

鐵路职工教材

高中代数教学参考材料

上 冊

杭 州 鐵 路 局 編



人民鐵道出版社



铁路职工教材
高中代数教学参考材料
上册

杭州铁路局编
人民铁道出版社出版
(北京市霞公府17号)

北京市书刊出版业营业许可证出字第010号

新华书店发行

人民铁道出版社印刷厂印

书号1646 开本787×1092 1/32 印张3 1/4 字数115千

1960年3月第1版

1960年3月第1版第1次印刷

印数0,001—2,000册

统一书号: K7043·83 定价(7)0.30元

說 4160 書

为了貫徹党的“教育为无产阶级政治服务，教育与生产劳动相结合”的方针，适应铁路运输事业和教育工作发展的需要，在党的领导下，我們編写了铁路职工教材的教学参考资料，以帮助教师鑽研和掌握教材，提高教学质量。

本書是根据現行“铁路职工教材高中代数上册”的内容編写的。全書的每个单元分成“教学目的”、“教材研究”、“教学建議”三项：

一、“教学目的”是根据教材的内容，并考虑到铁路职工的一般特点和学习年限而提出的。

二、“教材研究”里包括教材的主要精神、教学重点、教材的前后联系和内容分析，等等。

三、“教学建議”是按教材各节分別說明的；在每一节中提出“教学要求”和“教学注意事項”兩項。

此外，在本書的最后部分还有两个附录：“教学进度表”和“解题提示”。拟訂的高中代数上册的教学时数共 110 課时（每課时以 45 分鐘計），沒有包括复习、測驗的时间。

我們在編写本書时，虽力求适合于一般铁路职工学校教师的需要，但因各校的具体情况不尽相同，教师们使用本書时，还应从实际出发，灵活掌握。关于习题方面，可以根据学员生产上的需要，酌量补充一些生产题。

由于編写时间倉促，加以編写人員水平所限，本書内容上一定还有不少錯誤和缺点，希望教师们多多提出意見，以便更正。

第一章 不等式	1
第二章 幂和方根	5
第一单元 乘方 (§6—§9)	5
第二单元 方根 (§10—§13)	10
第三单元 实数 (§14—§18)	15
第四单元 近似计算 (§19—§30)	19
第五单元 根式 (§31—§44)	27
第三章 二次方程和二元二次方程组	38
第一单元 二次方程	38
第一分单元 二次方程的解法及用二次方程解应用题 (§45—§50)	38
第二分单元 韦达定理, 二次三项式的因式分解, 根的性质讨论 (§51—§54)	44
第二单元 可以化成二次方程的方程 (§55—§57)	49
第三单元 二元二次方程组 (§58—§61)	58
第四单元 函数和它的图象 (§62—§67)	63
第四章 数列和极限的概念	69
第一单元 数列 (§68—§72)	69
第二单元 极限的概念 (§73—§77)	80
第五章 指数	88
第一单元 指数概念的普遍化 (§78—§80)	88
第二单元 指数函数 (§81—§83)	97
第六章 对数	100
第一单元 对数的一般性质 (§84—§89)	101
第二单元 常用对数 (§90—§94)	107
附录	113
I、教学进度表	113
II、解题提示	116

第一章 不 等 式

一、教学目的：

使學員理解不等式的意义、性質和解法。

二、教材研究：

1. 在初中代数里曾初步地介绍了不等式的意义，当时只要求學員能比較两个已知数的大小，正确地使用不等的符号表示它們之間的关系，这里再进一步地介绍不等式的知識。

本章教材首先說明关于不等式的一些概念，并且通过实际例子来说明不等式的性質，然后說明一元一次不等式及一元一次不等式組的解法。

本章的教材，分作三个部分：

(1) 关于不等式的意义和性質 (§1—§2)；

(2) 关于含絕對值的不等式 (§3)；

(3) 关于不等式的解法 (§4—§5)。

在本章的教学中，应着重講解不等式的性質，因为不等式的討論都是以这些性質为基础的。在高等数学里，常要用到关于絕對值的不等式，所以在教学中，这一部分的教材也应予以重視。

