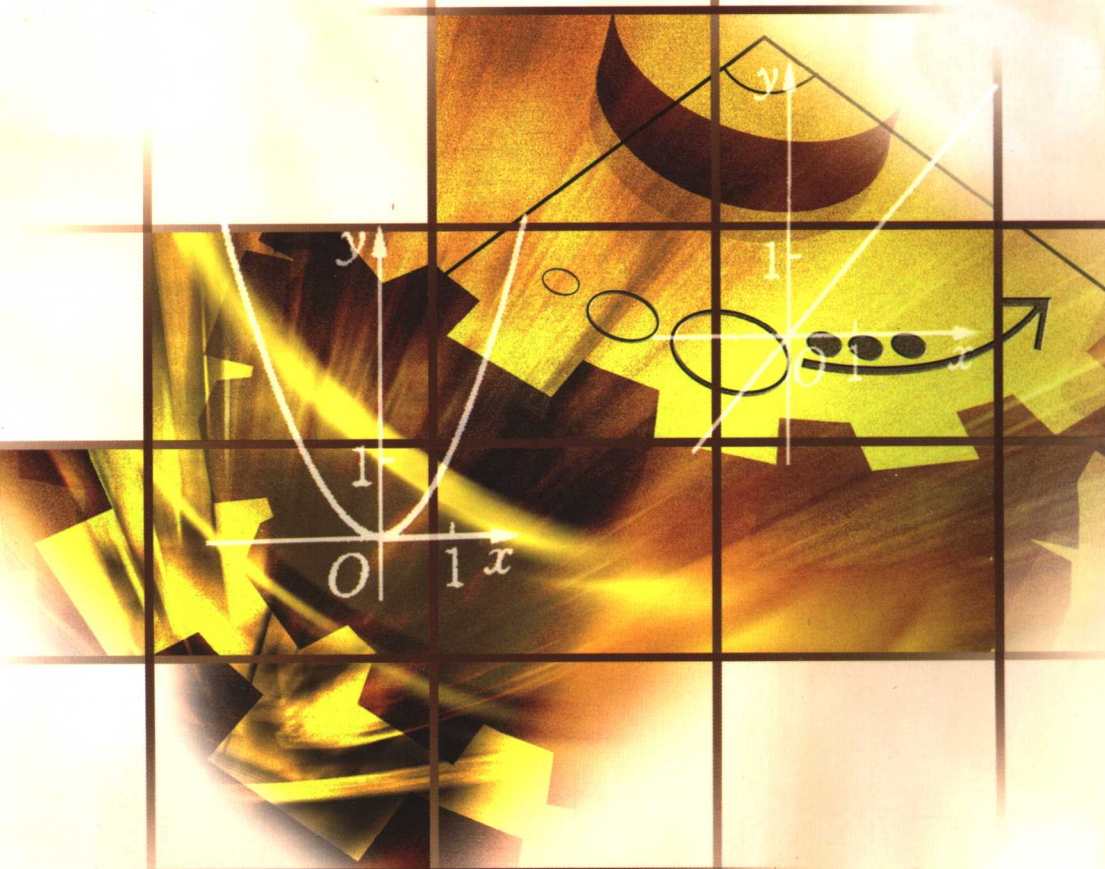


 中等职业学校教材试用本

数学

第一册

康士凯 丁百平 主编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

中等职业学校教材试用本

S HUXUE

数 学

第一册

主编 康士凯 丁百平

高等教育出版社

内容提要

本套教材是根据上海市教委 2005 年最新颁布的《上海市中等职业学校数学课程标准(试用稿)》的精神和要求,参照全国中等职业学校的培养目标,在大量调研了目前实际教学情况的基础上,结合各类中等职业学校数学教学的共性要求编写而成的。

本套教材共 9 册:《数学》(第一册);《数学习题册》(第一册);《数学》(第二册);《数学习题册》(第二册);《数学(基础版)》(第一册);《数学习题册(基础版)》(第一册);《数学(基础版)》(第二册);《数学习题册(基础版)》(第二册);《数学教学参考书》。本套教材可供实行学分制的学校或专业使用,按 8 学分(约 136~144 课时)或 12 学分(约 204~216 课时)分别选用适合本专业的课程内容进行教学。

