

中等专业学校教材



材料力学

第二版

成都水力发电学校 陈凤翔
四川省水利学校 顾友丽 合编



中等专业学校教材

材 料 力 学

(第二版)

成都水力发电学校 陈凤翔
四川省水利学校 顾友丽 合编

中国水利水电出版社

内 容 提 要

本书内容包括绪论、轴向拉伸和压缩、剪切、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态和强度理论、组合变形、压杆稳定等十章。各章最后有小结、思考题和习题。

本书是中等专业学校水利水电类教材,适用于水利水电工程建筑和农田水利专业,同时也可供水利水电工程人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/顾友丽等编.—2版.—北京:中国水利水电出版社,1992(2007重印)

中等专业学校教材

ISBN 978-7-80124-497-0

I. 材… II. 顾… III. 材料力学—专业学校—教材
IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 020283 号

中等专业学校教材

材 料 力 学

(第二版)

成都水力发电学校 陈凤翔 合编
四川省水利学校 顾友丽

*

中国水利水电出版社 出版
(原水利电力出版社)

(北京市三里河路6号 100044)

北京科水图书销售中心(零售)

电话:(010) 88383994、63202643

全国各地新华书店和相关出版物销售网点经售

北京市地矿印刷厂印刷

*

787mm×1092mm 16开本 12.5印张 296千字

1985年5月第1版

1992年6月第2版 2007年2月第9次印刷

印数 106111—108110册

ISBN 978-7-80124-497-0

(原 ISBN 7-120-01448-X/TV·519)

定价 17.50 元

第 二 版 前 言

本书是根据水利部教育司“一九九〇～一九九五年教材选题与编审出版规划”和中等专业学校水利水电工程建筑专业教学大纲（四年制）编写的。

本教材在总结前两轮教材建设经验的基础上，按照教学改革的精神，遵循科学性、启发性、实用性等原则，在保持课程系统性的前提下，力求做到理论联系实际，加强基本理论、基本方法的阐述，重点突出、难点分析透彻。

本书适用于水利水电类中等专业学校的水利、农水、水工、水管专业。作适当增删后也可用于其它专业。本书有“*”符号部分系选学内容。为便于读者自学和复习，本书各章之末均附有小结、思考题和习题。

本书由成都水力发电学校陈凤翔、四川省水利学校顾友丽合编，由陈凤翔统稿，其具体分工如下：第一、二、三、四、五、十章由陈凤翔编写，其中第五、十章全部材料的收集和整理工作，由成都水力发电学校黄仪端承担，第六、七、八、九章由顾友丽编写。

本书由广西水电学校代铁坦主审。

由于编者水平有限，诚恳希望广大师生和读者提出宝贵意见。

编 者

1990年11月

第一版前言

本书是根据一九八二年水利电力部教育司制定的中等专业学校水利水电工程建筑和农田水利工程专业材料力学教学大纲编写的。

在编写时，力求做到：紧扣教学大纲，贯彻“少而精”原则，删繁就简，重点突出；在对问题的分析上，从实际出发，阐明分析问题的方法，达到培养学生独立解决问题的能力，由浅入深，循序渐进；在教材组织上，按照教学规律，由简及繁，难点分散。例如应力状态一章，从主平面单元体的应力导出斜截面应力的计算公式，再介绍应力圆的概念，用应力圆求解斜截面应力和主应力等，这样可使读者易于掌握。为了体现教材的内在联系，把扭转和剪切合并成一章，通过薄壁圆管的扭转，介绍有关剪切的两个基本定律。在连接件的计算中，阐明剪切和挤压的实用计算方法；为了加强实践性教学环节，书中安排了较多的例题和习题，各章均附有小结及思考题。

本书采用国际单位制，并附有国际单位制与工程单位制换算表，以供查用。

书中带“*”号部分，可视专业需要作为选学内容。

本书由陕西省水利学校刘震坤同志主审。在编写过程中，曾邀请主审人和四川省水利学校张学裕、广西水电学校黄汉炎、辽宁省水利学校潘书勇等同志参加初审会议，对本书的内容安排，例题选择等方面，提出了许多建设性意见，在此一并致谢。

