴的非负半轴上角的集合为

$\{x|x=k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

终边落在x轴的非正半轴上角的集合为

$\{x|x=k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}\}$.

终边落在x轴上角的集合为

$\{x|x=k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$.

终边落在y轴的非负半轴上角的集合为

$\{x|x=k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$.

终边落在y轴的非正半轴上角的集合为

$\{x|x=k\cdot360°-90°,k\in\mathbf{Z}\}$.

终边落在y轴上角的集合为

$\{x|x=k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$.

注意:象限角与轴线角的集合的表示形式并不惟一,也还有其他的表示形式.

(4)准确区分"锐角","0°～90°的角","小于90°的角","第一象限角".

锐角是$0°<\alpha<90°$的角;0°～90°的角是$0°\leqslant\alpha<90°$的角;小于90°的角是$\alpha<90°$的角,显然其中包括0°角和负角;第一象限角是$\{\alpha|k\cdot360°<\alpha<k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$所表示的角.

方法—技巧平台

4. $\frac{\alpha}{n}(n\in\mathbf{N}^*)$的象限的确定

已知α是第几象限,要确定$\frac{\alpha}{n}(n\in\mathbf{N}^*)$所在象限的常用方法有二:一是分类讨论;二是几何法,即先把各象限均分n等份,再从x轴的正向的上方起,依次将各区域标上Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ,则α原来是第几象限对应的标号即为$\frac{\alpha}{n}$终边所落在的区域.

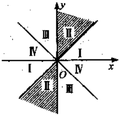


图4－1－1

例如:已知α是第二象限角,则$\frac{\alpha}{2}$是第几象限角?

[解析] 可先写出在0°到360°间的第二象限的角的集合,再利用终边相同的角的表达式写出所有适合条件的角的集合.

解:在0°到360°范围内,终边在第二象限的角α满足$90°<\alpha<180°$(如图4－1－4),与角α终边相同的所有角的终边都在第二象限.故适合条件的角的集合为

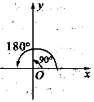


图4－1－4

$S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot360°,90°<\alpha<180°,k\in\mathbf{Z}\}$.

[误区警示] 容易只写出在0°到360°范围内的角.

[点评] (1)另一种表达形式:终边在第二象限的角的集合为

$S=\{\beta|90°+k\cdot360°<\beta<180°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$;

(2)注意象限角与在某一个范围内的角的区别:象限角是由无数个范围内的角所组成的;

(3)角的表达形式不惟一,但元素是一样的.

◈[考题5] 给出下列四个命题:①$-75°$是第四象限角;②225°是第三象限角;③475°是第二象限角;④$-315°$是第一象限角.其中正确的命题有(　　).

A.1个　　B.2个　　C.3个　　D.4个

[解析] $\because -90°<-75°<0°,180°<225°<270°$,

$360°+90°<475°<360°+180°,-360°<-315°<-270°$.

$\therefore$这四个命题都是正确的.故选D.

◈[考题6] 以下四个命题:(1)小于90°的角是锐角;(2)第二象限的角一定是钝角;(3)锐角必是第一象限角;(4)负角也可能是第一象限角;

其中,不正确的命题的个数有(　　).

A.1个　　B.2个　　C.3个　　D.4个

[解析] 锐角的范围为$0°<\alpha<90°$,而小于90°的角可以为正也可以为负,所以(1)是不正确的;钝角的范围为$90°<\alpha<180°$,而第二象限角为:$\{\alpha|k\cdot360°+90°<\alpha<k\cdot360°+180°(k\in\mathbf{Z})\}$,所以(2)也是不正确的;(3)显然是正确的;而(4)中负角也可能是第一象限角是对的,如$-300°$是第一象限角,所以选B.

◈[考题7] 已知α是第三象限角,则$\frac{\alpha}{3}$是第几象限角?

[解析] 解法一:$\because\alpha$是第三象限的角,

$\therefore 180°+k\cdot360°<\alpha<270°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$.

$60°+k\cdot120°<\frac{\alpha}{3}<90°+k\cdot120°,k\in\mathbf{Z}$.