本书为《数学》(第一册),主要包括:集合;逻辑初步;不等式;函数;幂函数、指数函数与对数函数;三角函数;加法定理与解三角形;平面向量与矩阵;数系的扩展。

本书可作为各类中等职业学校的数学教材。

图书在版编目(CIP)数据

数学.第1册/康士凯,丁百平主编. —北京:高等教育出版社,2006.7

ISBN 7-04-019519-4

I. 数... II. ①康...②丁... III. 数学课—专业学校—教材 IV. G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 079649 号

责任编辑 徐 东 封面设计 吴 昊 责任印制 蔡敏燕

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		021-56964871
邮政编码	100011	免费咨询	800-810-0598
总 机	010-58581000	网 址	http://www.hep.edu.cn
传 真	021-56965341		http://www.hep.com.cn
			http://www.hepsh.com
		网上订购	http://www.landaco.com
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landaco.com.cn
排 版	南京理工出版信息技术有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
印 刷	江苏如皋市印刷有限公司		
开 本	787×1092 1/16	版 次	2006 年 7 月第 1 版
印 张	16	印 次	2006 年 7 月第 1 次
字 数	363 000	定 价	22.00 元

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 19519-00

郑 重 声 明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》,其行为人将承担相应的民事责任和行政责任,构成犯罪的,将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序,保护读者的合法权益,避免读者误用盗版书造成不良后果,我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为,希望及时举报,本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话:(010)58581897/58581896/58581879

传 真:(010)82086060

E - mail:dd@hep.com.cn

通信地址:北京市西城区德外大街 4 号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编:100011

购书请拨打电话:(010)58581118

出版说明

上海市教育委员会大力推动中等职业教育课程教材改革,于2005年8月出台了《上海市中等职业学校文化基础学科课程标准(试用稿)》(以下简称《课程标准》),并以此为依据进行示范性教材编写的立项工作。高等教育出版社积极配合上海市教委的工作,组织中等职业教育教学专家与经验丰富的上海市职业学校骨干教师,认真学习《课程标准》,领会教材改革精神,深入调查研究上海市中职教育教学现状,反复推敲,形成了教材编写方案,该方案于2005年11月通过了立项评审的答辩。之后,高等教育出版社立项教材编写队伍广泛听取专家与师生的意见和建议,数易其稿,编写了这套上海市中等职业教育课程改革文化基础课教材(包括语文、数学教材及教学参考书、练习册等相关教学辅助用书)。本套教材经上海市中等职业教育课程教材审定委员会审定,准予试用。

本套教材在编写理念、编写形式和教学内容上进行了一些有益的探索:

1. 体现“以就业为导向”的人才培养观。

上海作为国际化大都市,对人才质和量的需求显得尤为迫切。教材编写过程中,我们注重对学生能力的培养,从实用角度帮助学生接受职业道德教育和职业技能训练,提高学生对职业岗位乃至就业大环境的认识水平和适应能力,按就业目标来设定可能的教学内容、设计教学解决方案(包括组织形式和具体方法),力求打造出能满足师生授受双方教学需求的新文本、新载体,从而适应上海地区对高素质技能型人才的需求。

2. 贯彻“因材施教”的原则。

针对上海市中等职业学校学生实际情况,我们根据《课程标准》要求,降低了教学内容的难度,并将较高要求的内容作为拓展内容,供学有余力的同学选学,以期有效减轻学生负担,使学生能够将更多的精力用于与职业教育更密切相关的教学内容上来。另外,我们还编了一套数学基础版教材,涵盖了《上海市中等职业学校数学课程标准

(试用稿)》的必学内容,帮助数学起点低的同学打好基础,不断进步。

3. 编排新颖科学,富有趣味。

教材编写遵循“以学生发展为本”的教育理念,在体例编排上活泼大方,将学练要点、科学常识、精彩点评及学习技巧等小板块合理安排于适当位置,有效利用版面,使学生喜闻乐见,便于他们明确学习目标,有效地检测自己对所学知识的了解程度;同时,也有利于教师各取所宜而采用多种教学方式和教学方法。

4. 提供全程教学解决方案。

上海拥有先进的教育教学资源优势,因此,我们在教材基础上还提供了教学参考书和练习册,并将陆续补充网络教学资源,最终构建起立体化教学服务平台,有利于更好地提高教学效果。

本套教材的编写得到了上海市教委职成教处、上海市教委教研室以及众多中职学校的大力支持,谨此表示诚挚的感谢!书中不足之处恳请广大师生指正,以便不断修订完善。

高等教育出版社

2006年7月

前 言

为了更好地满足上海城市新一轮发展对技术技能型人才的需要,我们根据上海市教育委员会 2005 年颁布的《上海市中等职业学校数学课程标准(试用稿)》(以下简称《课程标准》)的要求编写了本套数学教材。

