依据国家教育部最新考试大纲编写

学生用书

新思路

高考总复习·一轮用书

数学

魏安龙　张　亚　主编

北京邮电大学出版社
http://www.buptpress.com

新思路

高考总复习·一轮用书

数　学

主　编：魏安龙　张　亚
编　委：排名不分先后
赵正东　卜以军　马　云
杨心丹　高君恩　马忠德　张秀娥
轩　超　张欣宇　刘军英　禹振和
王　林　蒋元棋　符红光　倪爱琴
熊爱涛　曹　建　徐国文　邱文如
沈立国　侯宝坤　杨海涛　李宗新

北京邮电大学出版社
http://www.buptpress.com

图书在版编目(CIP)数据

新思路.数学/魏安龙,张亚主编.—北京:北京邮电大学出版社,2004

ISBN 7-5635-0899-6

Ⅰ.新...　Ⅱ.①魏...②张...　Ⅲ.数学课—高中—升学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 042495 号

书　　名　新思路·数学
主　　编　魏安龙　张　亚
责任编辑　周　堃　赵延玲
出版发行　北京邮电大学出版社
社　　址　北京市海淀区西土城路 10 号　邮编 100876
经　　销　各地新华书店
印　　刷　北京市彩虹印刷有限责任公司
开　　本　850 mm×1 168 mm　1/16
印　　张　21.25
字　　数　760 千字
版　　次　2004 年第 1 版　2006 年 3 月修订　2006 年 3 月第 2 次印刷
书　　号　ISBN 7-5635-0899-6/O·80
定　　价　28.70 元

如有印刷问题请与北京邮电大学出版社联系　**电话**:(010)62283578
E-mail: publish@bupt.edu.cn　Http://www.buptpress.com

请沿此虚线剪切

读者反馈表

为了继续优化本公司的图书质量和加强与广大读者的沟通交流，让我们的图书更好地为您的学习提供指导，我们随书附录反馈表，希望您能认真填写以下资料，以便我们能够更好的完成对本书的修订，谢谢您的参与。

1. 您在使用本书过程中，认为本书具有哪些优点或缺点，优点划"√"，缺点划"×"。

A. 学习方法新颖	☐	G. 印刷质量达标	☐
B. 紧扣大纲要求	☐	H. 编写者有权威	☐
C. 封面设计醒目	☐	I. 出版社有名望	☐
D. 版式设计合理	☐	J. 出版时间及时	☐
E. 内容全面详细	☐	K. 公司宣传到位	☐
F. 图书质量过硬	☐	L. 其　　他	☐

2. 您是通过何种渠道购买本书的，请在右边划"√"。

A. 学校订购	☐	D. 书店推荐	☐
B. 老师推荐	☐	E. 自己购买	☐
C. 同学介绍	☐	F. 其　　他	☐

1. 您的个人资料：

学校：＿＿＿＿＿＿＿＿ 年级：＿＿＿＿＿＿＿＿ 姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿

电话：＿＿＿＿＿＿＿＿ E－mail：＿＿＿＿＿＿＿＿ 邮编：＿＿＿＿＿＿＿＿

地址：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

2. 您在使用本书之前，最希望从本书中得到哪方面的知识？

3. 您还读过哪个出版社的同类书籍，与本书相比有何特色？

4. 您在使用本书之后满意程度如何？请您提出对本书中肯的建议：

* *

众创精品

众创精品系列丛书

北京众创亿图书有限公司

联系电话：(010)82551166

电子邮件：zcybook@ zcybook. com

邮寄地址：北京市中关村邮局041信箱

办公地址：北京市海淀区万柳东路25号

邮　　编：100080

请沿此虚线剪切

促膝小语(代前言)

——写给高考备战的莘莘学子

同学们,当您满怀热切地翻开这套丛书时,相信大家的心情一定是焦灼而又充满期盼的。谓之焦灼,只因高考在即,心绪定为紧张;谓之期盼,则因新书在手,心潮定为澎湃。是啊！高考,在中国作为掌握个人命运的罗盘,揪动着多少教师和家长的心,令多少考生食不甘味夜不安寝……清代学人王国维在《人间词话》中侃侃谈及:古今成大事业、大学问者,必经过三种之境界,其一为“昨夜西风凋碧树。独上高楼,望尽天涯路”;其二为“衣带渐宽终不悔,为伊消得人憔悴”;其三为“众里寻他千百度,蓦然回首,那人却在灯火阑珊处”。上述三阕诗词的出处笔者自不必多言,想必同学们早已谙熟于心。此番化词入境,新意顿生,可谓妙趣。然先生之言,贵在点悟。实际上,“三境”道出的是探索学问的三个必经之途:从对理想的执著追求到辛勤跋涉的过程再到渐入佳境的欢欣。说到这里,我们相信同学们也一定会深有感触的,只不过大家尚处于前二阶段,至于末一阶段,则有待同学们在金秋九月领悟它的妙处！