限于编者水平，本书一定存在不少的缺点和不妥之处，诚恳地希望广大读者提出宝贵意见。

编 者

1984年6月

目 录

第二版前言

第一版前言

第一章 绪论	1
第一节 材料力学的基本任务	1
第二节 变形固体及其基本假设	2
第三节 外力及其分类	2
第四节 内力、截面法和应力的概念	3
第五节 杆件变形的基本形式	5
第二章 轴向拉伸和压缩	6
第一节 轴向拉伸和压缩的概念及实例	6
第二节 轴向拉、压杆的内力——轴力及轴力图	6
第三节 轴向受拉杆和受压杆的应力	8
第四节 轴向拉（压）杆的强度计算	12
第五节 拉（压）杆的变形 胡克定律	14
第六节 材料在拉伸和压缩时的力学性能	17
第七节 许用应力和安全系数	21
第八节 考虑自重时受拉（压）杆的计算	22
第九节 应力集中的概念	25
小结	26
思考题	27
习题	27
第三章 剪切	30
第一节 剪切的概念及工程实例	30
第二节 剪切的实用计算	30
第三节 挤压的实用计算	32
第四节 剪应变与剪切胡克定律	35
小结	36
思考题	37
习题	37
第四章 扭转	39
第一节 扭转的概念和实例	39
第二节 扭矩和扭矩图	39
第三节 圆杆扭转时的应力和变形	41
第四节 圆杆扭转的强度和刚度计算	45
* 第五节 矩形截面杆扭转简介	48
小结	51

思考题	51
习题	52
第五章 弯曲内力	53
第一节 弯曲的概念	53
第二节 弯曲时的内力	54
第三节 剪力方程和弯矩方程、剪力图和弯矩图	61
第四节 弯矩、剪力与荷载集度间的微分关系	67
第五节 用叠加法作梁的弯矩图	70
小结	74
思考题	74
习题	76
第六章 弯曲应力	78
第一节 概述	78
第二节 惯性矩的计算	78
第三节 梁横截面上的正应力	83
第四节 梁横截面上的剪应力	87
第五节 梁的强度计算	92
第六节 梁的合理截面	96
小结	99
思考题	100
习题	101
第七章 弯曲变形	105
第一节 概述	105
第二节 梁的挠曲线的近似微分方程	106
第三节 用积分法求弯曲变形	107
第四节 用叠加法求梁的变形	112
第五节 梁的刚度校核	115
小结	116
思考题	117
习题	118
第八章 应力状态和强度理论	120
第一节 应力状态的概念	120
第二节 平面应力状态的应力分析	121
第三节 平面应力状态的主应力	125
第四节 三种基本变形杆件的应力分析	128
第五节 三向应力状态的最大应力	132
第六节 广义胡克定律	135
* 第七节 变形能和比能	136
第八节 强度理论	138
小结	143
思考题	144

习题	144
第九章 组合变形	147
第一节 概述	147
第二节 斜弯曲	148
第三节 压缩(拉伸)与弯曲组合	151
第四节 偏心压缩(拉伸)	154
小结	159
思考题	159
习题	160
第十章 压杆稳定	163
第一节 压杆稳定的概念	163
第二节 确定临界压力的欧拉公式	165
第三节 压杆的临界应力	168
第四节 压杆的稳定计算	171
第五节 提高压杆稳定的措施	177
*第六节 梁、拱、板、壳稳定问题简介	178
小结	179
思考题	179
习题	180
附录 I 型钢表	182
附录 II 工程单位制和国际单位制对照表	190
主要参考书	192

第一章 绪 论

第一节 材料力学的基本任务

任何建筑物和机器，都是由很多的构件（或零件）按一定的规律组合而成，故把它们通称为结构或结构物。组成结构的构件是各种各样的，但根据其几何特征，大致可归纳为如下四类：

1. 杆 凡长度远大于其它两个方向尺寸的构件，称为杆 [图 1-1 (a)]。即 $l \gg h, l \gg b$ 。
2. 板和壳 凡长度和宽度远大于厚度的构件，成平面形状时称为板，成曲面形状时称为壳 [图 1-1 (b)]。即 $a \gg t, b \gg t$ 。
3. 块体 三个方向的尺寸都属同量级的物体，称为块体 [图 1-1 (c)]。即 $a \approx b \approx c$ 。
4. 薄壁杆 三个方向的尺寸都相差很大的构件，称为薄壁杆 [图 1-1 (d)]。即 $l \gg b \gg t$ 。

为了保证结构的安全和正常的工作，必须使每一构件在受到外力的作用时，能满足以下三方面的要求：

1. 强度要求 所谓强度是指构件在外力作用下抵抗破坏的能力。构件必须具有足够的强度。

2. 刚度要求 所谓刚度是指构件在外力作用下抵抗变形的能力。构件必须具有足够的刚度。保证变形限制在容许范围内。

3. 稳定性要求 所谓稳定性是指构件在外力作用下保持其原有平衡状态的能力。构件必须具有足够的稳定性。

在设计每个构件时，应同时满足强度、刚度和稳定性的要求。但对某一具体构件来说，有时其中有一个方面的要求是主要的，只要满足了这一主要方面的要求，则其它两方面的要求也就自然地满足了。