在本套教材编写前,我们对全国和上海市中职数学课程的改革和教材的使用情况进行了充分的调研,收集了大量的第一手资料。此外,全体编写人员对《课程标准》的基本理念、设计思路以及数学课程的目标、内容也进行了认真学习。在调研、学习和研讨的基础上,确定了教材的编写理念:

1. 高度关注中职学生数学的学习过程,从问题解决出发构建课程内容。教材针对职业学校学生的学习实际,注重“过程教学”。让学生在场景事物的发展中学习,让学生在动脑并用状态下学习,强调学习的过程而不是强调学习的结果,对学生学习的评价也重在过程而不在结论,让学生体验学习过程以及获得技能过程的乐趣。

教材采用由实际问题引出数学概念的编写方式,并选择合适的学习载体,使用浅显亲切的语言,安排适当的学习坡度以贴近学生实际。“问题解决”意识的培养是职业学校教育的重要目标。教材以“问题解决”作为理论支撑是鉴于当前“以就业为导向”的职业教育改革方向。

2. 立足职业教育特色,做到教师好教、学生好学。教材内容的展开从学生的生活实际和职业特点出发,知识的讲授过程遵循“以学生为本”的理念,力求从简选取能够体现《课程标准》基本要求的问题加以阐述,做到整体设计、系列配套,为教师提供完整的教学服务解决方案,让教师好教、学生好学,从而帮助学生掌握基本的数学知识,培养具有一定的文化素养、胜任职业岗位的合格劳动者。

3. 处理好基础和发展、稳定与改革的关系。教材根据《课程标准》的模块组织内容,以《课程标准》中必学单元为基础,帮助学生达到作为一个社会人和职业人应具备的基本学习要求。根据终身教育和学生职业生涯规划的需要,教材通过《课程标准》所规定的选学单元和拓展部分的内容为学生构建发展的平台。

本套教材提倡计算器的全面使用。教材中的课堂练习题的教学形式可丰富多样(如口头、书面、个体操作、小组讨论、集体活动、案例教学等),教师可根据具体情况掌握,以达到较好的实际教学效果。

为适应不同专业、不同类别的中等职业学校的实际需要,也为了方便中等职业学校教学工作的开展,本套教材及其配套教学资源的安排如下:

1. 以《课程标准》为依据,提供两个系列的教材。系列一,《数学》(第一册)和《数学》(第二册),涵盖《课程标准》的全部内容(包括基础部分和拓展部分的全部内容);系列二,《数学(基础版)》(第一册)和《数学(基础版)》(第二册),包括《课程标准》基础部分的全部必修内容和拓展部分的部分专题内容。各校可以根据实际情况选择不同的教材。

2. 各系列教材均配有按章节编排的同步习题册。习题册中的习题分 A(基础题)、B(提高题)两个层次编写,体现分层教学的原则,提供学习的可选择性。

3. 配有提供给教师的教学参考书。教学参考书将更好地帮助教师领会《课程标准》中的课程定位、课程基本理念、课程目标与教学的基本内容、要求,内容包括:知识框图、编写说明、教学建议、习题的参考答案和提示、现代信息技术应用资料等。本书将免费提供给使用本套教材的教师。

4. 供教师和学生使用的数字化课程资源网络平台,陆续提供教学演示文档、教案、试题库、网络课程等。

本教材的编写充分考虑了目前学生的实际状况,下面提供三种教学课时方案的建议,供广大教师参考:

方案一(选用系列一教材):

开设两学期的数学课程;周课时 6,每学期: $6 \text{ 课时/周} \times 17 \text{ 周} = 102 \text{ 课时}$;两学期合计 204 课时。

方案二(选用系列一教材):

开设三学期的数学课程;周课时 4,每学期: $4 \text{ 课时/周} \times 17 \text{ 周} = 68 \text{ 课时}$,三学期合计 204 课时。

方案三(选用系列二教材):

开设两学期的数学课程;周课时 4,每学期: $4 \text{ 课时/周} \times 17 \text{ 周} = 68 \text{ 课时}$;两学期合计 136 课时。

