



世纪普通高等教育规划教材

信号与系统

常见题型解析

李芳 郑莉平 刘军 弋英民 编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



TN911.6-44

12

21 世纪普通高等教育规划教材

信号与系统常见题型解析

李 芳 郑莉平 编
刘 军 弋英民



机械工业出版社

本书是根据教育部颁布的高等工业院校“信号与系统课程基本要求”编写的。全书共8章：信号与系统，连续系统的时域分析，离散系统的时域分析，连续系统的频域分析，连续系统的 s 域分析，离散系统的 z 域分析，系统函数，系统的状态变量分析。每章内容包括知识结构图、重点内容提要、例题详解、习题、习题参考答案五个部分。

本书可作为本、专科高校信号与系统课程的自学、复习、辅导材料，也适用报考硕士学位研究生的考生进行系统复习，亦可供教师和有关专业的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统常见题型解析/李芳等编. —北京：机械工业出版社，2006.7

21世纪普通高等教育规划教材

ISBN 7-111-19421-7

I. 信... II. 李... III. 信号系统 - 高等学校 - 解
题 IV. TN911.6 - 44

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第067551号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑：贡克勤 版式设计：霍永明 责任校对：李秋荣

封面设计：陈沛 责任印制：杨曦

北京机工印刷厂印刷

2006年8月第1版第1次印刷

140mm × 203mm · 10.75印张 · 286千字

定价：20.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话(010) 68326294

编辑热线电话(010) 88379711

封面无防伪标均为盗版

前 言

“信号与系统”是电类专业一门重要的专业基础课。教学实践表明,学生在学习“信号与系统”课程的过程中,需要借助各种典型的例题加深对本课程主要内容的理解,而做一定数量的习题则是掌握和巩固基本概念的有力手段。为此,我们在历年教学实践的基础上编写了本书。它可以作为教学辅助材料供教师和学生参考,也可以作为研究生入学考试“信号与系统”课程的复习参考资料。可以说,该书是学习、复习“信号与系统”课程的理想参考教材,也可供相关专业工程技术人员学习和参考。

本书共8章:信号与系统,连续系统的时域分析,离散系统的时域分析,连续系统的频域分析,连续系统的 s 域分析,离散系统的 z 域分析,系统函数,系统的状态变量分析。每章内容包括知识结构图、重点与提要、例题详解、习题、习题参考答案五个部分。

本书第1、2、3章由郑莉平编写,第4、5章由李芳编写,第6章由弋英民编写,第7、8章由刘军编写。刘军进行了全书的统稿工作。

本书在编写过程中参阅了大量教材、著作和资料,同时还得到了许多方面的支持和帮助,在此对各位文献作者以及给予本书帮助的各位老师谨致诚挚的谢意。

由于我们的水平有限,难免有错误和不妥之处,热诚欢迎读者批评指正。

编 者

目 录

前言

第 1 章 信号与系统	1
1.1 知识结构图	1
1.2 重点内容提要	1
1.2.1 信号的定义与分类	1
1.2.2 基本的连续信号	3
1.2.3 基本的离散信号	7
1.2.4 信号的基本运算	7
1.2.5 系统的数学模型和框图表示	9
1.2.6 系统的分类	10
1.2.7 线性时不变系统 (LTI) 的性质	11
1.2.8 系统分析方法	11
1.3 例题详解	11
1.4 习题	28
1.5 习题参考答案	30
第 2 章 连续系统的时域分析	32
2.1 知识结构图	32
2.2 重点内容提要	32
2.2.1 经典法求解微分方程	32
2.2.2 零输入响应和零状态响应	34
2.2.3 系统全响应的分解	35
2.2.4 冲激响应和阶跃响应	35
2.2.5 卷积积分	36
2.3 例题详解	38
2.4 习题	56
2.5 习题参考答案	59
第 3 章 离散系统的时域分析	60

3.1 知识结构图	60
3.2 重点内容提要	60
3.2.1 经典法求解差分方程	60
3.2.2 零输入响应和零状态响应	63
3.2.3 单位序列响应与阶跃响应	63
3.2.4 卷积和	64
3.2.5 用卷积和求零状态响应 $y_f(k)$	66
3.3 例题详解	66
3.4 习题	87
3.5 习题参考答案	88
第4章 连续系统的频域分析	90
4.1 知识结构图	90
4.2 重点内容提要	90
4.2.1 信号分解为正交函数	90
4.2.2 傅里叶系数	92
4.2.3 傅里叶变换	94
4.2.4 LTI 系统的频域分析	98
4.2.5 取样定理	100
4.3 例题详解	102
4.4 习题	128
4.5 习题参考答案	130
第5章 连续系统的 s 域分析	134
5.1 知识结构图	134
5.2 重点内容提要	134
5.2.1 拉普拉斯变换	134
5.2.2 线性系统的复频域分析	140
5.3 例题详解	143
5.4 习题	166
5.5 习题参考答案	169
第6章 离散系统的 z 域分析	172
6.1 知识结构图	172
6.2 重点内容提要	172
6.2.1 Z 变换	172