古之治学之人推崇“业精于勤,荒于嬉;行成于思,毁于随”,此言虽为老生常谈,但同学们定须遵循。学业说到底是一个循序渐进、日积月累的过程,只能是一分耕耘,一分收获,靠的是脚踏实地埋头苦干。笔者曾和某博士生谈及成功的捷径,这位经济学博士说道:“成功无捷径,苦学+巧学=成功”。多么朴实无华的回答,然又是多么的睿智深刻！我们深信同学们一定能从这个故事中领悟到更为深远的东西,同时,我们也虔诚地祝愿同学们百尺竿头,更进一步！

“工欲善其事,必先利其器。”本丛书囊括了高中阶段的九门课程,其体例、特点在丛书内容中均有体现,此处不再赘述。诸位参与编审的同仁一致坚信同学们若能系统扎实地领悟书中的精华,定能在知识的掌握、积累、运用等方面达到质的飞跃。同时,本编辑部几经斟酌,决定用“促膝小语”来替代“编写说明”,可谓用心良苦矣！

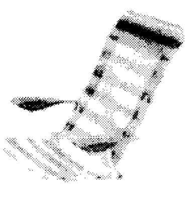
“促膝”是期望与同学们倾心交谈，坦言心得；“小语”则是因篇幅短小，体裁所囿而言之。笔者曾在图书市场浏览过相关教辅图书的介绍材料，真可谓是百花齐放，万象峥嵘，然此“小语”有的只是朴素的思想，平实的笔调，权以之抛砖引玉吧！

“年年岁岁花相似，岁岁年年人不同。”今年，我们继续组织北大附中、北师大二附中以及各名校长期致力于高中教学、高考研究的专家、教师，依据最新考试大纲和最新考试说明编写了这套《新思路 高考总复习·一轮用书》。

本书容最新高考之资讯，集名家之心得。其独特之处在于：“高瞻远瞩、考学并重、思路新颖、授人以渔”。主要从基础知识、活跃思维、提高能力三方面入手，给同学们精到、精辟、精彩的指导。“复习指导”、“解题新思路”、“临场新技巧”、“基础能力训练”、“综合创新演练”、“单元综合检测”等栏目，为本书中的经典。希望同学们慧眼识珠，藉以攀登理想的峰巅！

最后，本套丛书在编写过程中承蒙有关领导、老师的大力支持，如：江中根老师、魏安龙老师、姜景老师、刘茂森老师、张树春老师等，在此谨表谢意。同时因我们水平所限，加之时间仓促，书中难免有不妥之处，敬请广大读者不吝指正。

《新思路》丛书编辑部



目录

第一章　集合与简易逻辑

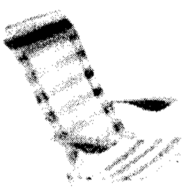
第二章　函数

第三章　数列

第四章　三角函数

目 录

目 录



目 录

第一章　集合与简易逻辑

本章综述

1. 在本章复习中应把握基础性知识，深刻理解基本知识点，基本数学思想和基本数学方法. 重点掌握集合、充分条件与必要条件的概念和运算方法，掌握数形结合的思想——用文氏图解题.

2. 高考中涉及本章的考题既有小型综合题，又有大型综合题，所以在复习中，第一要灵活掌握小型综合题型（如集合与映射、集合与自然数集、集合与不等式、集合与方程；充分条件及必要条件与三角、立体几何、解析几何中的知识点的结合等）；第二要领悟集合的思想方法在大型综合题中的运用.

第一单元　集合的概念

复习指导

◆考点解析

理解集合、交集、并集、子集、补集的概念；了解空集及全集的意义，以及属于、包含、相等等关系的意义；掌握集合相关术语及符号，并会用它们正确表示一些简单的集合.

◆知识精要

1. 集合是“某些确定对象的全体”

2. 集合中元素的三要素

(1)确定性

(2)互异性

(3)无序性

3. 集合的表示方法

集合的表示方法，常用的有列举法、描述法、区间表示法和图示法.

有限集用列举法表示，元素较多时也选用描述法，而无限集用描述法表示，区间法是数集的特有表示方法.

4. 集合概念中相关符号的含义

符号“$\in$”、“$\notin$”表示的是元素与集合之间的“从属”关系.

符号“$\subseteq$”“$\subsetneq$”“$\not\subset$”表示的是集合与集合之间的“包含”关系.

5. 全集、子集、交集、并集、补集

(1)子集：对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫集合 B 的子集，记作$A\subseteq B$，或 $B\supseteq A$.

(2)交集：由所有属于集合 A，且属于集合 B 的元素组成的集合，叫做 A、B 的交集，记作 $A\cap B$.

(3)并集：由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合，叫做 A、B 的并集，记作 $A\cup B$.

(4)空集$\varnothing$是一个特殊的集合，是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集，在解题中要经常注意对空集的讨论.

(5)设 S 是一个集合，A 是 S 的一个子集（即 $A\subseteq S$），由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 S 中子集 A 的补集（或余集）记作 $C_SA=\{x|x\in S,\text{且 } x\notin A\}$.

(6)如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集，全集通常用 U 表示.

全集具有性质：$C_U\varnothing=U$，$C_UU=\varnothing$.

◆备考应对

在本节的复习中，应重点放在集合符号语言与文字语言的相互翻译上，另外，还要熟练掌握集合的图形表示（即韦恩图或称文氏图）、数轴表示等基本方法，并树立借助韦恩图、数轴解决集合问题的意识——“画图意识”或“数形结合意识”，还要明确集合元素的确定性、互异性和无序性在解题中的应用.

