KNOWLEDGE TREE
知识树考研

2007 考研白皮书系

全国硕士研究生入学统一考试

数学全真模拟四套卷
（经济类）

文登培训学校策划

主编 / 陈文灯

全真模拟 从内容到形式
紧扣大纲 把握考试脉搏

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

责任编辑 / 孙金芳
装帧设计 / 创想设计

名师介绍

陈文灯　中央财经大学教授，北京文登学校校长。现任中央财经大学数学系主任，北京数学学会理事。他在教学和科研上成果卓越，2000 年获得“特殊贡献奖”，享受国务院特殊津贴，在考研学子和同仁中有口皆碑。

数学基础树的根，技巧演练靠题型。
勤学苦练强磨砺，功到高峰自然成。
陈文灯印

2007 考研白皮书系
文灯数学

书名	出版日期
10 年真题解析(一)	2006.02
10 年真题解析(二)	2006.02
10 年真题解析(三)	2006.02
10 年真题解析(四)	2006.02
数学全真模拟四套卷（理工类）	2006.10
数学全真模拟四套卷（经济类）	2006.10

ISBN 7-5640-0897-0
9 787564 008970 >

ISBN 7-5640-0897-0
定价：10.00 元

知识树考研

2007 考研白皮书系

全国硕士研究生入学统一考试

数学全真模拟四套卷

（经济类）

文登培训学校策划

主编 / 陈文灯

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学全真模拟四套卷. 经济类/陈文灯主编. —北京：北京理工大学出版社,2006.10
(考研白皮书系)
ISBN 7-5640-0897-0

Ⅰ.数… Ⅱ.陈… Ⅲ.高等数学-研究生-入学考试-习题 Ⅳ.O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 121459 号

出版发行 / 北京理工大学出版社
社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号
邮 编 / 100081
电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)
网 址 / http://www.bitpress.com.cn
经 销 / 全国各地新华书店
印 刷 / 北京时代华都印刷有限公司
开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16
印 张 / 5.25
字 数 / 70 千字
版 次 / 2006 年 10 月第 1 版 2006 年 10 月第 1 次印刷
定 价 / 10.00 元

目　录

考生编号________ 考生姓名________ 报考单位________

密 封 线 内 不 要 答 题

2007年全国硕士研究生入学统一考试

数学三模拟试题（一）

（科目代码:303）

注意事项：
1. 答题前，考生须在试卷密封线内填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2. 答案必须填（书）写在试卷上，写在其他地方无效。
3. 填（书）写必须使用蓝（黑）色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4. 考试结束后，将试卷装入试题袋中。

得分	评卷人

一、选择题（1～10小题，每小题4分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内.）

(1) 设$f(x)$在$x=a$的某邻域内有定义，则$f(x)$在$x=a$处可导的一个充分条件是 【 】

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}\left[f\left(a+\frac{1}{n}\right)-f(a)\right]$存在　　(B) $\lim\limits_{n\to 0}\frac{f(a+2n)-f(a+n)}{n}$存在

(C) $\lim\limits_{n\to 0}\frac{f(a+n)-f(a-n)}{2n}$存在　　(D) $\lim\limits_{n\to 0}\frac{f(a)-f(a-n)}{n}$存在

(2) 设$f(x)$与$g(x)$在$(-\infty,+\infty)$内可导，且$f(x)>g(x)$，则下列结论正确的是 【 】

(A) $f(-x)<g(-x)$　　(B) $f'(x)>g'(x)$

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)>\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$　　(D) $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t>\int_0^x g(t)\mathrm{d}t$

(3) 设$f''(x)$在$x=0$处连续，且$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f'(x)}{\ln\cos x}=1$，则 【 】

(A) $f(0)$为$f(x)$的极大值

(B) $f(0)$为$f(x)$的极小值

(C) $(0,f(0))$为曲线$y=f(x)$的拐点

(D) $f(0)$不是$f(x)$的极值，$(0,f(0))$也不是曲线$y=f(x)$的拐点

题号	一	二	三								总分
			17	18	19	20	21	22	23	24	
得分											
评卷人											

(4) 下列论述正确的是 【 】

(A) 若$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$收敛，则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}u_n$条件收敛