当构件满足了上述三方面的要求时，就可以认为构件是安全的。过分地强调构件的安全，而加大构件的几何尺寸和选用较好的材料，将会造成人力、物力和财力的浪费，是不符合经济的原则的。反之，片面地追求经济则可能导致构件不安全。所以，材料力学的基本任务是通过研究构件的强度、刚度、稳定性和材料的力学性能，提供有关的基本理论、计

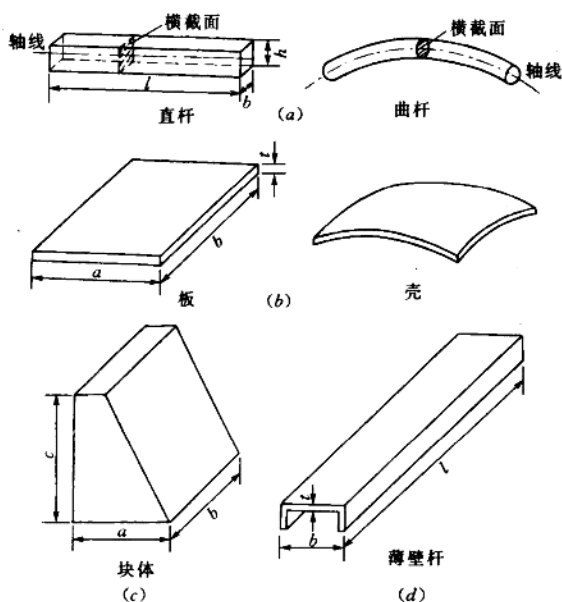


图 1-1

算方法和试验技术,在保证构件既安全又经济的前提下,为构件选择合适的材料,确定合理的截面形状与尺寸。

第二节 变形固体及其基本假设

理论力学主要研究物体在外力作用下的平衡与运动问题,故可以把物体看作是不变形的绝对刚体。然而,材料力学所研究的却是构件在外力作用下的强度、刚度和稳定性问题,物体的变形已成为重要的基本性质,因此,在材料力学中必须把构件看作是变形固体。

变形固体在外力作用下要改变自己的形状和尺寸,固体形状和尺寸的改变称之为变形。如果外力除去后变形就能立刻消失,这样的变形称为弹性变形。若变形在外力除去后不能完全消失,这样的变形称为塑性变形(或残余变形)。塑性变形是在外力超过某一极限值而引起的,在构件中一般是不允许有塑性变形的。

当外力除去后,变形固体能恢复其原来形状的能力称为弹性。变形能完全消失的那种理想的完全弹性体,在自然界中是没有的。但是,某些建筑材料(如钢、木材等),当外力不超过某一限度时,按其性质来说接近于完全弹性体,可把它看成是完全弹性的。每一种材料的弹性极限都要用实验来测定。

为了分析和研究构件的强度、刚度和稳定性,往往忽略变形固体的一些次要性质,而根据其主要性质将它加以适当的理想化。在材料力学中对变形固体作如下假设:



图 1-2

1. 连续均匀性假设 即认为组成变形固体的物质充满整个体积,而且各点处的性质完全相同。

2. 各向同性假设 即认为变形固体各方向上具有完全相同的性质。

3. 小变形假设 构件在外力作用下而引起的变形,其值远小于构件的原始尺寸,这样的变形称为小变形(图

1-2)。

由于构件的变形很小,所以在研究构件的平衡时,可不考虑外力作用点在构件变形时的位置改变,而用变形前的原始尺寸进行分析计算,这样可使计算大为简化,而产生的误差却非常微小。

第三节 外力及其分类

物体上所受的力,可以分为两大类,即外力和内力。外力是指物体受其它物体的作用力,内力是指物体本身各部分间的相互作用力。为了研究变形固体的内力和变形,必须首先弄清楚各种外力的性质。

外力包括荷载和约束反力。一般而论,荷载属于主动力,约束反力属于被动力。约束反力是阻止物体因荷载作用产生运动趋势所引起的反作用力,其性质、方向根据约束的型式而定,其大小则与荷载的大小和作用方式有关。