解题新思路

◆题型解读

对本节知识的考查主要有三种题型，一是考查元素与集合关系的逻辑推理题；二是考查集合包含关系的题型；三是考查集合表示方法，重点是描述法，如 $\{x|p(x)\}$、$\{(x,y)|p(x,y)\}$ 的区别.

◆高考命题走向

集合知识与整数集、不等式、方程、函数、曲线方程等知识相结合的题目在高考题中屡见不鲜，基本是每年必考，题目属中低档题目.

【例1】设集合 $A=\{x|x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，若 $a\in A$，$b\in B$，试判断 $a+b$ 与 A、B 的关系.

【分析】本题是判断一个对象是不是某个集合的元素，也就是判断这个对象是否具有集合元素所具有的属性. 由于集合是多种多样的，因而判断的方法也要因题而异.

解：$\because a\in A$，$\therefore a=2k_1(k_1\in\mathbf{Z})$，$\because b\in B$，$\therefore b=2k_2+1$，$(k_2\in\mathbf{Z})$.

$\therefore a+b=2(k_1+k_2)+1$，又 $k_1+k_2\in\mathbf{Z}$，$\therefore a+b\in B$. 从而 $a+b\notin A$.

◆误区点拨

本题中集合 A 是偶数集，集合 B 是奇数集，由于 $a\in A$，$b\in B$，所以 $a+b$ 就是一个奇数加一个偶数，显然 $a+b$ 属于 B，不属于 A. 就是这样一个显而易见的事实，怎样用数学符号语言说清楚呢？把最简单的事实用数学语言说清楚，才叫数学证明题. 千万注意不能用说理代替证明.

【例2】设集合 $M=\{x\mid x=3m+1,m\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{y\mid y=3n+2,n\in\mathbf{Z}\}$，若 $x_0\in M$，$y_0\in N$，则 x_0y_0 与 M、N 的关系为__________.

【分析】有些同学看到题目后，不明其意，无法下手. 那么到底整数集的什么知识可以用来解答这类问题呢？利用余数给整数集分类的方法是解答这类题目的知识点.

一个整数用 2 去除，余数只能是 0 或 1，利用这两个余数就把整数集分成了两类，奇数集和偶数集，即 $\mathbf{Z}=\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{Z}\}\cup\{x\mid x=2n+1,n\in\mathbf{Z}\}$. 这样任意一个整数不属于奇数集就属于偶数集. 如果一个整数用 3 去除，余数就为 0、1 或 2，利用这三个余数就把整数集分成了三类，即 $\mathbf{Z}=\{x\mid x=3n,n\in\mathbf{Z}\}\cup\{x\mid x=3n+1,n\in\mathbf{Z}\}\cup\{x\mid x=3n+2,n\in\mathbf{Z}\}$，这样任何一个整数必属于三者之一. 依此类推，如果一个整数用 4 去除，得到的余数为 0、1、2 或 3，这四个余数就把整数集分成了四类.

有了上述知识，我们就能明白题意了，即只需判断 x_0y_0 被 3 除所得的余数.

解：$\because (3m+1)(3n+2)=9mn+6m+3n+2=3(3mn+2m+n)+2$

$\therefore x_0y_0$ 被 3 除余 2，$\therefore x_0y_0\in N$，$x_0y_0\notin M$.

◆临场新技巧

见到形如"$an+b$，其中 $a\in\mathbf{Z}$，$b\in\mathbf{Z}$"的形式，就应想到利用余数分类的方法.

【例3】集合 $A=\{(x,y)\mid x^2+y^2=4\}$，$B=\{(x,y)\mid (x-3)^2+(y-4)^2=r^2,r>0\}$，若 $A\cap B$ 中有且仅有一个元素，则 r 的值是__________.

【分析】集合与函数，集合与方程曲线的小型综合题，是高考考查集合知识的主要题型，解答这类题目的关键是对描述法给出的两种形式 $\{x\mid P(x)\}$，$\{(x,y)\mid P(x,y)\}$ 的集合符号语言的正确识读.

解：依题意，$A\cap B$ 中有且只有一个元素，即两圆 $x^2+y^2=4$ 与 $(x-3)^2+(y-4)^2=r^2$ 外切或内切. 若两圆外切，则有 $(r+2)^2=3^2+4^2$，解得 $r=3$，或 $r=-7$（舍）；若两圆内切，则有 $(r-2)^2=3^2+4^2$，解得 $r=7$，或 $r=-3$（舍）. 故 $r=3$，或 7.

◆误区点拨

混淆两种描述法 $\{x\mid P(x)\}$，$\{(x,y)\mid P(x,y)\}$ 表示的集合.

$\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$ 和 $\{(x,y)\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$ 前者表示的是函数 $y=x^2+1,x\in\mathbf{R}$ 的值域，后者表示的是抛物线 $y=x^2+1$ 上的所有的点. 更有同学认为像这样的集合 $\{(1,2)\}$ 是两个元素，就大错特错了.

◆临场新技巧

解答集合问题时，要认准代表元素.