(B) 若$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}u_n\ (u_n>0)$条件收敛，则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$发散

(C) 若$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_{2n+1}+u_{2n})$收敛，则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$收敛

(D) 若$\lim\limits_{n\to 0}\frac{u_{n+1}}{u_n}<1$，则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$收敛

(5) 设函数$f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0\ , & x^2+y^2=0\end{cases}$，则在点$(0,0)$处 【 】

(A) $f(x,y)$连续，但偏导数不存在

(B) $f(x,y)$偏导数存在但不连续

(C) $f(x,y)$连续且偏导数存在

(D) $f(x,y)$不连续，且偏导数不存在

(6) 累次积分$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^{\cos\theta}f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$化为直角坐标形式为 【 】

(A) $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$　　(B) $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$

(C) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^1 f(x,y)\mathrm{d}y$　　(D) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)\mathrm{d}y$

(7) 设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶方阵, $\boldsymbol{A}^*$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵,若对任一 n 维列向量 $\boldsymbol{\alpha}$,均有 $\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\alpha}=0$,则齐次线性方程组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=0$ 的基础解系所含解向量的个数 k 必定满足 【　】

(A) $k=0$　(B) $k=1$　(C) $k>1$　(D) $k=n$

(8) 设 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} a_{21} & a_{22}+a_{23} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12}+a_{13} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32}+a_{33} & a_{33} \end{bmatrix}$,

$\boldsymbol{P}_1=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{P}_2=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$,则必有 【　】

(A) $\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_2=\boldsymbol{B}$　(B) $\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_1=\boldsymbol{B}$

(C) $\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$　(D) $\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$

(9) 对于任意两个互不相容的事件 A 与 B,以下等式中只有一个不正确,它是【　】

(A) $P(A-B)=P(A)$

(B) $P(A-B)=P(A)+P(\bar{A}\cup\bar{B})-1$

(C) $P(\overline{A-B})=P(A)P(\bar{A}\cup\bar{B})$

(D) $P[(A\cup B)]\cap(A-B)]=P(A)$

(10) 设总体 $X\sim N(\mu,4)$, $X_i(i=1,2\cdots,n)(n\geqslant 2)$ 是取自总体 X 的一个样本, $\bar{X}$ 是样本均值,则有 【　】

(A) $P\{|X-\mu|<\varepsilon\}<P\{|\bar{X}-\mu|<\varepsilon\}$

(B) $P\{|X-\mu|<\varepsilon\}>P\{|\bar{X}-\mu|<\varepsilon\}$

(C) $P\{|X-\mu|<\varepsilon\}\leqslant P\{|\bar{X}-\mu|<\varepsilon\}$

(D) $P\{|X-\mu|<\varepsilon\}\geqslant P\{|\bar{X}-\mu|<\varepsilon\}$

得分	评卷人

二、填空题(11 ~ 16 小题,每小题 4 分,共 24 分. 把答案填在题中横线上.)

(11) 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a\tan x+b(1-\cos x)}{\ln(1-2x)+c(1-e^{-x^2})}=2$,则 $a=$ ________.

(12) 已知 $\int_0^1 f(tx)\,dt=\dfrac{1}{2}f(x)+1$,且 $f(1)=1$,则 $f(x)=$ ________.

(13) 如果曲线 $y=ax^6+bx^4+cx^2$ 在拐点 $(1,1)$ 处有水平切线,则 $a=$ ________, $b=$ ________.

(14) 设函数 f,g 都具有一阶连续偏导数,且 $z=f\left[xy,\ln x+g\left(\dfrac{x}{y}\right)\right]$,则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}-y\dfrac{\partial z}{\partial y}$ ________.

(15) 设 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{E}$($\boldsymbol{E}$ 是 n 阶单位矩阵, $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的转置),则 $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E}|=$ ________.

(16) 同时掷两颗骰子,观察它们出现的点数,设 X 表示两颗骰子出现的最大点数,则 $EX=$ ________.