本套教材包括:《数学》(第一册)、《数学》(第二册)、《数学习题册》(第一册)、《数学习题册》(第二册);《数学(基础版)》(第一册)、《数学(基础版)》(第二册)、《数学习题册(基础版)》(第一册)、《数学习题册(基础版)》(第二册);《数学教学参考书》。参加本套教材编写的有丁百平、王文琴、王宇华、朱玉华、孙萍、严捷、余俊燕、张紫芳、周智朝、钟丛香、俞建雄、敖文彬、徐荣堂、黄庆昌、康士凯、蒙春莽。其中,第一册教材及配套习题册的副主编为余俊燕和钟丛香,第二册教材及配套习题册的副主编为严捷和俞建雄,全套教材由康士凯、丁百平担任主编。

本套教材的编写得到了上海市教育委员会教学研究室和中国职业技术教育学会教学工作委员会有关领导的热情关心与指导,在此表示衷心的感谢。

限于编者水平,教材中难免存在不妥之处,恳请有关专家和广大职业学校的师生提出宝贵的修改意见。

编 者

2006 年 6 月

第一章 集合	1
1.1 集合	2
1.2 集合间的关系	7
1.3 集合的基本运算	11
本章小结	16
复习题 1	17
* 阅读材料 数学的力量	18
* 第二章 逻辑初步	19
2.1 逻辑用语	20
2.2 充分条件、必要条件和充分必要条件	26
本章小结	29
复习题 2	30
阅读材料 用逻辑工具解决问题	30
第三章 不等式	33
3.1 一元二次不等式	34
[案例 1] 最大容积问题	41
3.2 绝对值不等式	42
本章小结	45

* 为基础部分的选学单元或拓展部分的内容

复习题 3	46
* 阅读材料 中国现代数学的奠基人之一——华罗庚	47

第四章 函数 49

4.1 函数的概念	50
4.2 函数关系的建立	56
4.3 函数的图像	58
[案例 2] 出租车计价问题	64
4.4 函数的基本性质	64
本章小结	70
复习题 4	70
* 阅读材料 伽利略的困惑	72

第五章 幂函数 指数函数与对数函数 75

5.1 幂函数	76
5.2 指数函数	81
5.3 对数	86
5.4 对数函数	94
本章小结	103
复习题 5	103
* 阅读材料 对数的产生与对数的功绩	105

第六章 三角函数 107

6.1 任意角的概念、弧度制	108
6.2 任意角三角比	114
6.3 简化公式	123
6.4 三角函数的图像与性质	128
6.5 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像与性质	136
本章小结	141
复习题 6	142
* 阅读材料 数学与艺术	144