2. §1講解不等式的概念。对本节教材提出的几个概念必須使學員有一个清晰地了解。應該注意到，同向不等式可以指两个或者两个以上的不等式來說，而異向不等式一定是指两个不等式來說的。

3. §2講解不等式的性質。过去學員对于数字的不等已有明确的認識，从而在这个基础上归纳出不等式的性質。只有确切的掌握了不等式的性質，才能正确地解一元一次不等式和一元一次不等式組。課本上对于这些性質都沒有証明，而是以一些具体例子來說明的。

4. §3关于絕對值的不等式的性質，課本上是用具体数字說明的，現就性質(1)証明如下，供教師参考，但不必向學員講解。

若 $|a| < m$, 这里 $m > 0$ (m 不可能小于或者等于 0, 因为一个数的绝对值总是正数或 0), 則有 $-m < a < m$. 又若 $a > 0$, 則 $a = |a|$, $a > -|a|$; 若 $a < 0$, 則 $a = -|a|$, $a < |a|$; 所以 $-|a| \leq a \leq |a|$. 同样, $-|b| \leq b \leq |b|$. 根据 §2 性质 (7), 則有

$$-(|a| + |b|) \leq a + b \leq |a| + |b|;$$

$$\therefore |a + b| \leq |a| + |b|, \text{ 或 } |a| + |b| \geq |a + b|.$$

5. §4 首先提出一元一次不等式的标准形 $a x > b$. 如果 $c x > d$ 我們可以把不等式的兩边都乘以 -1 , 就得到 $a x > b$ 的形式. 因此課本上只就 $a x > b$ 的解的各种情形加以討論. 接着講解一元一次不等式的一般步驟. 一元一次不等式的解法与一元一次方程的解法是相类似的, 教师可以比照一元一次方程的解法講解例題.

6. 解不等式組与解方程組也是相类似的. 由于不等式的解是某些范围, 所以要求适合两个或者几个不等式的 x 值, 就是要求这两个或者几个不等式的解的共同范围. 課本上首先通过四个例題归納出两个一元一次不等式所組成的不等式組的几种基本情况, 这是解不等式的基础, 必須使學員充分理解. 在此基础上接着講解含有绝对值的不等式的解法.

7. 在解不等式时, 結合数軸来确定不等式的解的范围, 是有重要意义的. 尤其在解不等式組时, 利用数軸可以很形象的看出它們解的共同范围. 教师應該利用这种方法.

三、教学建議 (按节分別說明):

§1. 不等式

1. 教学要求: 使學員理解不等式的意义.

2. 教学注意事項:

(1) 講解不等式的定义, 并向學員指出不等式和方程一样, 可以分成左边和右边兩部分.

(2) 講解同向不等式和異向不等式的意义.

(3) 說明解不等式和不等式的解的意义, 指出不等式的解一般不是几个个別的值, 而是某些范围.

(4) 最后可以用 $x > 5$, $x < 3$ 做例子, 說明在数軸上表示不

等式的解的方法。

§2. 不等式的性質

1. 教學要求：使學員能正確的掌握不等式的性質。

2. 教學注意事項：

(1) 先用實際例子說明不等式的前三個性質。

講解性質(1)時，指出有了這個性質，在解不等式時和解方程一樣，可將任何一項由不等式的一邊移到另一邊去。

講解性質(3)時，應強調指出，不等式的兩邊同乘以一個負數，則得異向不等式。因為學員容易忽略用負數乘以不等式的兩邊後，而不改變不等式的方向。此外還要告訴學員不能用零去乘不等式的兩邊。