【例4】设满足条件 $P\subseteq\{(x,y)\mid x^2+y^2=1,x,y\in\mathbf{Z}\}$ 的集合 P 的个数记为 n，则 n 等于__________.

【分析】在知识的交汇点上命题是高考的命题方向，本题就是一道集合与方程曲线相结合的题目.

解：$\because x,y\in\mathbf{Z}$，$\therefore \{(x,y)\mid x^2+y^2=1,x,y\in\mathbf{Z}\}=\{(1,0),(-1,0),(0,1),(0,-1)\}$

集合中有 4 个元素，又 P 是 $\{(x,y)\mid x^2+y^2=1,x,y\in\mathbf{Z}\}$ 的子集，故 $n=2^4=16$.

事实上，集合 $\{(x,y)\mid x^2+y^2=1,x,y\in\mathbf{Z}\}$ 表示的是圆 $x^2+y^2=1$ 上的坐标为整数的点，同学们，如果能结合方程曲线知识来思考，也就能够感受到知识的交汇、知识的综合.

◆误区点拨

$\varnothing$ 是一个重要的集合，它是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集，忘却对空集的讨论是一件令人遗憾的事情. 不知道你是否有漏空集的习惯.

◆临场新技巧

元素个数为 n 的集合的子集个数是 2^n，真子集的个数是 2^n-1.

【例5】已知集合 A 和 B 各有 4 个元素，$A\cap B$ 有 1 个元素，$C\subsetneqq A\cup B$，C 中含有 3 个元素且其中至少 1 个元素在 A 中，则不同的集合 C 有（　　）

A. 35 个　　B. 31 个　　C. 52 个　　D. 34 个

【分析】本题是集合与组合知识相结合的题目，方法灵活. 方法选择不当就会造成题目解错，甚至无法解出的后果. 恰当选择方法是高考的新要求，在学好基础知识，扎实基本功的同时，一定要注意解题策略水平的提高，否则由于方法选择不当，在某一道题目上耗时过多，都会丧失宝贵时间.

解一：设 $A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{a,e,f,g\}$. 如图 1-1-1，因为 C 中至少有一个元素在 A 中，而 $a\in A\cap B$，所以对 a 进行分类讨论.

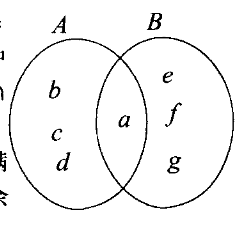


图 1-1-1

(1)若 $a\in C$，因为 $a\in A$，所以满足条件的另两个元素可由 A 中剩余的 3 个元素任取 2 个，共 C_3^2 种取法，对应 C_3^2 个集合；或从 B 中的其它 3 个元素中任取 2 个，共有 C_3^2 种取法，对应 C_3^2 个集合；或从 A、B 中其它元素各取 1 个元素，共有 $C_3^1\cdot C_3^1$ 种取法；对应 $C_3^1\cdot C_3^1$ 个集合. 共有 $C_3^1\cdot C_3^1+C_3^2+C_3^2=15$ 个集合.

(2)若 $a\notin C$，满足条件的 3 个元素，可由 A 中全取，有 C_3^3 种取法；或由 A 中取 2 个，B 中取 1 个，有 $C_3^2\cdot C_3^1$ 种取法；或由 A 中取 1 个，B 中取 2 个，有 $C_3^1\cdot C_3^2$ 种取法. 共有 $C_3^3+C_3^2C_3^1+C_3^1\cdot C_3^2=19$ 种取法，对应 19 个集合.

综上，满足条件的集合 C 共有 $15+19=34$ 个.

解二："至少 1 个元素在 A 中"的反面是 A 中一个元素也不取，即不符合要求的情况是 3 个元素都在 B 中，所以共有 $C_7^3-C_3^3=34$(个).

◆临场新技巧

方法选择恰当就能使"小题小做"，从而为解答大题赢得时间. 方法选择不当，"小题大做"就会耗费时间，后面的大题就会没有足够的时间思考.

因而解题方法的选择是高考的新要求. 以下面这道题为例，看一看，你是怎么选择方法的.

题目：设 M、P 是两个非空集合，定义 M 与 P 的为 $M-P=\{x|x\in M,且\ x\notin P\}$，则 $M-(M-P)$ 等于

A. P　B. $M\cap P$　C. $M\cup P$　D. M

本题答案选 B. 请同学自己完成，认真体会选择方法的重要性.

【例 6】含有三个元素的集合可表示为 $\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}$，也可表示为 $\{a^2,a+b,0\}$，求 $a^{2001}+b^{2002}$ 的值.

【分析】本题考查集合中元素的三要素. 根据两集合相等的知识，再考虑到元素的无序性，将需要解 6 个方程组，由于注意到特殊元素 0 使得求解过程简化.

解：由集合中元素的确定性，得 $\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}=\{a^2,a+b,0\}$①，从而有 $0\in\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}$，$\because a\neq0\therefore\frac{b}{a}=0$，即 $b=0$.

将 $b=0$ 代入①得，$\{a,0,1\}=\{a^2,a,0\}$②，

由②知 $a^2=1$，即 $a=\pm1$.

当 $a=1$ 时，与集合中元素的互异性不符，

$\therefore a=-1,b=0$.

