21世纪普通高等教育规划教材

信号与系统

常见题型解析

李芳　郑莉平　刘军　弋英民　编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21世纪普通高等教育规划教材

信号与系统常见题型解析

李　芳　郑莉平
刘　军　弋英民　编

机械工业出版社

本书是根据教育部颁布的高等工业院校“信号与系统课程基本要求”编写的。全书共8章：信号与系统，连续系统的时域分析，离散系统的时域分析，连续系统的频域分析，连续系统的 s 域分析，离散系统的 z 域分析，系统函数，系统的状态变量分析。每章内容包括知识结构图、重点内容提要、例题详解、习题、习题参考答案五个部分。

本书可作为本、专科高校信号与系统课程的自学、复习、辅导材料，也适用报考硕士学位研究生的考生进行系统复习，亦可供教师和有关专业的工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统常见题型解析/李芳等编 .—北京：机械工业出版社，2006.7

21世纪普通高等教育规划教材

ISBN 7-111-19421-7

Ⅰ.信… Ⅱ.李… Ⅲ.信号系统－高等学校－解题 Ⅳ.TN911.6－44

中国版本图书馆CIP数据核字（2006）第067551号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）
责任编辑：贡克勤 版式设计：霍永明 责任校对：李秋荣
封面设计：陈 沛 责任印制：杨 曦
北京机工印刷厂印刷
2006年8月第1版第1次印刷
140mm×203mm · 10.75印张 · 286千字
定价：20.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
本社购书热线电话（010）68326294
编辑热线电话（010）88379711

前　言

“信号与系统”是电类专业一门重要的专业基础课。教学实践表明，学生在学习“信号与系统”课程的过程中，需要借助各种典型的例题加深对本课程主要内容的理解，而做一定数量的习题则是掌握和巩固基本概念的有力手段。为此，我们在历年教学实践的基础上编写了本书。它可以作为教学辅助材料供教师和学生参考，也可以作为研究生入学考试“信号与系统”课程的复习参考资料。可以说，该书是学习、复习“信号与系统”课程的理想参考教材，也可供相关专业工程技术人员学习和参考。

本书共8章：信号与系统，连续系统的时域分析，离散系统的时域分析，连续系统的频域分析，连续系统的 s 域分析，离散系统的 z 域分析，系统函数，系统的状态变量分析。每章内容包括知识结构图、重点与提要、例题详解、习题、习题参考答案五个部分。

本书第1、2、3章由郑莉平编写，第4、5章由李芳编写，第6章由弋英民编写，第7、8章由刘军编写。刘军进行了全书的统稿工作。

本书在编写过程中参阅了大量教材、著作和资料，同时还得到了许多方面的支持和帮助，在此对各位文献作者以及给予本书帮助的各位老师谨致诚挚的谢意。

由于我们的水平有限，难免有错误和不妥之处，热诚欢迎读者批评指正。

编　者

目　　录

第1章　信号与系统

1.1　知识结构图

本章主要内容及其相互关系如图1-1所示。

1.2　重点内容提要

1.2.1　信号的定义与分类

1. 信号的定义

信号是消息的表现形式，消息则是信号的具体内容。所谓电信号，一般指随时间而变化的电压或电流。

2. 信号的分类

信号的形式多种多样，可以从不同角度进行分类，常用的几种分类为：连续时间信号和离散时间信号；周期信号和非周期信号；实信号和复信号；能量信号和功率信号；确定性信号和随机信号。

(1) 连续时间信号和离散时间信号

连续时间信号：在连续的时间范围内有定义的信号称为连续时间信号，简称连续信号。

离散时间信号：仅在一些离散瞬间才有定义的信号称为离散时间信号，简称离散信号。

(2) 周期信号和非周期信号

周期信号：一个定义在$(-\infty, +\infty)$区间内的连续时间信号$f(t)$（或离散时间信号$f(k)$），如果存在一个最小的正值T（或N），对全部t（或k），下式成立：$f(t)=f(t\pm mT)$，$m=0, \pm1, \pm2, \cdots$（或$f(k)=f(k\pm mN)$，$m=0, \pm1, \pm2, \cdots$），则称$f(t)$（或$f(k)$）为周期信号，其周期为T（或N）。