在工程实际中结构受到荷载的作用是各种各样的,为了便于分析,可以分类如下。

一、根据作用的性质可分为静荷载和动荷载

1. 静荷载 缓慢地加到结构上的荷载,其大小、位置和方向不随时间而变化(或变化得极慢)。在这种荷载作用下,结构不会产生显著的加速度,故可略去惯性力的影响。作用在土木、水利工程建筑物上的荷载,如结构的自重、水压力和土压力等,都属这一类。

2. 动荷载 大小、位置和方向随时间迅速变化的荷载。在这种荷载作用下,结构会产生显著的加速度,故必须考虑惯性力的影响。例如火车车轮对桥梁的冲击力,锻造气锤对工件的冲击力等,都属这一类。

在本教材中,主要讨论构件在静荷载作用下的有关问题。

二、根据作用时间的长短可分为恒荷载和活荷载

1. 恒荷载 结构建成以后,长期作用在结构上的大小和位置不变的荷载。例如构件的自重就是一种典型的恒荷载。

2. 活荷载 在施工期间和使用期间暂时作用在结构上的荷载。这种荷载有时存在,有时不存在,其作用的位置和范围可能是固定的(如风、雪荷载等),也可能是变动的(如吊车荷载、汽车荷载、楼面荷载等)。

三、根据作用在结构上的范围可分为集中荷载和分布荷载

1. 集中荷载 若荷载作用在结构上的面积远小于其表面积,可把荷载看作是集中作用在一“点”上,这样的荷载称为集中荷载。例如火车对钢轨的轮压力,闸门通过滚轮传给闸墩的压力,面积较小的柱传给面积较大的基础上的压力等,都可以看作是集中荷载。

集中荷载(或集中力)看作是作用在一“点”上,这只是为了简化计算而作的近似假定。实际上由一点来传递任何压力都是不可能的。不过采用这种近似概念所引起的误差是很小的,故在一般工程实践中也是许可的。集中力的量纲是[力],单位为牛顿(N)或千牛(kN)。

2. 分布荷载 若荷载是连续地作用在物体表面的较大面积上,这样的荷载称为分布荷载。例如屋面上的积雪和桥上的人群,可以看作是均匀分布荷载;挡水坝迎水面上所受的水压力和挡墙背面所受的土压力,都可以看作是非均匀分布荷载。分布荷载的量纲是[力]/[长度]²,单位为牛顿每平方米(N/m²)或者千牛每平方米(kN/m²)作为分布荷载的单位。在进行设计计算时,要将分布作用在面积上的分布力,简化为分布在构件轴线(构件横截面形心的连线)上的分布力。例如可将等截面梁的自重简化为沿梁长均匀分布的线荷载,将变截面梁的自重简化为沿梁长度非均匀分布的线荷载。线荷载的量纲是[力]/[长度],单位为牛顿每米(N/m)或千牛每米(kN/m)。

第四节 内力、截面法和应力的概念

一、内力

从物理学中知道,在固体物质中,任何两分子间都存在着引力和排斥力。这两种力的大小与分子间的距离 r 有关。当 r 为某一定值时,这两种力相互平衡,则保持分子的相对位置不变,维持固体的一定状态。这种在物体本身各分子之间存在的相互作用力,在物理学中称为分子结合力。

当物体受到不超过某一限度的外力作用时,物体相邻两分子间的距离会加大或缩小,则作用在它们之间的引力和排斥力就会发生改变,而分子间引力或排斥力的变化,要使此两分子恢复其原有的距离。这种因物体受到外力作用而引起的分子结合力的改变量称为内力。材料力学的主要工作之一就是研究这种内力,因为它和材料的强度有着密切的关系。为了与真实分子结合力有所区别,有时把这种内力称为附加内力。

二、截面法

为了显示出构件在外力作用下任一截面的内力,可以假想地用截面将构件截开,分成 A 和 B 两个部分 [图 1-3 (a)],任取其中一部分(例如 A)为脱离体,并将 B 部分对 A 部分的作用以截面上的内力来代替 [图 1-3 (b)]。根据连续均匀性的假设,内力在截面上各点是连续分布的,因此内力是一个分布在截面上的分布力系,把这个分布力系的合力称为截面上的内力。

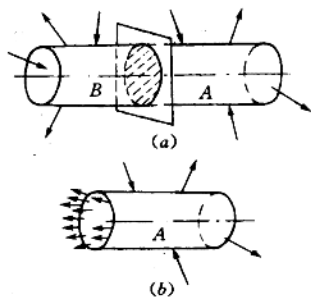


图 1-3

因为整个构件受力是处于平衡状态,故任取一脱离体也必须处于平衡状态,所以只要考虑脱离体 A 的平衡,列出静力学平衡方程,就可以由已知外力求得截面上的内力。同样可取 B 部分为脱离体,由作用在其上的外力求得截面上的内力。显然,根据牛顿第三定律可知, B 部分截开面上的内力与 A 部分截开面上的内力等值而反向。