密　封　线　内　不　要　答　题

三、解答题（17 ~ 24 小题，共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

得分	评卷人

（17）（本题满分 10 分）

设平面区域 $D=\{(x,y)\mid x^3\leqslant y\leqslant 1,-1\leqslant x\leqslant 1\}$，$f(x)$ 是定义在 $[-a,a]$ $(a\geqslant 1)$ 的任意连续函数，试求：

$$\iint\limits_D 2y[(x+1)f(x)+(x-1)f(-x)]\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

得分	评卷人

（18）（本题满分 10 分）

证明：当 $x>0$ 时，有不等式 $(1+x)\ln(1+x)>\arctan x$.

得分	评卷人

(19)(本题满分 11 分)

某工厂制造某种电器,固定成本为 400 万元,每生产一件产品的成本增加 0.8 万元,交纳税金 0.2 万元. 如果总收益 R 是月产量 x 的函数

$$R(x)=\begin{cases}30x-\dfrac{1}{4}x^2, & 0\leqslant x\leqslant 60\\ 900, & x>60\end{cases}$$

(Ⅰ)该厂月产量为多少时,总利润最大?最大利润是多少?

(Ⅱ)如果当月产量大于 60 件时,纳税额改为总收益的 1% 再加上月产量的 1/20 万元,试计算最大利润的总税金及生产 80 件时的总税金.

得分	评卷人

(20)(本题满分 11 分)

求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{1}{(2n)!}x^{2n}$ 的和函数.

密 封 线 内 不 要 答 题

得分	评卷人

(21)(本题满分 11 分)

设 6,3,3 为实对称矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值,属于 6 的特征向量为 $\boldsymbol{\alpha}_1 = (1,1,k)^{\mathrm{T}}$,属于 3 的一个特征向量为 $\boldsymbol{\alpha}_2 = (-1,0,1)^{\mathrm{T}}$.

(Ⅰ)求 k 及属于 3 的另一特征向量;

(Ⅱ)求矩阵 $\boldsymbol{A}$.

得分	评卷人

(22)(本题满分 11 分)

设 $\varphi(X) = XAX^{\mathrm{T}}$,$\psi(X) = XAX^{\mathrm{T}}$ 是正定二次型,其中 $A = (a_{ij})$,$B = (b_{ij})$,令 $c_{ij} = a_{ij}b_{ij}$,以 $C = (c_{ij})$ 作二次型 $f(X) = XCX^{\mathrm{T}}$,证明:f 是正定的.

得分	评卷人

(23)(本题满分 11 分)

甲、乙、丙 3 个人作一次射击比赛,赛前发现只带了两发子弹,因此,将比赛改为 1 人作射击表演,并且由抽签确定表演者. 设每次射击的命中率甲为 0.9,乙为 0.5,丙为 0.2,且已知射击结果为一次中靶一次未中,问表演者为甲、乙、丙的概率各为多少?

得分	评卷人

(24)(本题满分 11 分)

设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{2\theta} e^{-\frac{|x|}{\theta}}, \ -\infty < x < +\infty$$

其中 $\theta > 0$ 是未知参数,$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 为取自总体 X 的简单随机样本.

(Ⅰ) 试求 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$;

(Ⅱ) 试证 $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计;

(Ⅲ) 试求 $D(\hat{\theta})$.

考生编号______ 考生姓名______ 报考单位______

密 封 线 内 不 要 答 题

2007年全国硕士研究生入学统一考试

数学三模拟试题(二)

(科目代码:303)

注意事项:

1. 答题前,考生须在试卷密封线内填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2. 答案必须填(书)写在试卷上,写在其他地方无效。
3. 填(书)写必须使用蓝(黑)色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4. 考试结束后,将试卷装入试题袋中。

得分	评卷人

一、选择题(1~10小题,每小题4分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.)