(2) 為了解不等式，我們還要研究不等式經過怎樣的變形，它的解不會改變。從而講解(4)、(5)、(6)三個性質。

這三個性質是不等式變形的依據，必須使學員充分理解。

(3) 講解性質(7)、(8)、(9)，可以參照(1)、(2)、(3)三個性質進行講解。

§3. 關於絕對值的不等式

1. 教學要求：使學員理解關於含絕對值的不等式的性質。

2. 教學注意事項：

(1) 首先指出在數軸上 $|a|$ 就是表示到原點的距離等於 $|a|$ 的兩個點A和B(圖1)。

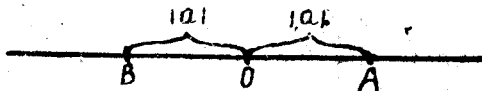


圖 1

從而講解，若 $|x| < m$ (這裡 m 一定是正數)，說明表示 x 的點到原點的距離比 m 小，因而在A和B的中間，所以有 $-m < x < m$ 。

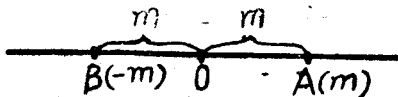


圖 2

若 $|x| > m$, 則有 $x < -m$ 或 $x > m$, 即表示 x 的点在 A 的右边或 B 的左边 (图 2)。

(2) 講解性質 (1) 时, 可以講解它的理論証明 (参看教材研究 4)。指出 a 与 b 同号, 則 $|a| + |b| = |a + b|$; a 与 b 異号, 則 $|a| + |b| > |a + b|$ 。

(3) 講解性質 (2) 时, 指出 a 与 b 同号, 則 $|a| - |b| < |a + b|$; a 与 b 異号, 則 $|a| - |b| = |a + b|$ 。

§4. 一元一次不等式

1. 教学要求: 使學員能正确的掌握一元一次不等式的解法。

2. 教学注意事項:

(1) §2 不等式的性質是解一元一次不等式的理論根据, 在講不等式的解法时, 应落发學員指出每步演算所根据的道理。

如: $3x - 1 > x + 7$ 。

解: $3x - x > 7 + 1$ [根据性質 (1)]

$2x > 8$ (合併同类項)

$x > 4$ [根据性質 (3)]

这样做一方面可以使學員掌握解不等式的理論根据, 另一方面也可使學員比較解方程与解不等式的異同之点。

(2) 在解不等式 $x > 4$ 中, 由于學員容易想到 x 只是等于自然数 5、6、7、……, 这个想法是不完整的, 应告訴學員 x 也可以是分数。

(3) 講解例 1 和例 2 的解法。得出不等式的解以后, 再在数軸上把不等式的解表示出来, 使學員深刻理解所得的不等式的解的意义。

講解例 3 时指出, 原不等式的分母是由两边同乘以 6 而化去的, 因为 6 是一个正数, 所以根据性質 (5) 得到的同向不等式与原不等式的解相同。由 $-9x < 72$ 变形成 $x > -8$, 应使學員注意, 因为两边同用 -9 除 (即同乘以 $-\frac{1}{9}$), 所以不等号要改向。

(4) 不等式 $ax > b$ 中, 如果 $a = 0$, 在 $b < 0$ 的时候, 課本上說“不等式有无数解”, 这是不够确切的, 以改成“任何数都是不等式的解”为宜。在沒有介紹实数集之前, 这里的“任何数”指所有有理数。