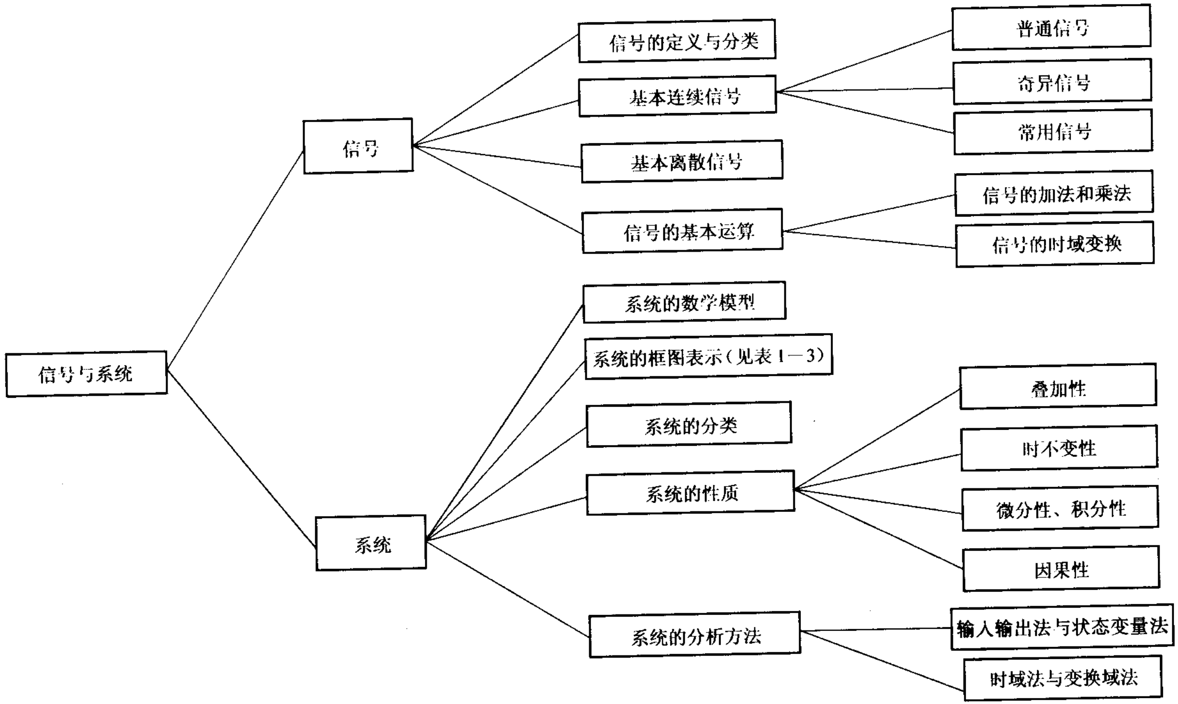


图1-1　第1章知识结构图

(3) 实信号和复信号

实信号：物理上可实现的信号，其在各时刻的函数（或序列）值为实数，称为实信号。

复信号：函数（或序列）值为复数的信号称为复信号。

(4) 能量信号和功率信号

功率信号：如果信号 $f(t)$ 的功率 P 满足：$0<P<\infty$（且信号能量 $E=\infty$），则称 $f(t)$ 为功率有限信号，简称功率信号。