(1)当$k=3m(m\in\mathbf{Z})$时,可得

$60°+m\cdot360°<\frac{\alpha}{3}<90°+m\cdot360°(m\in\mathbf{Z})$,

故$\frac{\alpha}{3}$的终边在第一象限;

(2)当$k=3m+1(m\in\mathbf{Z})$时,可得

$180°+m\cdot360°<\frac{\alpha}{3}<210°+m\cdot360°(m\in\mathbf{Z})$,

故$\frac{\alpha}{3}$的终边在第三象限;

(3)当$k=3m+2(m\in\mathbf{Z})$时,可得

$300°+m\cdot360°<\frac{\alpha}{3}<330°+m\cdot360°(m\in\mathbf{Z})$,

故$\frac{\alpha}{3}$的终边在第四象限.

综上可知,$\frac{\alpha}{3}$是第一、三、四象限的角.

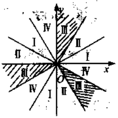


图4－1－5

解法二:由图4－1－5可知,$\frac{\alpha}{3}$是第一、三、四象限的角.

解：如图 4－1－1，先将各象限分成 2 等份，再从 x 轴正向的上方起，依次将各区域标上Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ，则标有Ⅱ的区域即为 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边所落在的区域，故 $\frac{\alpha}{2}$ 为第一、三象限角.

5. 数形结合思想的应用

数形结合的方法，能将区间角（象限角是特殊的区间角）在直角坐标系中正确地用图表示出来；反之，对于直角坐标系中的图形所表示的角的范围，能正确地用区间角表示.

例如：若角 α 的终边在图 4－1－2中阴影所表示的范围内，则 α 角组成的集合为________.

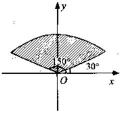


图 4－1－2

解：在 0°～360°范围内，终边落在阴影范围内的角是 $30°\leqslant\alpha\leqslant150°$，故满足条件的角的集合为 $\{\alpha|k\cdot360°+30°\leqslant\alpha\leqslant k\cdot360°+150°,k\in\mathbf{Z}\}$.

6. 与角有关的集合问题

解决与角有关的集合问题的关键是弄清集合含有哪些元素. 其方法有：一是将集合中表示角的式子化为同一种形式（这种方法要用到整数分类的有关知识，即分类讨论）；二是用列举法把集合具体化；三是数形结合，即在直角坐标平面上分别作出这些角.

例如：已知集合 $M=\{\alpha|\alpha=(4k\pm1)90°,k\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{\beta|\beta=(2k+1)90°,k\in\mathbf{Z}\}$，则 M 与 N 的关系如何？

解：$M=\{\cdots,-450°,-270°,-90°,90°,270°,450°,\cdots\}$，$N=\{\cdots,-450°,-270°,-90°,90°,270°,450°,\cdots\}$. $\therefore M=N$.

综合·创新拓展

7. 角的"周期现象"

一个角每旋转一周（顺时针或逆时针），终边就又回到原来的位置，终边相同的角周而复始地出现，这正是三角函数具有周期性的本质原因，也是解决某些问题的关键. 而且这种周期现象在现实生活中有广泛地应用.

例如：今天是星期一，则 100 天后是星期几？

解：由于星期几也具有周期性，因而可类似于角的问题来解决，即 $\because 100=7\times14+2$，$\therefore$ 100 天后是星期三.

再如：已知 $f(x)=5°\cdot x+20°$，$g(x)=6°\cdot x+30°$. 是否存在整数 T，使得对于任意的 x 的值，都有 $f(x+T)$ 与 $f(x)$、$g(x+T)$ 与 $g(x)$ 均表示终边相同的角？若存在，求出 T 的值；若不存在，则说明理由.

解：$\because f(x+T)=5°(x+T)+20°=f(x)+5°\cdot T$.

若 $f(x+T)$ 与 $f(x)$ 表示终边相同的角，则 $5°\cdot T=k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$，$\therefore T=72k_1(k_1\in\mathbf{Z})$.

同理有 $T=60k_2(k_2\in\mathbf{Z})$.

