



數學補習用書

代 數

許莚舫編著
秦沅校訂

中華書局出版



* 版權所有 *

代 數
補 習 書

◎ 定價人民幣一萬零五百元

編 著 者： 許 經 勛

校 訂 者： 秦 沅

出 版 者： 中 華 書 局 股 份 有 限 公 司
上 海 漢 口 路 四 七 七 號

印 刷 者： 中 華 書 局 上 海 印 刷 廠

總 經 售： 新 華 書 店 華 東 總 分 店
上 海 南 京 西 路 一 號

編號：12621

(41.4, 運型, 32開, 180頁, 153千字)

1964年4月5版第二次印刷 印數(滬)28,001—32,000

(上海市書刊出版業營業許可證出零二六號)

代 數

目 錄

第一章	緒論	
第一節	代數學的效力	1
第二節	文字符號的使用	4
第二章	簡易方程式	
第一節	重要名詞	6
第二節	重要定律	9
第三節	等式公理	10
第四節	基礎計算	10
第五節	簡易方程式解法	21
第六節	創立代數代法	27
第七節	簡易方程式應用問題	32
第三章	正負數	
第一節	重要名詞	46
第二節	基礎計算	47
第三節	負數在解方程式上的應用	56
第四章	整式四則	

第一節	重要名詞	61
第二節	整式的整理	63
第三節	整式的加法	65
第四節	整式的減法	69
第五節	去括號及增括號	72
第六節	整式的乘法	75
第七節	整式的除法	81
第五章	一次方程式	
第一節	重要名詞	89
第二節	一元一次方程式解法	90
第三節	文字方程式解法	91
第四節	聯立一次方程式解法	93
第五節	聯立一次方程式應用問題	104
第六章	應用公式的乘法	
第一節	二項式的平方	110
第二節	三項式的平方	112
第三節	二數和差的積	114
第四節	二項式的立方	118
第五節	積是立方和或差的	120
第六節	兩個二項式的積	122
第七章	因式分解	
第一節	分解單項因式	125

第二節	分組分解	128
第三節	完全平方的三項式	131
第四節	二式平方的差	134
第五節	完全立方的四項式	139
第六節	二式立方的和或差	140
第七節	配方分解	143
第八節	二次三項式(一)	145
第九節	二次三項式(二)	150
第八章	最高公因式、最低公倍式	
第一節	重要名詞	153
第二節	求最高公因式法	153
第三節	求最低公倍式法	160
第九章	分式	
第一節	基礎計算	166
第二節	分式四則	172
第三節	分式方程式解法	181
第十章	二次方程式	
第一節	重要名詞	194
第二節	基礎計算	196
第三節	普通二次方程式解法	200
第四節	二次方程式應用問題	208
第五節	二次方程式的根同係數的關係	214

第六節	聯立二次方程式解法	221
第十一章	根式方程式、簡易高次方程式	
第一節	根式方程式	237
第二節	簡易高次方程式	240
第三節	簡易聯立高次方程式	245
第十二章	簡易不等式	
第一節	重要名詞	248
第二節	重要公理及定理	248
第三節	重要問題舉例	250
第十三章	函數圖解	
第一節	重要名詞	254
第二節	一次函數的圖形	257
第三節	一次方程式的圖解	259
第十四章	開方	
第一節	開平方	264
第二節	開立方	267
第十五章	比比例	
第一節	重要名詞	271
第二節	重要定理	271
第三節	重要問題舉例	274
第十六章	指數、對數	
第一節	關於指數的重要公式	280

第二節	特殊的指數.....	281
第三節	關於指數的重要計算.....	282
第四節	關於對數的重要名詞.....	287
第五節	對數的重要性質.....	291
第六節	定指標法、對數表用法.....	294
第七節	對數計算.....	299
第十七章	級數	
第一節	重要名詞.....	305
第二節	等差級數.....	306
第三節	等比級數.....	310
附錄一	習題答案.....	314
附錄二	對數表.....	350

第一章 緒論

第一節 代數學的效力

代數是繼續算術解算術上不易解決或不能解決的問題，方法簡而效力大。算術上只能用十個死的數字來表數，代數上可用許多活的文字來表數，這是最大的一個區別。代數學的效力，全在用文字表數。他的妙用無窮，茲舉最要的二點於下：

1. 使式簡而賅 用文字表數，可以使算式簡明；並且可用一個算式把各種同類的算式賅括淨盡。下面舉兩個例子：

【例一】 在算術，由加法可得下列諸式：

$$1+2=2+1,$$

$$2+3=3+2,$$

$$3+4=4+3,$$

$$| \quad + \cdots \cdots \cdots$$

這些式子，每一式僅有一用，要想把諸式總括在一個式子裏面，必須用語言表成下式：

$$\begin{aligned} & \text{任何甲數} + \text{任何乙數} \\ & = \text{任何甲數} + \text{任何乙數}. \end{aligned}$$

但在代數，可用 a, b 表任何兩數，於是上式可寫成

$$a + b = b + a.$$

不是很簡明嗎？

【例二】某人每小時行路 6 里，問 2 小時行路幾里？3、4、5、6、……小時各行路幾里？

在算術，要表某人所行的里數，須用下列諸式：

$$2 \text{ 小時內所行的里數} = 6 \times 2,$$

$$3 \text{ 小時內所行的里數} = 6 \times 3,$$

$$4 \text{ 小時內所行的里數} = 6 \times 4,$$

.....