能量信号：如果信号 $f(t)$ 的能量 E 满足：$0<E<\infty$（且信号功率 $P=0$），则称 $f(t)$ 为能量有限信号，简称能量信号。

1.2.2 基本的连续信号

1. 普通信号

(1) 直流信号

$$f(t) = A \qquad -\infty < t < \infty$$

式中，A 为实常数。若 $A=1$，则称为单位直流信号。

(2) 正弦信号

$$f(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$$

式中 A——振幅；

ω——角频率；

φ——初相角。

(3) 单边衰减指数信号

$$f(t) = Ae^{-\alpha t}\varepsilon(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}\varepsilon(t)$$

式中 $\tau = 1/\alpha$——时间常数，α、τ 均为 $\geqslant 0$ 的实常数。

当 $t=\tau=1/\alpha$ 时，有

$$f(\tau) = Ae^{-1} = 0.368A$$

(4) 复指数信号

$$f(t) = Ae^{st} \qquad -\infty < t < \infty$$

式中 $s=\sigma+\mathrm{j}\omega$——复频率，$\sigma$、$\omega$ 均为实常数。

$$f(t)=Ae^{st}\Rightarrow\begin{cases}\text{当 } s=0 \text{ 时} & f(t)=A(\text{直流信号})\\ \text{当 } s=\sigma \text{ 时} & f(t)=Ae^{\sigma t}(\text{实指数信号})\\ \text{当 } s=\mathrm{j}\omega \text{ 时} & f(t)=Ae^{\mathrm{j}\omega t}=A\cos\omega t+\mathrm{j}A\sin\omega t\\ \text{当 } s=\sigma+\mathrm{j}\omega \text{ 时} & f(t)=Ae^{\sigma t}(\cos\omega t+\mathrm{j}\sin\omega t)\end{cases}$$

2. 奇异信号

(1) 单位阶跃信号

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}$$

(2) 单位斜坡信号

$$r(t)=t\varepsilon(t)=\begin{cases}0 & t\leqslant 0\\ t & t>0\end{cases}$$

$r(t)$ 与 $\varepsilon(t)$ 的关系为

$$r(t)=\int_{-\infty}^{t}\varepsilon(x)\mathrm{d}x \tag{1-1}$$

$$\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}=\varepsilon(t) \tag{1-2}$$

(3) 单位冲激信号（表 1-1 中 a 为大于零的实常数，t_0 为实常数）

$$\begin{cases}\delta(t)=0 & t\neq 0\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\end{cases}$$

单位冲激信号 $\delta(t)$ 的性质如表 1-1 所示。

表 1-1　$\delta(t)$ 的性质

与 $f(t)$ 的乘积	$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$
	$f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$
取样性质	$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0)$
	$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=f(t_0)$
偶函数	$\delta(t)=\delta(-t)$

（续）

尺度变化	$\delta(at)=\frac{1}{\lvert a\rvert}\delta(t)$
	$\delta(at-t_0)=\frac{1}{\lvert a\rvert}\delta\left(t-\frac{t_0}{a}\right)$
与 $\varepsilon(t)$ 的关系	$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t}$
	$\int_{-\infty}^{t}\delta(x)\mathrm{d}x=\varepsilon(t)$

（4）单位冲激偶信号 $\delta'(t)$（表 1-2 中 a 为大于零的实常数，t_0 为实常数）

$$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$$

单位冲激偶信号 $\delta'(t)$ 的性质如表 1-2 所示。

表 1-2　$\delta'(t)$ 的性质

奇函数	$\delta'(t)=-\delta'(-t)$
尺度变换	$\delta'(at)=\frac{1}{a^2}\delta'(t)$
与 $f(t)$ 乘积	$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$
	$f(t)\delta'(t-t_0)=f(t_0)\delta'(t-t_0)-f'(t_0)\delta(t-t_0)$
取样性质	$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta'(t)\mathrm{d}t=-f'(0)$
	$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta'(t-t_0)\mathrm{d}t=-f'(t_0)$
	$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta^{(n)}(t)\mathrm{d}t=(-1)^n f^{(n)}(0)$
	$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta^{(n)}(t-t_0)\mathrm{d}t=(-1)^n f^{(n)}(t_0)$
与 $\delta(t)$ 的关系	$\int_{-\infty}^{t}\delta'(x)\mathrm{d}x=\delta(t)$