95. 一元一次不等式組

1. 教學要求：使學員學會一元一次不等式組的解法及含有絕對值的不等式的解法。

2. 教學注意事項：

(1) 復習一元一次不等式的解法。

(2) 說明不等式組的解的意義（參看教材研究 6）。

(3) 講解例題，通過例 1 到例 4 的講解，歸納出兩個一元一次不等式組成的不等式組的四種基本情況。對於這幾種情況，應使學員充分熟悉。

(4) 例 5 和例 6 是解含有絕對值的不等式。這兩個例題可以按下面的方法講解：

例 5 $|x - 3| > 5$ 。

與 $x - 3 > 5$ 和 $x - 3 < -5$

的解相同， $\therefore x > 8$ 或 $x < -2$ 。

例 6 $|3x + 1| < 10$ 。

與 $-10 < 3x + 1 < 10$

的解相同， $\therefore -11 < 3x < 9$ ，即 $-\frac{11}{3} < x < 3$ 。

(5) 在講解例題時，應結合數軸來看它們的解的共同範圍。

第二章 冪和方根

第一單元 乘 方

一、教學目的：

使學員掌握單項式乘方和多項式平方法則并熟練其運算，為今後學習開方與根式打下良好基礎。

二、教材研究：

1. 本單元是在初中代數已經講過的乘方法則的基礎上，復習單

項式的乘方法則，並將初中所講過的二項式平方的公式加以推廣，以求多項式的平方。

本单元的教材，分成三个部分：

- (1) 乘方的定义及数的乘方 (§6—§7)；
- (2) 关于幂的运算法则 (§8)；
- (3) 关于多项式的平方 (§9)。

在本单元的教学，应着重从理論上闡明幂的运算法则，并要求學員能对这些法则有正确的理解和熟練的計算技巧。

2. 乘方是代数学上六种运算——加、減、乘、除、乘方、开方——之一，它是求相同因数的乘积的运算，因而它是乘法运算的一种特殊情形。我們也往往說代数学上有五种运算，而不把乘方作为一种独立运算。

根据乘方定义，很显然，仅当 n 是自然数时， a^n 才有意义。若 n 为 0、負数或分数（如記号 a^0 、 a^{-1} 、 $a^{\frac{1}{2}}$ 等）， a^n 是没有意义的。这些記号将来在第五章講解指数概念的普遍化时，再另外給予定义。

3. §8 幂的运算法则的几个公式，是以乘方定义和运算律为基础的。在教学中，应使學員能自觉地、巩固地通曉乘方法则在理論上的闡述。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad a^m \cdot a^n &= \underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{m \text{ 个}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{n \text{ 个}} && \text{乘方定义} \\
 &= \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{m \text{ 个}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ 个}} && \text{乘法結合律} \\
 &= a^{m+n} && \text{乘方定义}
 \end{aligned}$$

(2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ，这个公式只有在 $a \neq 0$ ，而 $m \geq n$ 时才成立。

因为 $a^{m-n} \cdot a^n = a^m$ ，

所以按乘除法互为逆运算的关系，得到

$$a^m \div a^n = a^{m-n},$$

若 $m = n$ ，則

$$a^m \div a^n = 1.$$

若 $m = n$ (这时 $n - m$ 是一个自然数), 则

$$a^m \div a^n = \frac{a^m \cdot a^{n-m}}{a^n \cdot a^{n-m}} = \frac{a^n}{a^n \cdot a^{n-m}} = \frac{1}{a^{n-m}}.$$

$$(3) (a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}_{n \text{ 个}} \quad \text{乘方定义}$$

$$= a^{m+m+\dots+m} \quad \text{公式 (1)}$$

$$= a^{mn}.$$

$$(4) (ab)^n = \underbrace{(ab)(ab) \cdot \dots \cdot (ab)}_{n \text{ 个}} \quad \text{乘方定义}$$

$$= ab \cdot ab \cdot \dots \cdot ab \quad \text{乘法结合律}$$

$$= \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ 个}} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot \dots \cdot b)}_{n \text{ 个}} \quad \text{乘法交换、结合律}$$

$$= a^n b^n. \quad \text{乘方定义}$$

$$(5) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \dots \cdot \frac{a}{b}}_{n \text{ 个}} \quad \text{乘方定义}$$

$$= \frac{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}{b \cdot b \cdot \dots \cdot b} \quad \text{分数乘法法则}$$

$$= \frac{a^n}{b^n}. \quad \text{乘方定义}$$

4. 关于多项式的平方的一般法则: 多项式的平方等于各项平方的和加上每两项乘积的两倍, 可以直接由乘法运算得到:

$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2 = (a_1 + a_2 + \dots + a_n)(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$, 右端的两个多项式相乘是用第二个多项式的每一项乘第一个多项式的各项, 而后再合并同类项。因此, 积中的各项有两个相同文字的乘积, 也有两个不同文字的乘积。两个相同文字的乘积的各项系数都是 1。例如: a_1^2 这样的项, 只能由第二个多项式中的 a_1 乘第一个多项式中的 a_1 得到; a_2^2 这样的项, 只能由第二个多项式中的 a_2 乘第一个多项式中的 a_2 得到, 等等。而两个不相同文字的乘积的各项系数都是 2。例如 $a_1 a_2$ 这样的项可以由第二个多项式中的 a_1 乘第一个多项式

中的 a_2 得到，也可以由第二个多项式中的 a_2 乘第一个多项式中的 a_1 得到。因此，乘积中有两个 a_1a_2 的项，合并后就得到 $2a_1a_2$ 。

在实际计算中，如果多项式所含的项数过多，要把“每两项乘积的两倍”的项一一写出是有困难的。我们可以按照下面的顺序一一写出，就可以不致发生错误。

先用多项式的第一项依次乘后面各项，次用第二项依次乘它的（即第二项的）后面各项，再用第三项依次乘它的（即第三项的）后面各项，等等。再把每一个积前面加一个系数2。

例如，在

$$(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5)^2$$

的乘积中“每两项乘积的两倍”的项可以按照下面的顺序写出：

$$2a_1a_2, 2a_1a_3, 2a_1a_4, 2a_1a_5,$$

$$2a_2a_3, 2a_2a_4, 2a_2a_5,$$

$$2a_3a_4, 2a_3a_5,$$

$$2a_4a_5,$$

于是，得

$$\begin{aligned} (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5)^2 &= a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + 2a_1a_2 \\ &+ 2a_1a_3 + 2a_1a_4 + 2a_1a_5 + 2a_2a_3 + 2a_2a_4 + 2a_2a_5 + 2a_3a_4 \\ &+ 2a_3a_5 + 2a_4a_5. \end{aligned}$$

三、教学建议（按节分别说明）：

§6. 乘方 §7. 负数的偶次幂和奇次幂 §8. 幂的运算法则

1. 教学要求：使学员对乘方的意义和幂的运算法则有进一步的理解。

2. 教学注意事项：

(1) 从乘法的定义引入乘方的定义，说明当若干个相同的数连续相乘时，我们便称这种运算叫乘方。例如：

$$(-3)(-3)(-3)(-3) = (-3)^4 = 81,$$

$$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5,$$

一般地说： $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ 个}} = a^n.$

n 个

(2) $(-3)^4$ 、 a^5 、 a^n 叫做幂，把4、5、 n 分别称为它们的指数， (-3) 、 a 、 a 分别称为它们的底数。又 $(-3)^4$ 、 a^5 、 a^n 可分别称为 (-3) 、 a 、 a 的4次、5次、 n 次幂。

(3) 乘方是指这一种运算，而幂是指运算结果，不要混淆。

(4) 对于§6的讲解，应当加以重视。学员对于负数的乘方，符号往往容易弄错。可以通过习题二中第1题来巩固负数乘方的符号法则。

(5) 通过习题二的第2题举例说明书末的平方表和立方表的应用。

(6) §7中公式介绍后，可补充一些错误的等式，要求学员指出错误，以加强对法则的认识。例如：

$$2^5 \cdot 3^2 = (2 \cdot 3)^7 = 6^7,$$

$$2^3 + 2^4 = 2^7,$$

$$(a^2)^3 = a^5,$$

$$(a^2)^3 = a^{2^3} = a^8,$$

$$a^2^3 = a^6,$$

$$(-3)^6 + 3^3 = (-3)^3 = -27.$$

§9. 多项式的平方

1. 教学要求：使学员掌握多项式的平方法则，并能灵活运用。

2. 教学注意事项：

(1) 讲解多项式的平方前，可提問 $(a+b)^2$ 的公式，从而利用这个公式来展开多项式的平方，最后再直接用乘法计算来归纳成多项式平方的一般法则。

(2) 如果多项式中含有负项，则可将这多项式改为代数和的形式而后展开。例如：

$$(a-b-c)^2 = [a+(-b)+(-c)]^2 = a^2 + (-b)^2 + (-c)^2$$

$$+ 2a(-b) + 2a(-c) + 2(-b)(-c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac$$