上述用假想截面把构件分成两个部分,以显示并确定内力的方法称为截面法。其步骤可归纳如下:

- (1) 假想地用截面将构件截开成为两部分;
- (2) 取其中任一部分为脱离体,并在截面上用内力代替另一部分对该部分的作用;
- (3) 列出脱离体的平衡方程,即可求出内力。

三、应力

上述内力的求法,只能求得分布内力的合力,但还不能判断构件的强度是否满足要求。为此,引进应力的概念。

设在构件截面 $m-m$ 上,围绕 K 点划出一小面积 ΔA [图 1-4 (a)], ΔA 面积上的合力为 ΔP ,则 ΔP 对 ΔA 的比值称为在小面积上的平均应力,即

$$p_{\text{平均}} = \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

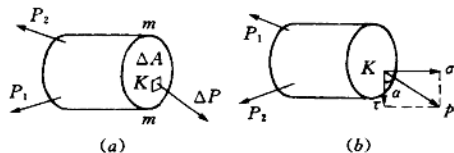


图 1-4

这样,应力就表示着分布内力的集度,通常把应力看作是作用在单位面积上的内力。应力的量纲是 [力] / [长度]²,单位为牛顿/米² (N/m²),其代号为 Pa (帕),即 1Pa = 1N/m²。

为了消除面积 ΔA 大小的影响,令 ΔA 逐渐地向 K 点缩小,取极限,则得 K 点的实际应力为

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA}$$

所以, 应力是单位面积上的内力, 它表示内力在某点的集度。应力 p 是一个矢量, 一般地说既不与截面垂直, 也不与截面相切。通常把应力 p 分解成垂直截面的分量 σ 和切于截面的分量 τ [图 1-4 (b)]。 σ 称为正应力, τ 称为剪应力。显然, 它们之间有如下关系:

$$\sigma = p \sin \alpha \quad \tau = p \cos \alpha$$

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$$

第五节 杆件变形的的基本形式

若构件的长度远大于横截面尺寸, 则这类构件称为杆件 (简称为杆)。杆的几何形状可以由杆的轴线 (截面形心的连线) 和垂直于轴线横截面的几何形状来表示。轴线为曲线的杆称为曲杆, 轴线为直线的杆称为直杆。若直杆的横截面沿轴线大小和形状都不变, 则称为等直杆。等直杆是本教材研究的主要对象。

在实际工程中, 杆可能受各种各样的外力作用, 故杆的变形也将是各种各样的。但是, 总不外以下四种基本变形之一, 或是其中几种变形的组合。

1. 拉伸或压缩 杆的这种基本变形是由于外力的作用线与杆轴线重合而引起的变形 [图 1-5 (a)、(b)]。

2. 剪切 杆的这种基本变形是由一对距离很近、方向相反的横向外力的作用而引起的变形 [图 1-5 (c)]。

3. 扭转 杆的这种基本变形是由一对转向相反、作用在垂直于杆轴线的平面内的力偶所引起的变形 [图 1-5 (d)]。

4. 弯曲 杆的这种基本变形是由一对方向相反、作用在杆的纵向对称平面的力偶所引起的变形 [图 1-5 (e)]。

本书将先讨论变形的基本形式, 然后研究变形的组合形式。

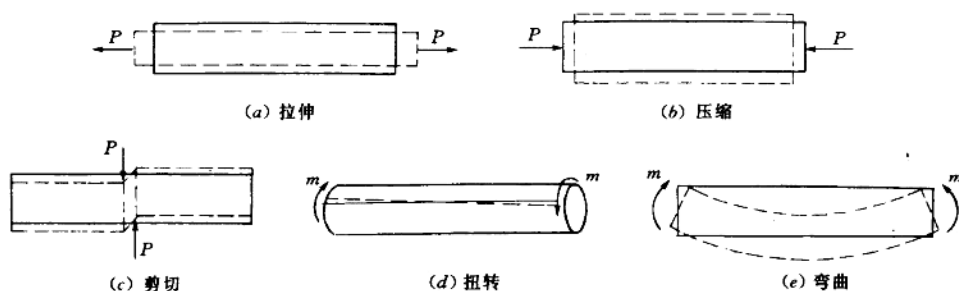


图 1-5

第二章 轴向拉伸和压缩

第一节 轴向拉伸和压缩的概念及实例

在实际工程中,会经常遇到承受轴向拉伸荷载或轴向压缩荷载的等直杆。如图 2-1 所示桁架的竖杆、斜杆和上、下弦杆,都是承受拉伸或压缩的等直杆,而桁架的两端是支承在柱的中心,所以柱也是轴向压缩的等直杆。