$\therefore T$ 是 72 与 60 的公倍数，即 $T=360k(k\in\mathbf{Z})$.

故存在这样的整数 $T=360k(k\in\mathbf{Z})$.

◈［考题 8］ 已知集合 $A=\{\alpha|30°+k\cdot180°<\alpha<90°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$，集合 $B=\{\beta|-45°+k\cdot360°<\beta<45°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$，求 $A\cap B$.

［解析］ 借助图形，在直角坐标平面内，分别找出集合 A 和集合 B 中的角的终边所在的区域，终边在这两个区域的公共部分内的角的集合，就是 $A\cap B$.

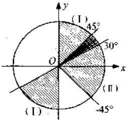


图 4－1－6

解：如图 4－1－6，集合 A 中的角的终边在阴影（Ⅰ）内，集合 B 中的角的终边在阴影（Ⅱ）内，因此集合 $A\cap B$ 中的角的终边在阴影（Ⅰ）和（Ⅱ）的公共部分内，所以

$A\cap B=\{\alpha|30°+k\cdot360°<\alpha<45°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

◈［考题 9］ 集合 $M=\left\{x\left|x=\frac{k}{2}\cdot180°+45°,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，集合 $N=\left\{x\left|x=\frac{k}{4}\cdot180°+45°,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，写出集合 M 与集合 N 的关系.

［解析］ $\because M=\left\{x\left|x=\frac{k}{2}\cdot180°+45°,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}=\{x|x=(2k+1)\cdot45°,k\in\mathbf{Z}\}$，表示终边在四个象限角平分线上的角的集合.

$N=\left\{x\left|x=\frac{k}{4}\cdot180°+45°,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}=\{x|x=(k+1)\cdot45°,k\in\mathbf{Z}\}$.

表示终边在四个象限角平分线上及坐标轴上的角.

$\therefore M\subsetneqq N$，即 M 是 N 的真子集.

［点评］ 注意理解坐标轴上的角的概念、集合间的关系，即包含于或不包含于的关系，也就是考虑集合 M 中的元素是否在集合 N 中，集合 N 中的元素是否在集合 M 中.

◈［考题 10］ 自行车大链轮有 48 齿，小链轮有 20 齿，当大链轮转过一周时，小链轮转过的角度是多少？

［解析］ $\because$ 当大链轮转过一周时，转过了 48 个齿，这时小链轮也必须同步转过 48 齿，有 $\frac{48}{20}=2.4$（周），也就是小链轮转过 2.4 周. $\therefore$ 小链轮转过的角度是 $360°\times2.4=864°$.

◈［考题 11］ 2003 年 10 月 15 日上午 9 时，中国首位航天员杨利伟乘坐的"神舟五号"载人飞船，在酒泉卫星发射中心用"长征二号"F 型运载火箭发射升空. 按预定轨道环绕地球十四圈，在太空飞行 21 小时 18 分，16 日 6 时 23 分，在内蒙古中部地区成功着陆，中国首次载人航天飞行任务获得圆满成功.

视飞船在距地面 343 公里的太空中绕地球作匀速圆周运动，90 分钟绕地球一圈，地球的平均半径为 6378 公里，试计算：

(1) 飞船绕地球 14 周共转过的角度是多少？

(2) 在太空飞行中，杨利伟与家人进行了一场特别的通话，通话的时间持续 4 分 50 秒，在这段时间内，杨利伟所乘坐的飞船转过的角度是多少？飞船走了多少公里？（不考虑其他因素）

［解析］ (1) 由于飞船绕地球一周转了 360°，14 周共转了 $14\times360°=5040°$.

(2) 设飞船转过的角度是 θ，飞船绕地球一周用时 $90\times60=5400$ 秒钟，转了 360°，而 4 分 50 秒为 290 秒钟，则有 $\frac{5400}{360}=\frac{290}{\theta}$，解得 $\theta=19.3°$.

又由于飞船运行的圆周半径为 $343+6378=6721$ 公里，飞行一周走了 $2\pi\times6721=13442\pi$km. 则每转 1°走了 $\frac{13442\pi}{360}$km，故 4 分