$$+ 2bc.$$

(3) 在展开多项式的平方时，学员往往会发生如下的错误：

$$(3x-2y+z)^2 = 9x^2 - 4y^2 + z^2 + \dots\dots\dots,$$

或

$$(3x-2y+z)^2 = 3x^2 + 2y^2 + z^2 + \dots\dots\dots.$$

发生这些错误的原因，是由于学员对负数的乘方以及公式 $(ab)^n = a^n b^n$ 还不熟练。因此，在讲解前可以着重对于这两方面的提问。

(4) 可补充些系数是小数及分数的题目，作为学员课外作业。

如計算：

$$\textcircled{1} \left(0.3x - \frac{1}{3x} + 3 \right)^2;$$

$$\textcircled{2} \left(1.2a^n - 1.3a^{n-1} + \frac{1}{5}a^{n-2} \right)^2.$$

第二單元 方 根

一、教學目的：

1. 使學員理解開方運算是乘方運算的逆運算，從而能正確的掌握方根的性質。

2. 通過非完全數的正數開平方的講解，使學生理解有新數存在，為下一單元講解無理數的概念作好準備。

二、教材研究：

1. 本單元是由上一單元乘方的運算引出它的逆運算——開方運算，從而討論方根的性質，而後講解數的開方，說明非完全平方數的正數開平方不能得到有理數，為下一單元講解無理數的概念作好準備。

本單元的教材，分作兩個部份：

(1) 關於方根的定义和性質 (§10—§11)；

(2) 關於正數的平方根 (§12—§13)。

在本單元的教學中，應着重講解方根的性質和算術根的意义。

2. 方根是一個數，而開方是求方根的運算；它是乘方的逆運算。方根的性質就是根據這個關係導出的。

3. 關於奇次方根的性質，對於正數或負數的奇次方根課本上用“不能多於一個”，而不用“有且只有唯一的值”的原因是：所謂“不能多於一個”包括沒有在內；而“有且只有唯一的值”的意思說明必定有一個，且只有一個。在本單元中，還在有理數範圍內討

論，亦即沒有介紹新數——無理數——以前，我們還不能說一定有一個。例如 2 的平方根或立方根就不知道是什麼數，所以我們只能說“不能多於一個”，到下一單元引入無理數的概念後，我們才可以說“任何數的奇次方根有一且只有唯一的值”。

偶次方根的性質說明只有正數才能開偶次方，而正數的偶次方根“不能多於兩個”而不用“有兩且僅有兩個”的原因和奇次方根的情形一樣。

零的奇次方根或偶次方根都是零，所以我們可以肯定的說“只有唯一的值”。

4. 因為一個正數的奇次方根是一個正數，而一個正數的偶次方根是兩個相反的數，那麼，記號 $\sqrt[n]{a}$ ($a > 0$)，在 n 為奇數時，當然只表示那個正根，但在 n 為偶數時， $\sqrt[n]{a}$ 究竟表示正根，還是表示負根？一個記號表示兩個不同的數，在應用時就不確定了。例如 $\sqrt{4}$ 如果既表示 +2 又表示 -2， $\sqrt{9}$ 如果既表示 +3 又表示 -3，那麼， $\sqrt{9} + \sqrt{4}$ 就要得到下面四個結果：

$$\sqrt{9} + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5,$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{4} = (-3) + (-2) = -5,$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{4} = (-3) + (+2) = -1,$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{4} = 3 + (-2) = 1.$$

因此，為了確定起見，規定記號 $\sqrt[n]{a}$ ($a > 0$) 表示正根（不問 n 是奇數或偶數），即算術根；而用 $-\sqrt[n]{a}$ 表示負根。

若 $a < 0$ ，則只有在 n 為奇數時，記號 $\sqrt[n]{a}$ 是一個負根，而當 n 為偶數時，它沒有意義。因此，一個負數的奇次方根的記號沒有必要加以規定。