故 $a^{2001}+b^{2002}=-1$.

◆临场新技巧

对含参数集合的处理，抓住特殊元素也就是抓住了突破口.

基础能力训练

1. 已知全集 $I=\{0,1,3,5,7,8\}$，$C_IA=\{0,5,8\}$，$B=\{3,5,7\}$，则 $A\cap C_IB$ 等于　(　　)

A. $\{5\}$　　B. $\{1\}$

C. $\varnothing$　　D. $\{1,5,7\}$

2. 若 $\{1\}\subsetneqq A\subseteq\{1,2,3,4,5\}$，且 A 中所有元素之和为奇数的集合 A 的个数是　(　　)

A. 5　　B. 6

C. 7　　D. 8

3. 设集合 $A=\{x|x\in\mathbf{Z}\ 且\ -10\leqslant x\leqslant-1\}$，$B=\{x|x\in\mathbf{Z}\ 且\ |x|\leqslant5\}$，则 $A\cup B$ 中的元素个数是　(　　)

A. 11　　B. 10

C. 16　　D. 15

4. 集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$ 的非空真子集的个数是　(　　)

A. 32　　B. 31

C. 29　　D. 30

5. 若 $A=\{3-2x,1,3\}$，$B=\{1,x^2\}$，且 $A\cup B=\{3-2x,1,3\}$，那么满足条件的实数 x 的个数是　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

6. 设集合 $P=\{x|x=3m,m\in\mathbf{Z}\}$，$Q=\{x|x=3m+1,m\in\mathbf{Z}\}$，$S=\{x|x=3m-1,m\in\mathbf{Z}\}$ 且 $a\in P,b\in Q,c\in S$，设 $d=a+b-c$，则有　(　　)

A. $d\in P$　　B. $d\in Q$

C. $d\in S$　　D. $d\in P\cap Q$

7. 对于实数 a,b,c,d 定义的运算"$*$"：$(a,b)*(c,d)=(ac-bd,ad+bc)$，那么 $(0,1)*(0,1)$ 等于________.

8. 集合 A 中有 m 个元素，若 A 中增加 1 个元素，它的子集个数将增加________个.

9. 已知 $A=\{(x,y)|x^2+y^2=16\}$，$B=\{(x,y)|x-y=m\}$，若 $A\cap B\neq\varnothing$，则实数 m 的取值范围是______.

10. 若非空集合 $M\subset N$，则"$a\in M$ 或 $a\in N$"是"$a\in M\cap N$"的________条件.

综合创新演练

1. 设集合 $A=\{x|x\geqslant3\sqrt{3}\}$，$x=2\sqrt{7}$，则下列关系中正确的是　(　　)

A. $x\subsetneqq A$　　B. $x\notin A$

C. $\{x\}\in A$　　D. $\{x\}\subsetneqq A$

2. 设集合 $M=\left\{x|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则　(　　)

A. $M=N$　B. $M\subsetneqq N$　C. $M\supsetneqq N$　D. $M\cap N=\varnothing$

3. 集合 $M=\{x|x\in\mathbf{Z}\ 且\ \frac{12}{10-x}\in\mathbf{N}\}$，则 M 的非空真子集的个数是　(　　)

A. 30　　B. 32

C. 62　　D. 64

4. 集合 $A=\{(x,y)|4x+y=6\}$，$B=\{(x,y)|3x+2y=7\}$，满足 $C\subseteq A\cap B$ 的集合 C 的个数为　(　　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 4

5. 已知全集 $I=\mathbf{N}^*$，集合 $A=\{x|x=2n,n\in\mathbf{N}^*\}$，$B=\{x|x=4n,n\in\mathbf{N}^*\}$，则(　　)

A. $I=A\cup B$　　B. $I=C_IA\cup B$

C. $I=A\cup C_IB$　　D. $I=C_IA\cup GB$

6. 已知全集 $U=\{a,b,c,d,e\}$，$M,N\subsetneqq U$，若 $M\cap N=\{b\}$，$(C_UM)\cap N=\{d\}$，$(C_UM)\cap(C_UN)=\{a,e\}$，则下列结论正确的是　(　　)

A. $c\in M$ 且 $c\in N$　　B. $c\in C_UM$ 且 $c\in N$

C. $c\in M$ 且 $c\in C_UN$　　D. $c\in C_UM$ 且 $c\in C_UN$

7. 定义 $A-B=\{x|x\in A$ 且 $x\notin B\}$，若 $M=\{1,2,3,4,5\}$，$N=\{2,3,6\}$，则 $M-N=$　(　　)

A. M　　B. N

C. $\{1,4,5\}$　　D. $\{6\}$

第二单元　集合的运算

复习指导

◆考点精析

1. 理解交集、并集的概念，能正确应用交集和并集的符号和表示形式；

2. 会求两个集合的交集和并集，并能解决一些实际问题；

3. 了解集合交并运算的一些简单性质；

4. 能熟练运用图形解决交并运算问题.

◆知识精要

1. 交集、并集的定义

①$A\cap B=\{x|x\in A$，且 $x\in B\}$；

②$A\cup B=\{x|x\in A$，或 $x\in B\}$.