图 2-2 (a) 表示一钢筋混凝土电杆上支承架空电缆的横担结构,由横杆 BC 和斜杆 AB 所组成,在结点 B 处受有向下的集中荷载 P (电缆重) 的作用。设杆端的连接为理想的铰结,杆本身自重可略去不计,则由静力平衡分析 [图 2-2 (c)], 可得 AB 及 BC 二杆的受力情况如图 2-2 (b) 所示。

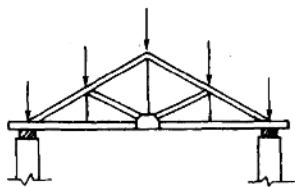


图 2-1

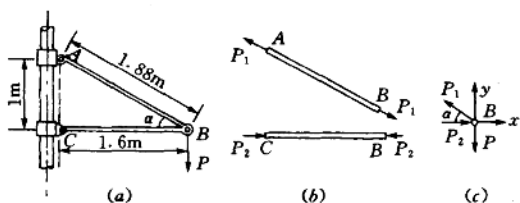


图 2-2

在 AB 和 BC 二杆的两端都只作用有大小相等、而方向相反且作用线与杆轴线重合的二力。拉力 P_1 使 AB 杆产生轴向拉伸变形,把这类杆称为轴向受拉杆;压力 P_2 使 BC 杆产生轴向压缩变形,把这类杆称为轴向受压杆。

第二节 轴向拉、压杆的内力——轴力及轴力图

一、轴力

等直圆杆受轴向外力 P 的作用 [图 2-3 (a)], 现来分析其横截面上的内力。

为了显示杆中的内力,应用截面法,将杆沿任一截面 $m-m$ 假想地分成 I 和 II 两部分 [图 2-3 (b)]。取任一部分 (例如 I) 为脱离体,另一部分对该部分的作用,用截面上的内力 N 来代替 [图 2-3 (c)], 则由静力平衡条件

$$\sum X = 0 \quad N - P = 0$$

求得内力

$$N = P \quad (2-1)$$

同样,若以 II 部分为脱离体 [图 2-3 (d)], 可求得 I 部分对 II 部分作用的内力为 $N = P$, 它与 II 部分对 I 部分作用的内力等值反向,符合牛顿第三定律。由于内力 N 的作用线通过杆横截面的形心,与杆轴线重合,故称为轴力。

为了区别拉伸和压缩,对轴力 N 的正负号作如下规定:

轴力指向离开截面为(+)号,轴力为拉力;
轴力指向朝着截面为(-)号,轴力为压力。

二、轴力图

当杆受多个轴向外力作用时,在杆的不同截面上将有不同的轴力。在对杆进行强度计算时,必须以杆内最大轴力 $N_{\max}$ 为依据。杆的轴力随截面位置而变化的情形,可用图线表示,通常按一定比例尺,用平行杆轴线的坐标表示截面的位置,用垂直杆轴线的坐标表示截面上的轴力,从而绘出表示轴力与截面位置关系的图线,就是轴力图。现举例来说明轴力的求法和轴力图的绘制。

例 2-1 一等直木柱受轴向荷载 $P_1 = 100$ kN, $P_2 = 100$ kN, 如图 2-4 (a) 所示, 试求木柱的轴力, 并绘出轴力图。

解 (1) 求各杆段的轴力

设在 AB 段内任作一截面 1-1, 取上段为脱离体 [图 2-4 (b)], 并以轴力 N_1 代替下段对上段的作用 (设为拉力), 由静力平衡方程

$$\sum X = 0 \quad N_1 + P_1 = 0$$

求得

$$N_1 = -P_1 = -100 \text{ kN}$$

计算结果为负号, 表示 N_1 的实际指向与所设指向相反, 即 N_1 是压力。在 AB 段内无其它外载作用, 故此段内各截面上的轴力都相等, 即都是 $N_1 = -100$ kN。