(1) 设对任意的x,总有$\varphi(x)\leqslant f(x)\leqslant g(x)$,且$\lim\limits_{x\to\infty}[g(x)-\varphi(x)]=0$,则$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ 【 】

(A) 存在且等于零　　(B) 存在但不一定为零

(C) 一定不存在　　(D) 不一定存在

(2) 若函数$f(x)$在x_0处取得极小值,则下列命题中正确的是 【 】

(A) $f(x)$在$(x_0-\delta,x_0)$内单调减少,在$(x_0,x_0+\delta)$内单调增加

(B) 在$(x_0-\delta,x_0)$内$f'(x)<0$,在$(x_0,x_0+\delta)$内$f'(x)>0$

(C) $f'(x_0)=0$,且$f''(x_0)>0$

(D) 对任意$x\in(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta)$,恒有$f(x)>f(x_0)$

(3) 设函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内连续,$F(x)=\int_0^x(2t-x)f(x-t)\mathrm{d}t$.如果$f(x)$是单调增加的偶函数,则$F(x)$是 【 】

(A) 单调增加的偶函数　　(B) 单调增加的奇函数

(C) 单调减少的偶函数　　(D) 单调减少的奇函数

题号	一	二	三								总分
			17	18	19	20	21	22	23	24	
得分											
评卷人											

(4) 设有无穷级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n,\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$,则 【 】

(A) 若$\lim\limits_{n\to\infty}a_nb_n=0$,则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n,\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$至少有一收敛

(B) 若$\lim\limits_{n\to\infty}a_nb_n=1$,则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n,\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$至少有一发散

(C) 若$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}=0$,则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$收敛可推得$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$收敛

(D) 若$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}=\infty$,则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$发散可推得$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$发散

(5) 设$D:x^2+y^2=R^2,y\geqslant0$,$D_1$为$D$在第一象限中的部分,则有 【 】

(A) $\iint\limits_D x\mathrm{d}\sigma=2\iint\limits_{D_1}x\mathrm{d}\sigma$　　(B) $\iint\limits_D x\mathrm{d}\sigma=2\iint\limits_{D_1}y\mathrm{d}\sigma$

(C) $\iint\limits_D y\mathrm{d}\sigma=2\iint\limits_{D_1}x\mathrm{d}\sigma$　　(D) $\iint\limits_D xy\mathrm{d}\sigma=2\iint\limits_{D_1}xy\mathrm{d}\sigma$

(6) 设$f(x)$在点$x=0$处二阶可导,且$f(0)=0$,令$g(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x}, & x\neq0\\ f'(0), & x=0\end{cases}$,则 【 】

(A) $g'(0)$不存在　　(B) $g'(0)=0$

(C) $g'(0)=f''(0)$　　(D) $g'(0)=\dfrac{1}{2}f''(0)$

(7) 设n维列向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m(m<n)$线性无关,则$n$维列向量组$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_m$线性无关的充分必要条件为 【 】

(A) 向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$可由向量组$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_m$线性表示.

(B) 向量组$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_m$可由向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$线性表示.

(C) 向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$与向量组$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_m$等价.

(D) 矩阵$\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m]$与矩阵$\boldsymbol{B}=[\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_m]$等价.

(8) 已知$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$为三阶方阵$\boldsymbol{A}$的三个不同的特征值,对应特征向量依次为$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$. 令$\boldsymbol{P}=[-\boldsymbol{\alpha}_1,2\boldsymbol{\alpha}_2,3\boldsymbol{\alpha}_3]$,则$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}=$ 【 】

(A) $\begin{bmatrix}-\lambda_1 & & \\ & 2\lambda_2 & \\ & & 3\lambda_3\end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix}\lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \lambda_3\end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix}\lambda_1 & & \\ & 2\lambda_2 & \\ & & 3\lambda_3\end{bmatrix}$ (D) 不能确定

(9) 以一种检验方法诊断癌症,真患癌症和未患癌症被诊断正确的概率分别为0.95和0.90.今对一批患癌症比率为2%的人用此方法进行检验,则其中某人被诊断为患有癌症时,他真的患有癌症的概率为 【 】

(A)0.462 (B)0.362 (C)0.262 (D)0.162

(10) 设随机变$X\sim N(0,1),Y\sim N(1,4)$,且$X$与$Y$相互独立,则 【 】

(A)$P(X+Y\leqslant 0)=P(X+Y\geqslant 0)$

(B)$P(X+Y\leqslant 1)=P(X+Y\geqslant 1)$

(C)$P(X-Y\leqslant 1)=P(X-Y\geqslant 0)$

(D)$P(X-Y\leqslant 1)=P(X-Y\geqslant 1)$

得分	评卷人

二、填空题(11 ~ 16小题,每小题4分,共24分. 把答案填在题中横线上.)