這些式子，每一式僅有一用，要想把諸式總括在一個式子裏面，必須用語言表成下式：

$$\begin{aligned} & \text{共行的里數} = \text{每時所行的里數} \\ & \quad \times \text{所行的時數}. \end{aligned}$$

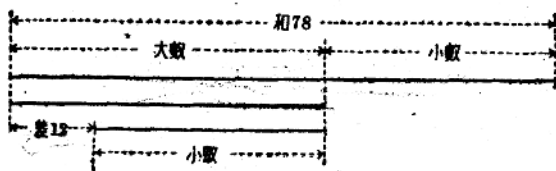
但在代數，可用 s 表共行的里數， v 表每時所行的里數， t 表所行的時數，於是上式可寫成

$$s = v \times t.$$

不是很簡明嗎？

2. 使解法簡明 算術解法必須用普通言語記述,才能使人明瞭;代數解法可純用式子代表言語,格外簡明.舉例於下:

【例】 大小兩數的和是78,差是12,求這兩數.
在算術,須繪出如下圖的線段,再用言語詳解.



- I. 大數比小數多12,所以小數加上12就是大數.
- II. 大小二數的和是78,所以小數加上12(即大數),再加上小數得78.
- III. 就是兩個小數加12得78.
- IV. 於是知兩個小數是 $78 - 12 = 66$, 即小數的2倍是66.
- V. $\therefore$ 小數是 $66 \div 2 = 33$.
- VI. 大數是 $33 + 12 = 45$.

在代數,可用 x 表小數, y 表大數,於是上面的解法可寫成

$$I. \quad y = x + 12.$$

$$II. \quad x+12+x=78.$$

$$III. \quad 2x+12=78.$$

$$IV. \quad 2x=78-12=66.$$

$$V. \quad \therefore x=66 \div 2=33.$$

$$VI. \quad y=33+12=45.$$

不是更加簡明嗎？

第二節 文字符號的使用

1. 文字 代表數的文字，普通用拉丁字 $a, b, c, \dots, x, y, z$ 。間有用希臘字 $\alpha, \beta, \omega, \dots$ 的。

問題中有時含假設同所求的兩數，稱假設的數做已知數，習慣上用 $a, b, c, \dots$ 來代表；所求的數叫做未知數，習慣上用 $x, y, z, \dots$ 來代表。

2. 符號 代數上使用的符號，同算術中的大都相同，不過略有變通如下：

(a) 代數學中除數字同數字相乘外，往往略去兩因數間的乘號。

【例】 $v \times t$ 可寫成 vt ； $3 \times a \times b$ 可寫成 $3ab$ ；
 $5 \times (a+b) \times (a-b)$ 可寫成 $5(a+b)(a-b)$ 。

(b) 代數學中大都用分數記法來表兩數相除，不常用除號。

【例】 $a \div b$ 可寫成 $\frac{a}{b}$ ；

$$(x^2 - y^2) \div (x + y) \text{ 可寫成 } \frac{x^2 + y^2}{x + y}.$$

其餘如 $+$, $-$, $\sqrt{\quad}$, $\sqrt[3]{\quad}$, $=$, $>$, $<$, $\neq$, $\circ$, $[\quad]$, $\{\quad\}$ 等號
都同算術一樣。

第二章 簡易方程式

第一節 重要名詞

(I) 關於代數式的

1. 代數式 數字、文字、符號連結而成的，叫做代數式，略稱式。

【例】 $3a+5b-2c$, $x+7$, mn , $\frac{a}{b}$ 等，都是代數式。

2. 代數式的值 把代數式中所含的文字，各用確定的數字代入計算，所得的結果叫做代數式的值。

【例】 設 $a=5$, $b=4$, $c=2$, $d=1$ ，那末代數式 $a+b-cd$ 的值是 $5+4-2\times 1=7$ 。

3. 項 代數式中若含有加、減號，那末凡被加、減號所隔的，前後都叫做項。

【例】 在 $5x^2-3x+1$ 中， $5x^2$ 是一項， $3x$ 是一項， 1 是一項；在 $5(a+b)-7$ 中， $5(a+b)$ 是一項， 7 是一項。這裏要注意的， a 同 b 不是整個代數式中的項，而是 $5(a+b)$ 的因數 $(a+b)$ 中的項。