2. 交集、并集的性质（U 的全集）

$A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap U=A$；

$A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$，$A\cup U=U$；

$A\cap B\subseteq A$，且 $A\cap B\subseteq B$，$A\subseteq A\cup B$，且 $B\subseteq A\cup B$；

$A\cup C_UA=U$，$A\cap C_UA=\varnothing$.

3. 其它拓展知识

①$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$，$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

②$C_UA\cap C_UB=C_U(A\cup B)$，$C_UA\cup C_UB=C_U(A\cap B)$；

③含有 n 个元素的集合含有 2^n 个子集，2^n-1 个真子集.

◆备考应对

1. 明确概念，记忆交集、并集、补集的定义，相关性质要深刻理解；

2. 归纳含参数集合问题，总结这类问题的讨论方法；

3. 领会数形结合思想的应用

①用文氏图表示集合间的交、并、补关系；

②两个集合都是数集时，在数轴上画出它们的区间；

③集合中的元素是坐标形式给出时，能想到满足条件的点所构成的图形，能画出示意图.

4. 会用性质转化问题的处理方向，如将 $C_UA\cap C_UB$ 转化为 $C_U(A\cup B)$，将 $A\cup B=A$，转化为 $B\subseteq A$ 等；

5. 注意集合问题与函数、方程、不等式的联系. 在练习中，注意知识的融会贯通.

解题新思路

◆题型解读

对本节知识的考查一般有两种题型：一是对集合的交、并、补运算的考查；二是将集合作为工具考查集合语言与集合思想的运用.

◆高考命题走向

集合的交集、并集、补集知识是高考考查的重点内容，题目基本都是在知识的交汇点上.

常与不等式、方程、函数的定义域、值域、曲线方程等综合，属小型综合题. 考查的主要思想方法首推“数形结合”思想，其次是等价转化的思想.

【例1】已知全集 $U=\{$不大于20的质数$\}$，M,N 是 U 的两个子集，且满足 $M\cap(C_UN)=\{3,5\}$，$(C_UM)\cap N=\{7,19\}$，$(C_UM)\cap(C_UN)=\{2,17\}$，求 M,N.

【分析】文氏图是运用集合知识时重要的数形结合思想之一，利用文氏图可使问题直观化、形象化，有助于问题的理解、准确解答.

解：如图1-2-1所示，

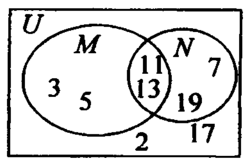


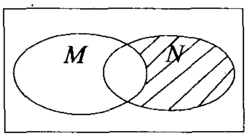
图1-2-1

由 $(C_UM)\cap(C_UN)=\{2,17\}$ 可知，M,N 中没有元素2,17；由 $(C_UM)\cap N=\{7,19\}$ 可知 N 中有元素7、19，M 中没有元素7、19；由 $M\cap(C_UN)=\{3,5\}$ 可知 M 中有元素3、5，N 中没有元素3、5. 剩下的元素11、13不在 $(C_UM)\cap N$、$M\cap(C_UN)$、$(C_UM)\cap(C_UN)$ 三部分中，则有 $11\in M\cap N$，$13\in M\cap N$.

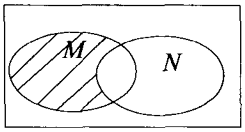
所以 $M=\{3,5,11,13\}$，$N=\{7,11,13,19\}$.

◆误区点拨

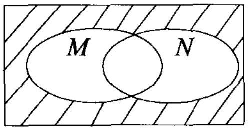
本题考察的知识点是：结合文氏图把全集 U 划分为四个部分，如图1-2-2，集合 U 中的任一元素必在这四部分之一中.



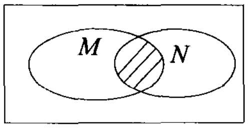
$(C_UM)\cap N$



$M\cap(C_UN)$



$(C_UM)\cap(C_UN)$



$M\cap N$

图 1－2－2

运用文氏图解决集合的交集、并集、补集问题是高考考查的重点内容，例如 99 年高考题.

题目：如图 1－2－3，I 是全集，M、N、S 是 I 的 3 个子集，则阴影部分所表示的集合是　（　　）

A. $(M\cap N)\cap S$

B. $(M\cap N)\cup S$

C. $(M\cap N)\cap C_IS$

D. $(M\cap N)\cup C_IS$

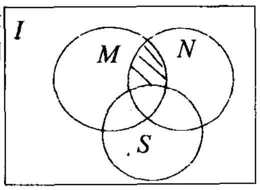


图 1－2－3

正确答案 C，请同学们自己完成.

◆临场新技巧

记忆上述画出的四个基本文氏图，掌握画文氏图的方法，并能将由集合的运算性质给出的条件正确转化为直接可用的条件.

【例 2】设集合 $P=\{x|x^2-4x-5<0\}$，$Q=\{x|x-a\leqslant 0\}$，

(1) 若 $P\cap Q=\varnothing$，求实数 a 的取值范围；

(2) 若 $P\subset Q$，求实数 a 的取值范围.

【分析】本题是以集合知识为背景，结合不等式考查讨论字母的能力，利用画数轴图的方法可使问题顺利解出.