* 第七章 加法定理与解三角形 147

7.1 加法定理 148

7.2 解三角形 155

[实践操作] 已知角的三角比,求角 158

[案例3] 测量高度 163

本章小结 164

复习题7 164

* 阅读材料 中国古代数学的形成和发展 166

第八章 平面向量与矩阵 169

8.1 向量的概念 170

8.2 向量的线性运算 172

8.3 平面向量的坐标表示 178

8.4 向量的应用 183

[案例4] 合力的计算 185

8.5 矩阵 186

本章小结 195

复习题8 196

* 阅读材料 数学对人类文明的贡献和影响 199

第九章 数系的扩展 201

9.1 复数的概念 202

9.2 复数的四则运算 209

本章小结 217

复习题9 218

* 阅读材料 复数为什么不能比较大小 220

附 录 221

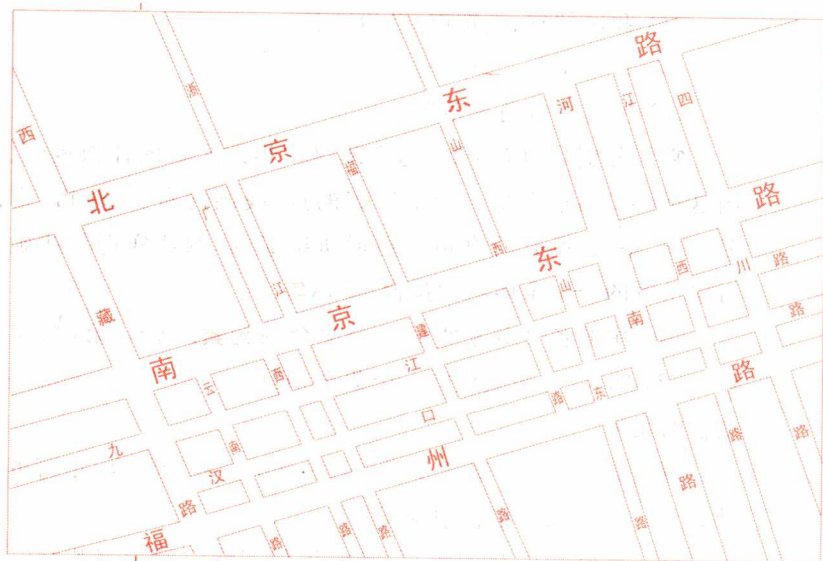
附录1 应用软件 Mathematica 简介 221

附录2 本教材使用的数学符号 228

附录3 参考答案 233

第一章

集 合



亲爱的同学,如果你随着熙熙攘攘的人群,从南京路东面的外滩向西走,经过四川路、江西路、河南路、山东路、山西路、福建路、浙江路、广西路、云南路,直到西藏路,你发现这些路名有些什么共同的属性呢?你再看看南京路两旁东西走向的九江路、汉口路、福州路,这些路名又有什么共同的属性呢?对了,前者都是以我国的省名来命名的,后者都是以城市名来命名的.当你对上海市中心城区路名排列心中有数时,你已不知不觉地运用“集合”的思想进行思考了.

学习“集合”的一些基本知识,运用“集合语言”对客观世界中具有某种特性的对象进行描述,揭示这些对象的内在的联系与区别,能够提高我们运用数学语言来刻画现实世界、进行交流的能力.

1.1 集合



数学是科学大厦的基础. 今天数学教育水平的高低, 决定了明天科学技术发展水平的高低.

1.1.1 集合及其表示法

1. 集合的概念

在现实生活和数学中, 我们常常需要把一些确定的对象放在一起, 作为一个全体加以研究. 例如:

- (1) 1, 2, 3, 4, 5;
- (2) 本班本学期所有的任课教师;
- (3) 平面内, 到一条线段两个端点距离相等的所有的点;
- (4) 我国的省、直辖市、自治区名;
- (5) x^2 , $3x+2$, $5y^3-x$, x^2+y^2 ;
- (6) 所有的直角三角形.

它们分别是由五个数、这个班级本学期所有的任课教师、平面内这条线段的垂直平分线上所有的点、我国的省、直辖市、自治区名、四个整式、所有的直角三角形所组成的. 像这样把某些确定的对象组成的一个全体叫做**集合**, 简称**集**.

集合中的各个对象叫做这个集合的**元素**. 例如, 第(1)组是由数 1, 2, 3, 4, 5 所组成的一个集合, 其中 1, 2, 3, 4, 5 都是这个集合的元素.

我们通常用大写英文字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合, 小写英文字母 $a, b, c, \dots$ 表示集合中的元素.

对一些常用的数的集合, 我们用如下特定的大写英文字母来表示.

注意

不包括零的自然数组成的集合, 叫做正整数集. 记作 $\mathbf{N}^+$ 或 $\mathbf{N}_+$.

思考

班级里高个子学生的全体能否组成一个集合? 为什么?

说明

数学中集合的概念与生活中集合的概念是不尽相同的.

全体自然数组成的集合叫做**自然数集**, 记作 $\mathbf{N}$;

全体整数组成的集合叫做**整数集**, 记作 $\mathbf{Z}$;

全体有理数组成的集合叫做**有理数集**, 记作 $\mathbf{Q}$;

全体实数组成的集合叫做**实数集**, 记作 $\mathbf{R}$.

含有有限个元素的集合叫做**有限集**, 如本节开头列举的(1), (2), (4), (5)这四组对象组成的集合都是有限集; 含有无限个元素的集合叫做**无限集**, 如本节开头列举的(3), (6)这两组对象组成的集合是无限集.

对于一个给定的集合, **集合中的元素是确定的**. 这就是说, 哪些对象是这个给定集合的元素, 哪些对象不是它的元素, 是可以明确作出判断的. 例如, 对于由所有的直角三角形组成的集合, 内角

分别为 30° , 60° , 90° 的三角形, 是这个集合的元素, 而内角分别为 50° , 60° , 70° 的三角形, 就不是这个集合的元素.

2. 集合的表示法

集合的表示法有列举法和描述法.

把集合中的元素一一列举出来, 写在大括号内表示集合的方法, 叫做**列举法**.