3. 常用信号

（1）抽样信号

$$f(t)=\frac{\sin(t)}{t}=Sa(t)\qquad -\infty<t<\infty$$

抽样信号性质如下：

$$Sa(t)=Sa(-t)$$

$$\lim_{t\to 0}Sa(t)=\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=1$$

$$\lim_{t\to\pm\infty}Sa(t)=0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t=\pi$$

当 $t=k\pi$（$k=\pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \cdots$）时，$f(t)=0$。

（2）符号函数

$$\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ -1 & t<0\end{cases}$$

或

$$\mathrm{sgn}(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(-t)=2\varepsilon(t)-1$$

（3）单位门信号

$$G_\tau(t)=\begin{cases}1 & |t|\leqslant\dfrac{\tau}{2}\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

单位门信号的波形如图 1-2 所示。

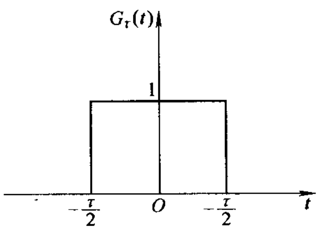


图 1-2　单位门信号的波形

1.2.3 基本的离散信号

1. 单位样值序列

$$\delta(k)=\begin{cases}1 & k=0\\ 0 & k\neq 0\end{cases}$$

2. 单位阶跃序列

$$\varepsilon(k)=\begin{cases}1 & k\geqslant 0\\ 0 & k<0\end{cases}$$

3. 单位门序列（N 为门宽）

$$G_N(k)=\begin{cases}1 & 0\leqslant k\leqslant N-1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

以上三序列有如下关系：

$$\varepsilon(k)=\sum_{n=0}^{\infty}\delta(k-n) \tag{1-3}$$

$$\delta(k)=\varepsilon(k)-\varepsilon(k-1) \tag{1-4}$$

$$G_N(k)=\varepsilon(k)-\varepsilon(k-N) \tag{1-5}$$

4. 单位斜坡序列

$$r(k)=k\varepsilon(k)$$

5. 正弦序列

$$f(k)=\sin\omega_0 k$$

6. 单边指数序列

$$f(k)=a^k\varepsilon(k)$$

1.2.4 信号的基本运算

1. 信号的加法和乘法

(1) 加法　n 个信号 f_1 (·), f_2 (·), …, f_n (·) 相加构成一个新的信号 y (·)，即

$$y(\cdot)=f_1(\cdot)+f_2(\cdot)+\cdots+f_n(\cdot)\qquad n=1,2,\cdots$$

信号相加运算可用加法器实现，如图 1-3 所示，f (·) 表示既可以是 f (t)，又可以是 f (k)。

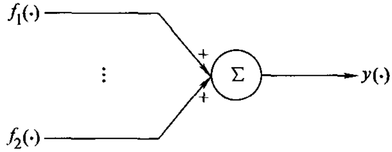


图 1-3　信号相加

(2) 乘法　n 个信号 $f_1(\cdot),f_2(\cdot),\cdots,f_n(\cdot)$，相乘构成一个新的信号 $y(\cdot)$，即

$$y(\cdot)=f_1(\cdot)\times f_2(\cdot)\times\cdots\times f_n(\cdot)\quad n=1,2,\cdots$$

乘法运算用乘法器实现，如图 1-4 所示。

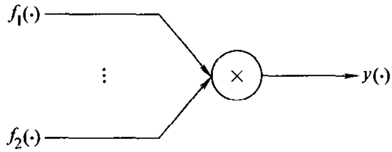


图 1-4　信号相乘

2. 信号的时域变换

(1) 反转　将信号 $f(t)$ 或 $f(k)$ 中的自变量 t（或 k）换为 $-t$（或 $-k$），其几何意义是将信号 $f(\cdot)$ 以纵坐标为轴反转。