6.2.2 Z变换的性质	174
6.2.3 逆Z变换	176
6.2.4 z 域分析	178
6.3 例题详解	181
6.4 习题	213
6.5 习题参考答案	219
第7章 系统函数	224
7.1 知识结构图	224
7.2 重点内容提要	224
7.2.1 系统函数与系统特性	224
7.2.2 系统的稳定性	227
7.2.3 信号流图	229
7.2.4 系统模拟	229
7.3 例题详解	229
7.4 习题	261
7.5 习题参考答案	268
第8章 系统的状态变量分析	271
8.1 知识结构图	271
8.2 重点内容提要	271
8.2.1 状态变量和动态方程	271
8.2.2 状态方程的解	274
8.2.3 系统的可控制性和可观测性	281
8.3 例题详解	284
8.4 习题	324
8.5 习题参考答案	330
参考文献	336

第 1 章 信号与系统

1.1 知识结构图

本章主要内容及其相互关系如图 1-1 所示。

1.2 重点内容提要

1.2.1 信号的定义与分类

1. 信号的定义

信号是消息的表现形式，消息则是信号的具体内容。所谓电信号，一般指随时间而变化的电压或电流。

2. 信号的分类

信号的形式多种多样，可以从不同角度进行分类，常用的几种分类为：连续时间信号和离散时间信号；周期信号和非周期信号；实信号和复信号；能量信号和功率信号；确定性信号和随机信号。

(1) 连续时间信号和离散时间信号

连续时间信号：在连续的时间范围内有定义的信号称为连续时间信号，简称连续信号。

离散时间信号：仅在一些离散瞬间才有定义的信号称为离散时间信号，简称离散信号。

(2) 周期信号和非周期信号

周期信号：一个定义在 $(-\infty, +\infty)$ 区间内的连续时间信号 $f(t)$ (或离散时间信号 $f(k)$)，如果存在一个最小的正值 T (或 N)，对全部 t (或 k)，下式成立： $f(t) = f(t \pm mT)$ ， $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ (或 $f(k) = f(k \pm mN)$ ， $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)，则称 $f(t)$ (或 $f(k)$) 为周期信号，其周期为 T (或 N)。