5. §12、§13 講解求一個正數的算術根的法則，這裡只談開平方的法則。這個法則在初中已經講過，這裡只是複習一下。在 §13 非完全平方數的正數開平方說明在開不尽的情形下，所求得的算術根就不可能是一個有理數，從而說明一定有新數存在。

6. 所謂精確到 $\frac{1}{10^n}$ 的不足近似值和過剩近似值是近似值的一種情形。精確到 $\frac{1}{10^n}$ 的不足近似值是指求這數到第 n 位小數，而把第 n

+1 位及其以后的数位上的数码舍去；精确到 $\frac{1}{10^n}$ 的过剩近似值是指在精确到 $\frac{1}{10^n}$ 的不足近似值的最末一位（即第 n 位小数）的数码上加 1。这样，精确到 $\frac{1}{10^n}$ 的不足近似值总比真值小，而过剩近似值总比真值大。我們所采用的四舍五入法就是取精确到 $\frac{1}{10^n}$ 的不足近似值（四舍）和过剩近似值（五入）。精确到 $\frac{1}{10^n}$ 的过剩近似值与不足近似值的差是 $\frac{1}{10^n}$ 。

三、教学建議（按节分別說明）：

§10. 方根 §11. 方根的記法

1. 教学要求：

（1）使學員理解乘方运算与开方运算的关系，从而能正确的掌握方根的性质。

（2）使學員理解算术根的意义。

2. 教学注意事项：

（1）講解方根的定义可由实例导出，如 $4^3=64$ ， $(-3)^4=81$ ，幂底数 4 和 -3 对于 64 和 81 都应有一定关系。然后講出数学上把 4 称为 64 的三次方根，-3 称为 81 的四次方根。同理 $(-4)^3=-64$ ，-4 也应是一 64 的三次方根，由此类推，如 $x^n=a$ ，则 x 叫做 a 的 n 次方根。

說明 a 的二次方根又叫做 a 的平方根， a 的三次方根又叫做 a 的立方根。

（2）开方是乘方的逆运算：可由

$$4^3 = (?) \text{ 和 } (?)^3 = 64$$

來說明前者求 4 的三次幂，这种运算，叫乘方；后者求 64 的立方根，这种运算叫开方；而乘方和开方是互为逆运算。

（3）方根的性质：講完書中內容后，可以總結出：

奇次方根的性质	被开方数——正数 →得正根	} 唯一性
	被开方数——負数 →得負根	
	被开方数——零 →得 0	
偶次方根的性质	被开方数——零 →得 0	}
	被开方数——正数 →得正負兩根	
	被开方数——負数 →无意义	

(4) 講解方根的記号 $\sqrt[n]{a}$ ，可以指出根号上面的橫綫具有括号的意義，如 $\sqrt[n]{a} + b$ 和 $\sqrt[n]{a+b}$ 是有区别的，前者只是將 a 开平方后者是將 $a+b$ 开平方。

(5) 說明由于正数的偶次方根是两个相反的数，因此，为了确定起见，在 $a > 0$ 时，規定 $\sqrt[n]{a}$ 表示正根，而 $-\sqrt[n]{a}$ 表示負根。应強調指出，被开方数是正数的正 n 次方根叫做算术根，如 $\sqrt[4]{16} = 2$ ， $\sqrt[3]{27} = 3$ 分別是16和27的四次和三次算术根。4的平方根和記号 $\sqrt{4}$ 是有区别的。

§12. 完全平方数的开平方 §13. 非完全平方数的正数开平方

1. 教學要求:

(1) 复习完全平方数及非完全平方数的开平方法則，为引入无理数做好准备。

(2) 使學員明确关于非完全平方数的方根的处理。

2. 教學注意事項:

(1) 开平方法則是根据公式 $(a+b)^2 = a^2 + (2a+b) \cdot b$ ， $(a+b+c)^2 = a^2 + (2a+b)b + (2a+2b+c)c$ 等等而来的。例如課本中 $\sqrt{453.69} = 21.3$ 。