4. 項的號 代數式中各項前面的加、減號，叫做該項的號。式中第一項的前面沒有號時，可當作有加號。

【例】 $x^3 - 4x^2 - 2x + 1$ 中有四項， x^3 的號是加， $4x^2$ 的號是減， $2x$ 的號是減， 1 的號是加。

【注意一】 因 x^3 可視作 $0 + x^3$ ，所以好當他有加號。

【注意二】 項的後面的號，同這項無關。

5. 係數、因式 幾個數同文字連乘而得一項，這幾個數同文字各叫做該項的因式或因數。認一項中的某一因式作主體，那末其餘各因式的積叫做該因式的係數。

【例】 在 $6xy$ 一項中， 6 是 $6xy$ 的因數， x 同 y 都是 $6xy$ 的因式。認 $6xy$ 中的因式 x 作主體，那末 $6y$ 是他的係數；認因式 y 作主體，那末 $6x$ 是他的係數。

【注意一】 通常單稱係數，而不指明是哪個因式的係數時，所指的是其中的數字因數。例如 $6xy$ 的係數是 6 ； $8a^2b^3$ 的係數是 8 。

【注意二】 沒有數字因數的項，他的係數是 1 。例如 xy 的係數是 1 ，因為 xy 可以當作 $1xy$ （即 $1 \times xy$ ）看。

【注意三】 通常項中的數字因數都放在文字因式之前。例如 $5ab$ 不應寫為 $a5b$ 或 $ab5$ ； $7(x+y)$ 不應寫為 $(x+y)7$ 。

6. 同類項 諸項中除係數外，其餘完全相同的，叫做同類項。

【例】 $6x$ 同 $11x$ 是同類項; $3a^2b$ 同 $7a^2b$ 也是同類項; 而 $3a^2b$ 同 $7ab^2$ 却不是同類項, 因為除係數外, 其餘是 aab 同 abb , 這是不相同的。

(II) 關於方程式的

1. 等式 兩個代數式的值若相等, 中間可用等號連起來, 所成的叫做等式。

【例】 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, $4x+3x=21$ 等都是等式。

【注意】 等式中間只能有一個等號, 否則就不是等式, 像 $\frac{3a+5a}{2} = \frac{8a}{2} = 4a$, 只能稱做連等式。

2. 恆等式、方程式 等式中的未知數, 用任意的數代入計算, 兩邊都能相等的, 叫做恆等式。等式中的未知數用適當的數代入計算, 兩邊的值才能相等的, 叫做方程式。

【例】 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 中, a 同 b 任以何數代入, 兩邊的值恆能相等, 所以是恆等式; $4x+3x=21$ 中, 只能用 3 代 x , 兩邊才能相等, 所以是方程式。

3. 方程式的根 方程式中未知數所表的值就是方程式的根。

【例】 方程式 $4x+3x=21$ 中的未知數 x , 只能表 3, 否則這方程式不成立, 於是稱這 3 是該方程式的根。

4. 解方程式 求方程式的根的手續,叫做解方程式.

第二節 重要定律

代數中所根據的重要定律,同算術中的一樣,我們在算術中已經學過.現在再把代數中常用的十一條,用代數方法記述如下:

1. 加法的交換定律: $a+b=b+a$.
2. 加法的結合定律: $a+b+c=(a+b)+c$
 $= (b+c)+a=(c+a)+b$.
3. 加減的變序定律: $a+b-c=a-c+b$.
4. 加差定律: $a+(b-c)=a+b-c$.
5. 減差定律: $a-(b-c)=a-b+c$.
6. 累減定律: $a-b-c=a-(b+c)$.
7. 乘法的交換定律: $ab=ba$.
8. 乘法的結合定律: $abc=(ab)c$
 $= (bc)a=(ca)b$.
9. 乘法的分配定律: $a(b+c)=ab+ac$
 $a(b-c)=ab-ac$.
10. 除法的分配定律: $\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$
 $\frac{a-b}{c}=\frac{a}{c}-\frac{b}{c}$.

11. 定商定律: $\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb}; \frac{a}{b} = \frac{a \div m}{b \div m}.$

第三節 等式公理

關於等式,有四條大家可以公認他成立的公理,好用他作各種計算的根據,現在列舉於下:

1. 加法公理 等式的兩邊各加上等數,兩邊仍能相等.

設有等式 $a=b$, 則 $a+c=b+c$.

2. 減法公理 等式的兩邊各減去等數,兩邊仍能相等.

設有等式 $a=b$, 則 $a-c=b-c$.

3. 乘法公理 等式的兩邊各以等數乘,兩邊仍能相等.

設有等式 $a=b$, 則 $ac=bc$.

4. 除法公理 等式的兩邊各以等數除,兩邊仍能相等.

設有等式 $a=b$, 則 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.

第四節 基礎計算

(I) 關於代數式的

1. 求代數式的值 由第一節(I)的 2, 知