同样, 设在 BC 段内任取截面 2-2, 取上段为脱离体 [图 2-4 (c)], 并以轴力 N_2 代替下段对上段的作用, 由静力平衡方程

$$\sum X = 0 \quad N_2 + P_1 + P_2 = 0$$

求得

$$N_2 = -P_1 - P_2 = -100 - 100 = -200 \text{ kN}$$

在 BC 段内各截面的轴力都是 $N_2 = -200$ kN (压力)。

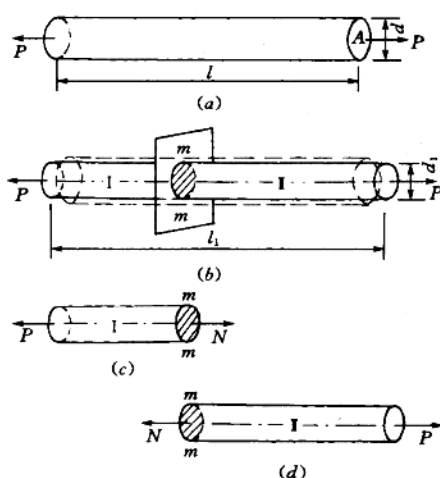


图 2-3

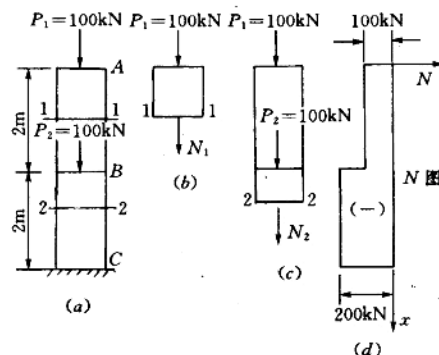


图 2-4

(2) 作轴力图

取直角坐标系, x 轴与杆轴平行, N 轴与杆轴垂直。按一定的比例尺, 以 x 坐标表示截面位置, 以 N 的坐标表示截面上的轴力, 根据各截面上轴力的大小和符号绘出杆的轴力图, 如图 2-4 (d) 所示。轴力图上应标明正、负符号。

由轴力图可以看出, 木柱中的最大轴力为 $N_{\max} = -200$ kN, 发生在 BC 段的各截面上。轴力在截面 B 处发生了由 -100 kN 到 -200 kN 的突变, 是因为在截面 B 上作用有一集中荷载 P_2 的缘故。

例 2-2 一等直杆受力如图 2-5 (a) 所示, $P_1=40\text{ kN}$, $P_2=55\text{ kN}$, $P_3=25\text{ kN}$, $P_4=20\text{ kN}$ 。试求各段杆中的轴力, 并作出轴力图。

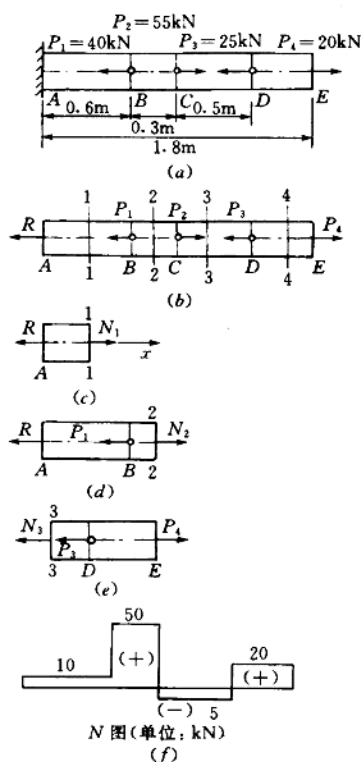


图 2-5

(3) 作轴力图

按上述作轴力图的方法, 绘制出轴力图 [图 2-5 (f)]。由 N 图可以看出, 杆的最大轴力 $N_{\max}$ 发生在 BC 段内, 其值为 $N_{\max}=50\text{ kN}$ 。

第三节 轴向受拉杆和受压杆的应力

一、横截面上的应力

在求得杆横截面上的内力大小和指向后, 还必须知道内力在横截面上的分布规律, 才能求得横截面上的应力。为了找出内力在截面上的分布规律, 必须通过实验中观测到的变形现象, 作出有关变形情况的假设, 然后可导出应力的计算公式。

取一圆截面的等直杆, 事先在它的表面画出表示杆横截面的周边线 ab 、 cd 及平行杆轴的纵向直线 ef 、 gh [图 2-6 (a)]。然后加轴向拉力 P , 杆即发生变形, 在杆表面可以观测到以下现象:

(1) 周边线 ab 、 cd 分别移到 $a'b'$ 、 $c'd'$ 的位置, 但仍保持为直线 [图 2-6 (a) 中虚

解 (1) 为计算方便起见, 先求支座反力 R

取整体为脱离体 [图 2-5 (b)], 由静力学平衡方程

$$\sum X = 0 \quad -R - P_1 + P_2 - P_3 + P_4 = 0$$

得

$$R = -P_1 + P_2 - P_3 + P_4$$

$$= -40 + 55 - 25 + 20 = 10\text{ kN}$$

(2) 求各段的轴力

求 AB 段的轴力 N_1 , 取左段为脱离体 [图 2-5 (c)], 由平衡方程可得

$$N_1 = R = 10\text{ kN}$$

计算结果为正值, 表明 N_1 设为拉力是正确的。

同理, 可求得 BC 段内任一截面 2-2 上的轴力 N_2 [图 2-5 (d)] 为

$$N_2 = R + P_1 = 10 + 40 = 50\text{ kN}$$

求 CD 段的轴为 N_3 , 因右段杆上的外力较少, 取右段为脱离体 [图 2-5 (e)], 计算比较简单。由平衡方程

$$\sum X = 0 \quad -N_3 - P_3 + P_4 = 0$$

$$\text{得} \quad N_3 = -P_3 + P_4 = -25 + 20 = -5\text{ kN}$$

计算结果为负值, 表明 N_3 设为拉力是不对的, N_3 应为压力, 实际指向与所设相反。

同理, 可求得 DE 段的轴力为

$$N_4 = P_4 = 20\text{ kN (拉力)}$$

线], 并且仍然互相平行及垂直于杆轴。

(2) 纵向直线 ef 、 gh 分别移到 $e'f'$ 、 $g'h'$ 的位置, 但仍保持与杆轴平行 [图 2-6 (a) 中虚线]。

根据以上现象, 由表及里的分析, 推断杆的内部变形与其表面相同, 从而作出一个重要假设, 即: 杆的横截面, 在变形前与变形后都保持为平面, 并且与杆的轴线垂直。此假设称为平面假设。

根据平面假设, 可把杆看成是由很多纵向纤维所组成, 当杆受拉时, 所有的纵向纤维都均匀地伸长, 即在横截面各点处变形完全相同。因为内力是随着变形同时产生的, 故横截面上的内力分布也是均匀分布的。由此可知, 杆横截面上各点的内力分布集度是相同的, 即在杆横截面上各点的正应力 σ

都相等 [图 2-6 (b)、(c)]。由于正应力 σ 在横截面上是均匀分布的, 则可由横截面上的内力 N 来确定正应力 σ 的值。

由图 2-6 (b) 所示, 在横截面上取一微面积 dA , 则 dA 面积上的微内力为

$$dN = \sigma dA$$

积分得截面上的内力

$$N = \int_A \sigma dA$$

因 σ 为常数, 故上式可写为

$$N = \sigma \int_A dA = \sigma A$$

从而得

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (2-2)$$

σ 的常用单位是 Pa。对于轴向受压杆式 (2-2) 也能适用。为了区别拉伸和压缩, 对应力 σ 的符号作如下规定:

当 σ 的指向离开截面时为 (+) 号, 为拉应力;

当 σ 的指向朝着截面时为 (-) 号, 为压应力。

例 2-3 若例 2-1 中木柱的横截面为正方形, 边长 $a=200$ mm, 试求上、下两段的正应力 σ 。

解 在例 2-1 中已求得 AB、CD 两段的轴力分别为 $N_1 = -100$ kN $= -1 \times 10^5$ N, $N_2 = -200$ kN $= -2 \times 10^5$ N, 其横截面积 $A = 0.2 \times 0.2 = 0.04$ m²。

由公式 $\sigma = \frac{N}{A}$ 可得

AB 段内任一截面上的应力为

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{-1 \times 10^5}{4 \times 10^{-2}} = -2.5 \times 10^6 \text{ N/m}^2 = -2.5 \text{ MPa}$$

BC 段内任一截面上的应力为

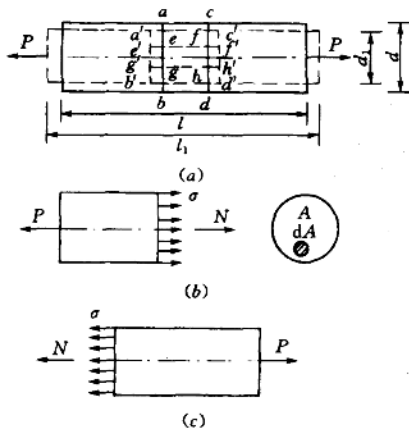


图 2-6