(11) 设$f(x)$有一阶连续导数,且$f(0)=0,f'(0)=1$,则$\lim\limits_{x\to 0}[1+f(x)]^{\frac{1}{\ln(1+x)}}$ ________.

(12) 差分方程$y_{x+1}+2y_x=5x^2$的通解为________.

(13) 设$f(x)=3x^2+g(x)-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x,g(x)=4x-f(x)+2\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x$,则$f(x)=$ ________.

(14) $z=f(u,x,y),u=x^2e^y$,其中f具有连续的二阶偏导数,则$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$ ________.

(15) 设$\boldsymbol{A}$为三阶方阵,且$|\boldsymbol{A}|=2$,则$|2(\boldsymbol{A}^*)^{-1}|=$ ________.

(16) 设总体X的方差为1,根据来自X的容量为100的简单随机样本,测得样本均值为5,则X的数学期望的置信度等于0.95的置信区间为________.($\Phi(1.96)=0.95$)

密　封　线　内　不　要　答　题

三、解答题(17 ~ 24 小题,共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

得分	评卷人

(17)(本题满分 10 分)

一向上凸的光滑曲线连接了 $O(0,0)$ 和 $A(1,4)$ 两点,而 $P(x,y)$ 为曲线上的任一点,已知曲线与线段 OP 所围区域的面积为 $x^{4/3}$,求该曲线方程.

得分	评卷人

(18)(本题满分 10 分)

设函数 $f(x)$ 在区间$[0,+\infty]$上可导,且 $0 \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{x}{1+x^2}$.

证明:存在 $\zeta > 0$,使 $f'(\zeta) = \dfrac{1-\zeta^2}{(1+\zeta^2)^2}$.

得分	评卷人

(19)(本题满分 10 分)

已知某商品的需求量 D 和供给量 S 都是价格 P 的函数,且

$$D = a - \frac{1}{2}p, S = -b + \frac{1}{2}p.$$

其中 $a > 0, b > 0$ 为常数,价格 p 是时间 t 的函数且满足方程

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = kp[D(p) - S(p)],$$ k 为正常数,试求:

(Ⅰ) 价格函数 $p(t)$;

(Ⅱ) $\lim\limits_{t \to +\infty} p(t)$.

得分	评卷人

(20)(本题满分 12 分)

设 $a_0 = 1, a_1 = -2, a_2 = \frac{7}{2}, a_{n+1} = -\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)a_n (n \geqslant 2)$.

(Ⅰ) 证明:当 $|x| < 1$ 时,幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 收敛;

(Ⅱ) 求幂级数的和函数 $S(x)$.

得分	评卷人

(21)(本题满分 11 分)

(Ⅰ)设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2$ 均是三维列向量，且 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性无关，$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2$ 线性无关，证明存在非零向量 $\boldsymbol{\zeta}$，使得 $\boldsymbol{\zeta}$ 既可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性表出，又可由 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2$ 线性表出；

(Ⅱ)当 $\boldsymbol{\alpha}_1\begin{bmatrix}1\\3\\4\end{bmatrix},\alpha_2\begin{bmatrix}2\\5\\5\end{bmatrix},\boldsymbol{\beta}_1=\begin{bmatrix}2\\3\\-1\end{bmatrix},\boldsymbol{\beta}_2=\begin{bmatrix}-3\\-4\\3\end{bmatrix}$ 时，求所有既可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性表出，又可由 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2$ 线性表出的向量.

得分	评卷人

(22)(本题满分 11 分)

设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&y&1\\0&0&1&2\end{bmatrix}$，已知 $\boldsymbol{A}$ 的一个特征值为 3.

(Ⅰ)求 y 的值；

(Ⅱ)求矩阵 $\boldsymbol{P}$，使 $(\boldsymbol{AP})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{AP})$ 为对角矩阵.