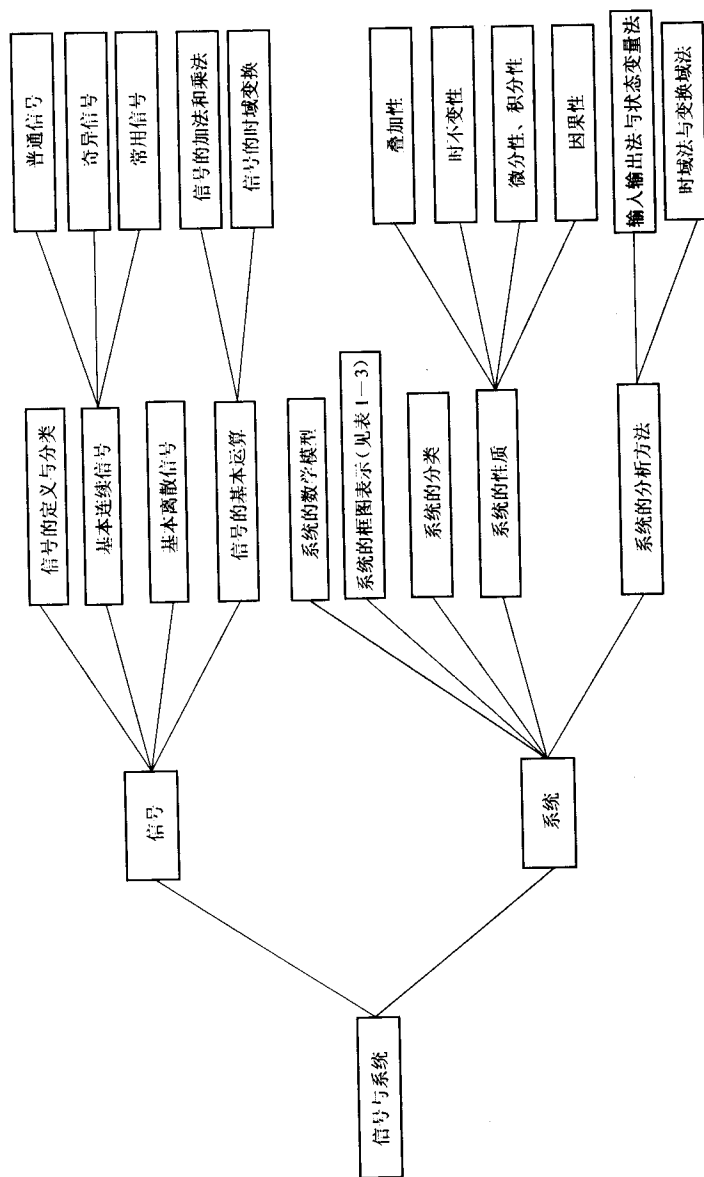


图 1-1 第 1 章知识结构图

(3) 实信号和复信号

实信号：物理上可实现的信号，其各时刻的函数（或序列）值为实数，称为实信号。

复信号：函数（或序列）值为复数的信号称为复信号。

(4) 能量信号和功率信号

功率信号：如果信号 $f(t)$ 的功率 P 满足： $0 < P < \infty$ （且信号能量 $E = \infty$ ），则称 $f(t)$ 为功率有限信号，简称功率信号。

能量信号：如果信号 $f(t)$ 的能量 E 满足： $0 < E < \infty$ （且信号功率 $P = 0$ ），则称 $f(t)$ 为能量有限信号，简称能量信号。

1.2.2 基本的连续信号

1. 普通信号

(1) 直流信号

$$f(t) = A \quad -\infty < t < \infty$$

式中， A 为实常数。若 $A = 1$ ，则称为单位直流信号。

(2) 正弦信号

$$f(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

式中 A ——振幅；

ω ——角频率；

φ ——初相角。

(3) 单边衰减指数信号

$$f(t) = Ae^{-\alpha t} \varepsilon(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \varepsilon(t)$$

式中 $\tau = 1/\alpha$ ——时间常数， α 、 τ 均为 ≥ 0 的实常数。

当 $t = \tau = 1/\alpha$ 时，有

$$f(\tau) = Ae^{-1} = 0.368A$$

(4) 复指数信号

$$f(t) = Ae^{st} \quad -\infty < t < \infty$$

式中 $s = \sigma + j\omega$ ——复频率， σ 、 ω 均为实常数。

$$f(t) = Ae^{st} \Rightarrow \begin{cases} \text{当 } s = 0 \text{ 时} & f(t) = A (\text{直流信号}) \\ \text{当 } s = \sigma \text{ 时} & f(t) = Ae^{\sigma t} (\text{实指数信号}) \\ \text{当 } s = j\omega \text{ 时} & f(t) = Ae^{j\omega t} = A\cos\omega t + jA\sin\omega t \\ \text{当 } s = \sigma + j\omega \text{ 时} & f(t) = Ae^{\sigma t}(\cos\omega t + j\sin\omega t) \end{cases}$$

2. 奇异信号

(1) 单位阶跃信号

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

(2) 单位斜坡信号

$$r(t) = t\varepsilon(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ t & t > 0 \end{cases}$$

$r(t)$ 与 $\varepsilon(t)$ 的关系为

$$r(t) = \int_{-\infty}^t \varepsilon(x) dx \quad (1-1)$$

$$\frac{dr(t)}{dt} = \varepsilon(t) \quad (1-2)$$

(3) 单位冲激信号 (表 1-1 中 a 为大于零的实常数, t_0 为实常数)

$$\begin{cases} \delta(t) = 0 & t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases}$$

单位冲激信号 $\delta(t)$ 的性质如表 1-1 所示。

表 1-1 $\delta(t)$ 的性质

与 $f(t)$ 的乘积	$f(t) \delta(t) = f(0) \delta(t)$
	$f(t) \delta(t - t_0) = f(t_0) \delta(t - t_0)$
取样性质	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t) dt = f(0)$
	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0)$
偶函数	$\delta(t) = \delta(-t)$

(续)