例如, 由数 1, 2, 3, 4, 5 组成的集合, 可以表示为

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

也可以表示为 $\{5, 4, 3, 2, 1\}$, 即集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 与 $\{5, 4, 3, 2, 1\}$ 是同一个集合.

又如, 由整式 x^2 , $3x+2$, $5y^3-x$, x^2+y^2 组成的集合, 可以表示为: $\{x^2, 3x+2, 5y^3-x, x^2+y^2\}$.

也可以表示为: $\{3x+2, x^2, x^2+y^2, 5y^3-x\}$.

也就是说, 用列举法表示集合时, 不必考虑元素之间的顺序.

对于一个给定的集合, **集合中的元素是互异的**. 这就是说, 集合中的任何两个元素都是不同的对象; 相同的对象归入一个集合时, 只能算作这个集合的一个元素. 因此, 集合中的元素是不重复的.

例 1 用列举法表示下列集合:

- (1) 所有小于 5 的正整数组成的集合;
- (2) 一个骰子掷一次可能出现的点数组成的集合.

解 (1) 因为小于 5 的正整数是 1, 2, 3, 4, 所以所有小于 5 的正数组成的集合可以表示为

$$\{1, 2, 3, 4\}.$$

(2) 因为一个骰子掷一次可能出现的点数是 1, 2, 3, 4, 5, 6. 所以集合可以表示为

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

把集合中的元素的公共属性描述出来, 写在大括号内表示集合的方法, 叫做**描述法**. 这时往往在大括号内先写上这个集合的元素的一般形式, 再画一条竖线, 在竖线右边写上这个集合的元素的公共属性.

例如, 由不等式 $x-3 > 2$ 的所有的解组成的集合, 可以表示为

思考

方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的根所组成的集合有几个元素?



用描述法表示集合的形式一般可记作: $\{x | x \text{ 满足的性质 } p\}$. 即集合中元素都具有性质 p , 而且凡具有性质 p 的元素都在集合中.

$$\{x \mid x-3 > 2\}.$$

习惯上,我们把求得的不等式的解,用集合表示,叫做**不等式解的集合**,简称**不等式的解集**.如 $\{x \mid x > 5\}$ 就是不等式 $x-3 > 2$ 的解集.类似地,把求得的方程的解,用集合表示,叫做**方程的解的集合**,简称**方程的解集**.如 $\{-1, 4\}$ 是方程 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 的解集,又如, $\{(-1, 4)\}$ 是方程组 $\begin{cases} x+2y=7 \\ 2x+y=2 \end{cases}$ 的解集.

为了简便起见,有些集合用描述法表示时,可以省去竖线及其左边的部分.例如,由所有的直角三角形组成的集合,可以表示为

$$\{\text{直角三角形}\}.$$

例 2 写出下列方程或不等式在实数范围内的解集:

$$(1) 4x^2 - 9 = 0;$$

$$(2) 5x - 1 \leq x + 3.$$

解 (1) 因为 $4x^2 - 9 = 0$ 在实数范围内有两个解: $x_1 = -\frac{3}{2}$,
 $x_2 = \frac{3}{2}$.

所以方程 $4x^2 - 9 = 0$ 的解集为: $\{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\}$.

(2) 因为解不等式 $5x - 1 \leq x + 3$,把含有 x 的项放在不等号的一边,把常数项放在不等号的另一边,得 $5x - x \leq 3 + 1$,得 $x \leq 1$.
 所以,不等式 $5x - 1 \leq x + 3$ 的解集为: $\{x \mid x \leq 1, x \in \mathbf{R}\}$.

例 3 用适当的方法表示下列集合:

(1) 大于 0 且不超过 6 的全体偶数组成的集合;

(2) 被 3 除余 2 的自然数的全体组成的集合;

(3) 所有不小于 0,不大于 2 的数组成的集合;

(4) 直角坐标平面上第二象限的点组成的集合.

解 (1) 用列举法可表示为: $\{2, 4, 6\}$.

(2) 用描述法可表示为: $\{x \mid x = 3k + 2, k \in \mathbf{N}\}$.

(3) 用描述法可表示为: $\{x \mid 0 \leq x \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$.

(4) 直角坐标平面上的点 P 可表示为 $P(x, y)$. 因此,用描述法可表示为:

$$\{(x, y) \mid x < 0 \text{ 且 } y > 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}.$$

说明

在具体表示集合的时候,究竟采用何种表示方法,这要视情况而定,有时用两种表示方法均可,有时只能用一种表示方法.