得分	评卷人

(23)(本题满分 11 分)

设随机变量 Y 服从参数为 $\lambda=1$ 的泊松分布,随机变量 $X_k=\begin{cases}0, Y \geqslant k\\1, Y>k\end{cases}, k=0,1.$

试求:

(Ⅰ) X_0 和 X_1 的联合分布律;

(Ⅱ) $E(X_0-X_1)$;

(Ⅲ) $\operatorname{cov}(X_0+X_1)$

得分	评卷人

(24)(本题满分 11 分)

(Ⅰ) 设 $Z=\ln X \sim N(\mu,\sigma^2)$,即 X 服从对数正态分布,验证 $E(X)=e^{\mu+\frac{1}{2}\sigma^2}$;

(Ⅱ) 设自(Ⅰ)中的总体 X 中取一容量为 n 的简单随机样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 求 $E(X)$ 的最大似然估计量.

考生编号　　　　考生姓名　　　　报考单位

密　封　线　内　不　要　答　题

2007年全国硕士研究生入学统一考试

数学四模拟试题(一)

(科目代码:304)

题号	一	二	三 17	18	19	20	21	22	23	24	总分
得分											
评卷人											

注意事项:

1. 答题前,考生须在试卷密封线内填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2. 答案必须填(书)写在试卷上,写在其他地方无效。
3. 填(书)写必须使用蓝(黑)色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4. 考试结束后,将试卷装入试题袋中。

得分	评卷人

一、选择题(1~10小题,每小题4分,共40分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.)

(1) 若$f(-x)=-f(x)$,在$(0,+\infty)$内,$f'(x)>0,f''(x)<0$,则$f(x)$在$(-\infty,0)$内　【　】

(A)$f'(x)<0,f''(x)<0$　　(B)$f'(x)<0,f''(x)>0$

(C)$f'(x)>0,f''(x)<0$　　(D)$f'(x)>0,f''(x)>0$

(2) 设函数$f(x)=\int_0^x dt\int_0^t t\ln(1+u^2)du$,$g(x)=\int_0^{\sin x^2}(1-\cos t)dt$,则$f(x)$是$g(x)$的　【　】

(A) 低阶无穷小　　(B) 高阶无穷小

(C) 等价无穷小　　(D) 同阶但不等价无穷小

(3) 已知广义积分$\int_0^{+\infty}e^{(1-p)x}dx$,$\int_1^e\frac{1}{x\ln^{p-1}x}dx$均收敛,则常数$p$的取值范围为【　】

(A)$p>1$　　(B)$p<1$　　(C)$1<p<2$　　(D) $p>2$

(4) 设函数$f(x)$具有二阶连续导数,且$\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-2}{1-\cos x}=0$,$\lim\limits_{x\to0}\frac{f''(x)}{\ln(1+x^2)}=1$,则　【　】

(A) $f(0)$为$f(x)$的极大值

(B)$f(0)$为$f(x)$的极小值

(C)$(0,f(0))$为曲线$y=f(x)$的拐点

(D)$f(0)$不是$f(x)$的极值,$(0,f(0))$也不是曲线$y=f(x)$的拐点

(5) 设$f(t)$是连续函数,则$\int_0^1dx\int_0^x f(x-y)dy$等于　【　】

(A)$\int_0^1dy\int_0^y f(x-y)dx$　　(B)$\int_0^1(1-x)f(x)dx$

(C)$\int_0^1dy\int_y^1 f(x-y)dx$　　(D)$\int_0^1 xf(x)dx$

(6) 设点(x_0,y_0)为函数$z=f(x,y)$的驻点,若在点(x_0,y_0)处,函数$z=f(x,y)$具有二阶连续偏导数且满足$z_{xy}^2-z_{xx}z_{yy}<0$,则在点(x_0,y_0)处,函数$z=f(x,y)$　【　】

(A) 必取得极大值　　(B) 必取得极小值

(C) 必取得极值　　(D) 无极值

(7) 齐次线性方程组$AX=0$为$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=0\\x_1+tx_2+x_3=0\\x_1+x_2+tx_3=0\end{cases}$,若存在三阶非零矩阵$B$,使$AB=0$,则　【　】

(A)$t=-2$,且$|B|=0$　　(B)$t=-2$,且$|B|\neq0$

(C)$t=1$,且$|B|\neq0$　　(D)$t=1$,且$|B|=0$