解：$P=\{x|-1<x<5\}$，$Q=\{x|x\leqslant a\}$，

(1) 由图 1－2－4 易知，当 $a\leqslant -1$ 时，$P\cap Q=\varnothing$.

(2) 由图 1－2－5 易知 $a\geqslant 5$ 时，$P\subset Q$.

图 1－2－4

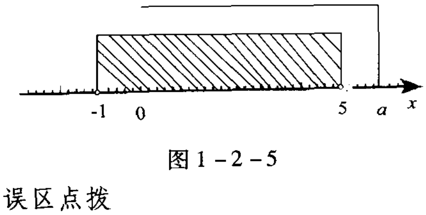


图 1－2－5

◆误区点拨

讨论含字母的集合的包含关系时，端点值能否取到，是部分同学常"马虎"的问题，可以通过代入端点值后，写出具体集合检验的方法来避免出错.

◆临场新技巧

(1) 如果讨论的是两个数集之间的关系，可以画数轴图帮助思考，在讨论中要特别注意区间的端点是否在所求的范围.

(2) 见到关系式 $M\cap N=N$ 应能立刻想到转化为 $N\subseteq M$，即 N 是 M 的子集；见到关系式 $M\cup N=N$，应能立刻想到转化为 $M\subseteq N$，M 是 N 的子集. 不能混淆子集的性质.

【例 3】已知 $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x|\log_2(x^2-5x+8)=1\}$，$C=\{x|x^2+2x-8=0\}$，若 $\varnothing\subsetneqq A\cap B$，$A\cap C=\varnothing$，求 a 的值和集合 A.

【分析】本题考查交集的性质，条件 $\varnothing\subsetneqq A\cap B$ 的含义是——$\varnothing$ 是集合 $A\cap B$ 的真子集，因而 $A\cap B$ 一定是非空集合，$A\cap C=\varnothing$ 的含义为 A、C 没有公共元素，求出参数.

解：$B=\{x|\log_2(x^2-5x+8)=1\}=\{2,3\}$，$C=\{x|x^2+2x-8=0\}=\{-4,2\}$.

$\because A\cap C=\varnothing$，$\therefore -4\notin A$，$2\notin A$，又 $\varnothing\subsetneqq A\cap B$，$\therefore A\cap B\neq\varnothing$，$\therefore 3\in A$.

于是得 $9-3a+a^2-19=0$，解得 $a=5$，或 $a=-2$.

当 $a=5$ 时，$A=\{x|x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$，与 $A\cap C=\varnothing$ 矛盾.

$\therefore a=-2$. 此时 $A=\{-5,3\}$.

◆误区点拨

一些同学忽视对集合性质的记忆和理解，在看到 $\varnothing\subsetneqq A\cap B$ 和 $A\cap C=\varnothing$ 这样的符号语言时，不理解含义导致了错解. 因而复习时一定要深刻理解交、并的性质.

交、并集概念在与方程的解集综合出题时，有一类题目将逻辑知识也综合了进来，现摘一例，以引起同学们的重视.

题目：如果方程 $ax+b=0$ 的解集为 A，$cx+d=0$ 的解集为 B，利用 A、B 表示：

(1) $(ax+b)(cx+d)=0$ 的解集；(2) $(ax+b)(cx+d)\neq 0$ 的解集.

解：(1) $\{x|(ax+b)(cx+d)=0\}=\{x|ax+b=0\}\cup\{x|cx+d=0\}=A\cup B$.

(2) $\{x|(ax+b)(cx+d)\neq 0\}=\{x|ax+b\neq 0\}\cap\{x|cx+d\neq 0\}=C_{\mathbf{R}}A\cap C_{\mathbf{R}}B$.

【例 4】已知 $A=\{(x,y)|x^2+y^2=16\}$，$B=\{(x,y)|x-y=m\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 m 的取值范围是________.

【分析】本题是在集合的背景上，考察直线和圆的位置关系，是集合与解析几何的综合题型. 若能结合解析几何的知识画出曲线，就能使问题直观、简捷得解.

解一：集合 A 表示圆心在原点，半径为 4 的圆，集合 B 表示斜率为 1 的直线系，要使 $A\cap B=\varnothing$，只要直线和圆没有交点即可. 也即方程组 $\begin{cases}x^2+y^2=16\\x-y=m\end{cases}$ 无解. 消去 y 得，$2x^2-2mx+m^2-16=0$.

由 $\Delta=4m^2-8(m^2-16)<0$，得 $m>4\sqrt{2}$ 或 $m<-4\sqrt{2}$

故 m 的取值范围是 $(4\sqrt{2},+\infty)\cup(-\infty,-4\sqrt{2})$.

解二:如图 1-2-6, $-m$ 的几何意义是直线 $y=x-m$ 在 y 轴上的截距,观察图形可得 $-m>4\sqrt{2}$ 或 $-m<-4\sqrt{2}$,即 $m>4\sqrt{2}$ 或 $m<-4\sqrt{2}$.

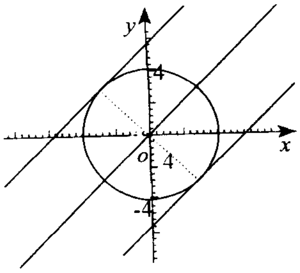


图 1-2-6

◆误区点拨

对集合与方程曲线结合的知识不能透彻理解,数形结合的能力较弱,只会用代数方法处理,导致方法选择不当,造成在一道题上用时过多的局面.