尺度变化	$\delta(at) = \frac{1}{ a } \delta(t)$
	$\delta(at - t_0) = \frac{1}{ a } \delta\left(t - \frac{t_0}{a}\right)$
与 $\varepsilon(t)$ 的关系	$\delta(t) = \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$
	$\int_{-\infty}^t \delta(x) dx = \varepsilon(t)$

(4) 单位冲激偶信号 $\delta'(t)$ (表 1-2 中 a 为大于零的实常数, t_0 为实常数)

$$\delta'(t) = \frac{d\delta(t)}{dt}$$

单位冲激偶信号 $\delta'(t)$ 的性质如表 1-2 所示。

表 1-2 $\delta'(t)$ 的性质

奇函数	$\delta'(t) = -\delta'(-t)$
尺度变换	$\delta'(at) = \frac{1}{a^2} \delta'(t)$
与 $f(t)$ 乘积	$f(t) \delta'(t) = f(0) \delta'(t) - f'(0) \delta(t)$
	$f(t) \delta'(t - t_0) = f(t_0) \delta'(t - t_0) - f'(t_0) \delta(t - t_0)$
取样性质	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta'(t) dt = -f'(0)$
	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta'(t - t_0) dt = -f'(t_0)$
	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta^{(n)}(t) dt = (-1)^n f^{(n)}(0)$
	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta^{(n)}(t - t_0) dt = (-1)^n f^{(n)}(t_0)$
与 $\delta(t)$ 的关系	$\int_{-\infty}^t \delta'(x) dx = \delta(t)$

3. 常用信号

(1) 抽样信号

$$f(t) = \frac{\sin(t)}{t} = Sa(t) \quad -\infty < t < \infty$$

抽样信号性质如下：

$$Sa(t) = Sa(-t)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} Sa(t) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$$

$$\lim_{t \rightarrow \pm\infty} Sa(t) = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \pi$$

当 $t = k\pi$ ($k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) 时, $f(t) = 0$ 。

(2) 符号函数

$$\operatorname{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$$

或

$$\operatorname{sgn}(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(-t) = 2\varepsilon(t) - 1$$

(3) 单位门信号

$$G_{\tau}(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq \frac{\tau}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

单位门信号的波形如图 1-2 所示。

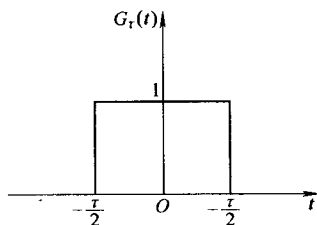


图 1-2 单位门信号的波形

1.2.3 基本的离散信号

1. 单位样值序列

$$\delta(k) = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

2. 单位阶跃序列

$$\varepsilon(k) = \begin{cases} 1 & k \geq 0 \\ 0 & k < 0 \end{cases}$$

3. 单位门序列 (N 为门宽)

$$G_N(k) = \begin{cases} 1 & 0 \leq k \leq N-1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

以上三序列有如下关系:

$$\varepsilon(k) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta(k-n) \quad (1-3)$$

$$\delta(k) = \varepsilon(k) - \varepsilon(k-1) \quad (1-4)$$

$$G_N(k) = \varepsilon(k) - \varepsilon(k-N) \quad (1-5)$$

4. 单位斜坡序列

$$r(k) = k\varepsilon(k)$$

5. 正弦序列

$$f(k) = \sin \omega_0 k$$

6. 单边指数序列

$$f(k) = a^k \varepsilon(k)$$

1.2.4 信号的基本运算

1. 信号的加法和乘法

(1) 加法 n 个信号 $f_1(\cdot)$, $f_2(\cdot)$, $\dots$, $f_n(\cdot)$ 相加构成一个新的信号 $y(\cdot)$, 即

$$y(\cdot) = f_1(\cdot) + f_2(\cdot) + \dots + f_n(\cdot) \quad n = 1, 2, \dots$$

信号相加运算可用加法器实现, 如图 1-3 所示, $f(\cdot)$ 表示既可以是 $f(t)$, 又可以是 $f(k)$ 。

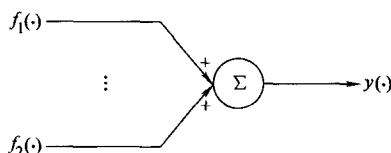


图 1-3 信号相加

(2) 乘法 n 个信号 $f_1(\cdot), f_2(\cdot), \dots, f_n(\cdot)$, 相乘构成一个新的信号 $y(\cdot)$, 即

$$y(\cdot) = f_1(\cdot) \times f_2(\cdot) \times \dots \times f_n(\cdot) \quad n = 1, 2, \dots$$