(2) 平移　对于连续信号 $f(t)$，其沿 t 轴左移 t_0（$t_0>0$）得另一信号 $f(t+t_0)$；信号 $f(t)$ 沿 t 轴右移 t_0（$t_0>0$）得另一信号 $f(t-t_0)$。对于离散信号 $f(k)$，其沿 k 轴左移 k_0（$k_0>0$）得另一信号 $f(k+k_0)$；信号 $f(k)$ 沿 k 轴右移 k_0（$k_0>0$）得另一信号 $f(k-k_0)$。

(3) 尺度变换（横坐标的展缩）　信号 $f(t)$ 中用 at 置换 t 得另一信号 $f(at)$，a 为非零正实常数。若 $0<a<1$，则表示 $f(t)$ 的波形在时间轴上展宽到 $1/a$ 倍，若 $a>1$，则 $f(t)$ 的波形在时间轴上压缩到原来的 $1/a$。离散信号通常不作展缩运算，

这是因为 $f(ak)$ 仅在 ak 为整数时才有意义。

1.2.5 系统的数学模型和框图表示

1. 系统的定义

系统定义为一个能对信号进行存储、转化、传输和处理的物理装置。

2. 系统的数学模型

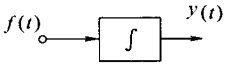
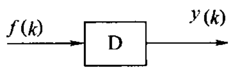
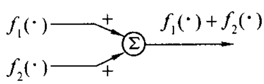
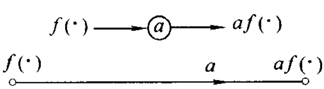
当系统的激励是连续信号时，若其响应也是连续信号，则称该系统为连续系统。当系统的激励是离散信号，若其响应也是离散信号，则称该系统为离散系统。

描述连续系统的数学模型是微分方程，描述离散系统的数学模型是差分方程。

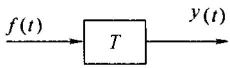
3. 系统的框图表示

用框图可以表示连续系统或离散系统的激励与响应之间的关系，每个框图表示一种功能或一个子系统，系统基本单元的框图表示如表 1-3 所示。

表 1-3 系统基本单元的框图表示

名　称	框　　图	激励与响应的关系
积分器		$y(t)=\int_{-\infty}^{t}f(x)\mathrm{d}x$
延迟单元		$y(k)=f(k-1)$
加法器		
数乘器（标量乘法器）		

（续）

名　称	框　图	激励与响应的关系
延时器（延时 T）		$y(t)=f(t-T)$

1.2.6　系统的分类

根据不同的分类原则，系统可分为

1. 线性系统与非线性系统

能同时满足齐次性与叠加性的系统称为线性系统。满足叠加性是线性系统的必要条件。

不能同时满足齐次性与叠加性的系统称为非线性系统。

2. 时不变系统与时变系统

如果系统的参数都是常数，它们不随时间变化，则称该系统为时不变系统，否则称为时变系统。

3. 因果系统与非因果系统

如果系统现在的输出只取决于现在或过去的输入，则称该系统为因果系统，也称为可实现系统，否则为非因果系统。因果系统的特点是，当 $t>0$ 时，作用于系统的激励，在 $t<0$ 时，不会在系统中产生响应。

4. 稳定系统与不稳定系统

如果系统的输入有界（最大取值为有限值），输出也有界，则该系统称为稳定系统；反之，如果系统的输入有界，输出无界（无限值），则该系统称为不稳定系统。

5. 记忆与无记忆系统

如果系统的输出不仅与当前时刻的输入有关，而且还与它过去的输入有关，则称该系统为记忆系统。含有记忆元件（电容器、磁心、寄存器、存储器等）的系统都是有记忆系统。如果系统的输出只与当前时刻的输入有关，则称该系统为无记忆系统。纯电阻电路就是一个无记忆系统。