◆临场新技巧

集合与解析几何结合的综合题,可借助图形帮助思考,直观地获得解答.

基础能力训练

1. 设集合 $A=\{x|-2<x<3\}$, $B=\{x||2x+1|>5,x\in\mathbf{R}\}$,则集合 $A\cup B=$ ( )

A. $\{x|-2<x<1\}$

B. $\{x|-3<x<3\}$

C. $\{x|1<x<3\}$

D. $\{x|x<-3$ 或 $x>-2\}$

2. 设集合 $M=\{y|y=2^x,x\in\mathbf{R}\}$,集合 $N=\{y|y=x^2,x\in\mathbf{R}\}$,则 ( )

A. $M\cap N=\{2,4\}$　　B. $M\cap N=\{4,16\}$

C. $M=N$　　D. $M\subseteq N$

3. 设集合 $M=\{x|-1\leqslant x<2\}$, $N=\{x|x\leqslant a\}$,若 $M\cap N\neq\varnothing$,则 a 的取值范围是 ( )

A. $(-\infty,2]$　　B. $(-1,+\infty)$

C. $[-1,+\infty)$　　D. $[-1,1]$

4. 设全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $M=\{x||x|<1\}$,集合 $N=\{x|x^2+2x\geqslant 0\}$,则集合 $\{x|-1<x<0\}$ 为 ( )

A. $M\cap N$　　B. $M\cup N$

C. $M\cap C_UN$　　D. $C_UM\cap N$

5. 下面表示同一个集合的是 ( )

A. $M=\{(1,2)\}$, $N=\{(2,1)\}$

B. $M=\{1,2\}$, $N=\{(2,1)\}$

C. $M=\varnothing$, $N=\{\varnothing\}$

D. $M=\{x|x^2-3x+2=0\}$, $N=\{1,2\}$

6. 设全集为 $\mathbf{R}$,集合 $A=[2,+\infty)$, $B=\{0,1,2,3,4\}$,则 $B\cap C_{\mathbf{R}}A=$ ( )

A. $\{1,2\}$　　B. $\{0,1\}$

C. $\{0\}$　　D. $\varnothing$

7. 已知非空集合 A、B 满足 $A\cap B=C$,则 $A\cup C$ 等于 ( )

A. A　　B. B

C. C　　D. 空集

8. 已知全集 $I=\{2,3,5,7,11\}$, $A=\{2,|a-5|,7\}$, $C_IA=\{5,11\}$,则 a 的值为______.

9. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|ax^2-3x+2=0,a\in\mathbf{R}\}$,若 A 中元素至多有一个,则 a 的取值范围是____________.

10. 设集合 $A=\{(x,y)|a_1x+b_1y+c_1=0\}$, $B=\{(x,y)|a_2x+b_2y+c_2=0\}$,则方程组 $\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1=0\\a_2x+b_2y+c_2=0\end{cases}$ 的解集是____________,方程 $(a_1x+b_1y+c_1)(a_2x+b_2y+c_2)=0$ 的解集是____________.

11. 已知集合 $A=\{x|x^2+(m+2)x+1=0\}$,若 $A\cap\{$正实数$\}=\varnothing$,则实数 m 的取值范围是________.

12. 设 M 是满足下列两个条件的函数 $f(x)$ 的集合:

①若 $f(x)$ 的定义域是 $[-1,1]$;

②若 $x_1,x_2\in[-1,1]$,则 $|f(x_1)-f(x_2)|\leqslant 4|x_1-x_2|$.

试问:定义在 $[-1,1]$ 上的函数 $g(x)=x^2+2x-1$ 是否属于集合 M? 并说明理由.

13. 设 $A=\{(x,y)|y^2=x+1\}$, $B=\{(x,y)|4x^2+2x-2y+5=0\}$, $C=\{(x,y)|y=kx+b\}$ 问:是否存在自然数 k, b,使 $(A\cup B)\cap C=\varnothing$,试证明你的结论.

综合创新演练

1. 若集合 $M=\{y|y=2^{-x}\}$, $P=\{y|y=\sqrt{x-1}\}$,则 $M\cap P=$ ( )

A. $\{y|y>1\}$　　B. $\{y|y\geqslant 1\}$

C. $\{y|y>0\}$　　D. $\{y|y\geqslant 0\}$

2. 已知集合 A、B、C 满足 $A\cup B=A\cup C$,那么下列各式中一定成立的是 ( )

A. $A\cap B=A\cap C$　　B. $B=C$

C. $B\subseteq C$ 或 $C\subseteq B$　　D. 以上都不对

3. 设全集 $U=\mathbf{R}$, $f(x)=\sin x$, $g(x)=\cos x$, $M=\{x|f(x)\neq 0\}$, $N=\{x|g(x)\neq 0\}$,那么集合 $\{x|f(x)\cdot g(x)=0\}$ 等于 ( )

A. $(C_UM)\cap(C_UN)$　　B. $(C_UM)\cap N$

C. $M\cup(C_UM)$　　D. $(C_UM)\cup(C_UN)$