乘法运算用乘法器实现, 如图 1-4 所示。

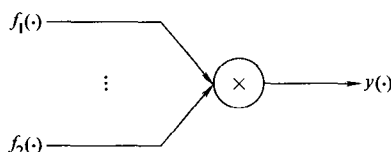


图 1-4 信号相乘

2. 信号的时域变换

(1) 反转 将信号 $f(t)$ 或 $f(k)$ 中的自变量 t (或 k) 换为 $-t$ (或 $-k$), 其几何意义是将信号 $f(\cdot)$ 以纵坐标为轴反转。

(2) 平移 对于连续信号 $f(t)$, 其沿 t 轴左移 t_0 ($t_0 > 0$) 得另一信号 $f(t + t_0)$; 信号 $f(t)$ 沿 t 轴右移 t_0 ($t_0 > 0$) 得另一信号 $f(t - t_0)$ 。对于离散信号 $f(k)$, 其沿 k 轴左移 k_0 ($k_0 > 0$) 得另一信号 $f(k + k_0)$; 信号 $f(k)$ 沿 k 轴右移 k_0 ($k_0 > 0$) 得另一信号 $f(k - k_0)$ 。

(3) 尺度变换 (横坐标的展缩) 信号 $f(t)$ 中用 at 置换 t 得另一信号 $f(at)$, a 为非零正正常数。若 $0 < a < 1$, 则表示 $f(t)$ 的波形在时间轴上展宽到 $1/a$ 倍, 若 $a > 1$, 则 $f(t)$ 的波形在时间轴上压缩到原来的 $1/a$ 。离散信号通常不作展缩运算,

这是因为 $f(ak)$ 仅在 ak 为整数时才有意义。

1.2.5 系统的数学模型和框图表示

1. 系统的定义

系统定义为一个能对信号进行存储、转化、传输和处理的物理装置。

2. 系统的数学模型

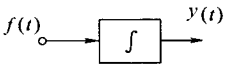
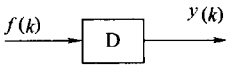
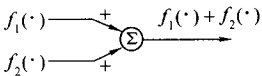
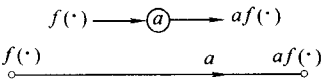
当系统的激励是连续信号时，若其响应也是连续信号，则称该系统为连续系统。当系统的激励是离散信号，若其响应也是离散信号，则称该系统为离散系统。

描述连续系统的数学模型是微分方程，描述离散系统的数学模型是差分方程。

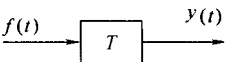
3. 系统的框图表示

用框图可以表示连续系统或离散系统的激励与响应之间的关系，每个框图表示一种功能或一个子系统，系统基本单元的框图表示如表 1-3 所示。

表 1-3 系统基本单元的框图表示

名 称	框 图	激励与响应的关系
积分器		$y(t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$
延迟单元		$y(k) = f(k-1)$
加法器		
数乘器 (标量乘法器)		

(续)

名 称	框 图	激励与响应的关系
延时器 (延时 T)		$y(t) = f(t - T)$

1.2.6 系统的分类

根据不同的分类原则，系统可分为

1. 线性系统与非线性系统

能同时满足齐次性与叠加性的系统称为线性系统。满足叠加性是线性系统的必要条件。

不能同时满足齐次性与叠加性的系统称为非线性系统。

2. 时不变系统与时变系统

如果系统的参数都是常数，它们不随时间变化，则称该系统为时不变系统，否则称为时变系统。

3. 因果系统与非因果系统

如果系统现在的输出只取决于现在或过去的输入，则称该系统为因果系统，也称为可实现系统，否则为非因果系统。因果系统的特点是，当 $t > 0$ 时，作用于系统的激励，在 $t < 0$ 时，不会在系统中产生响应。

4. 稳定系统与不稳定系统

如果系统的输入有界（最大取值为有限值），输出也有界，则该系统称为稳定系统；反之，如果系统的输入有界，输出无界（无限值），则该系统称为不稳定系统。

5. 记忆与无记忆系统

如果系统的输出不仅与当前时刻的输入有关，而且还与它过去的输入有关，则称该系统为记忆系统。含有记忆元件（电容器、磁心、寄存器、存储器等）的系统都是有记忆系统。如果系统的输出只与当前时刻的输入有关，则称该系统为无记忆系统。纯电阻电路就是一个无记忆系统。