思考

哪些集合用列举法表示较合适? 哪些集合用描述法表示较合适?

像(4)中这样由点组成的集合叫做**点集**,点集通常用描述法表示.

如果从上下文能明显看出所讨论的集合的元素是实数,那么 $x \in \mathbf{R}$ 可以略去不写,例如(3)中的 $\{x \mid 0 \leq x \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$ 可表示为 $\{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$.

注意

除实数集外的其他数集,书写时不可省略.

1.1.2 集合与元素的关系

2008年北京奥运会的五个吉祥物:贝贝、晶晶、欢欢、迎迎、妮妮组成了“北京奥运会吉祥物”集合,这五个吉祥物中的每一个都是这个集合的元素.而2004年雅典奥运会的两个吉祥物:雅典娜和费沃斯,就不是这个集合的元素.又如,由1, 2, 3, 4, 5组成的集合为 A , 1, 2, 3, 4, 5是集合 A 的元素,7就不是集合 A 的元素.

如果 a 是集合 A 的元素,就称“ **a 属于集合 A** ”,记作 $a \in A$; 如果 a 不是集合 A 的元素,就称“ **a 不属于集合 A** ”,记作 $a \notin A$.

在上面的例子中,我们可记 $1 \in A, 3 \in A$, 等等,可记 $7 \notin A$.

应该注意, a 与 $\{a\}$ 是不同的:在这里 a 表示一个元素, $\{a\}$ 表示一个集合,这个集合只有一个元素 a .

我们知道,方程 $x^2 + 1 = 0$ 在实数范围内无解,为了表示这种不含任何元素的情况,我们引入空集的概念,**空集**不含任何元素,记作 $\emptyset$. 例如:集合 $\{x \mid x + 1 = x + 3\}$ 与集合{两边之和小于第三边的三角形}都是空集.

例4 用表示集合与元素关系的符号 $\in, \notin$ 填空:

(1) $0 \underline{\hspace{1cm}} \{0\}$; (2) $0 \underline{\hspace{1cm}} \emptyset$; (3) $0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$;

(4) $-\frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$; (5) $\pi \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; (6) $2 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$.

分析 空集 $\emptyset$ 不含有任何元素,集合 $\{0\}$ 含有一个元素 0.

解 $0 \in \{0\}$; $0 \notin \emptyset$; $0 \in \mathbf{N}$;

$-\frac{1}{2} \notin \mathbf{Z}$; $\pi \notin \mathbf{Q}$; $2 \in \mathbf{R}$.

例5 指出下列集合中,哪个是空集,哪个不是空集?

(1) $\{x \mid x + 3 = 0, x \in \mathbf{R}\}$;

(2) $\{x \mid x + 3 = 0, x \in \mathbf{N}\}$.

解 (1) 集合 $\{x \mid x + 3 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ 的元素是方程 $x + 3 = 0$ 在实数范围内的解. 因为 $x + 3 = 0$ 在实数范围内只有一个解 $x = -3$, 所以集合 $\{x \mid x + 3 = 0\}$ 不是空集.

(2) 集合 $\{x \mid x + 3 = 0, x \in \mathbf{N}\}$ 的元素是方程 $x + 3 = 0$ 在

思考

$\{a, b\}$ 与 $\{(a, b)\}$ 的区别是什么? 它们分别表示了怎样的集合.

注意

符号 $\in, \notin$ 只能用于表示元素与集合的关系,而表示元素与集合的关系也只能用 $\in, \notin$.

自然数范围内的解. 因为 $x+3=0$ 在自然数范围内无解, 所以集合 $\{x \mid x+3=0, x \in \mathbf{N}\}$ 是空集 $\varnothing$.

例 6 用适当的符号表示下列各题中数与数集之间的关系:

$$(1) c = \frac{\sqrt{2}}{3}, c \text{ 与 } \mathbf{Q}; \quad (2) d = -\frac{2}{5}, d \text{ 与 } \mathbf{Q}.$$

解 (1) 因为 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ 是无理数, 所以 $c \notin \mathbf{Q}$.

(2) 因为 $-\frac{2}{5}$ 是分数, 所以 $d \in \mathbf{Q}$.



练习 1.1

1. 用列举法表示下列各集合:

(1) 所有小于 7 的正整数组成的集合;

(2) 满足 $-2\frac{1}{2} < x < 3\frac{3}{4}$ 的所有整数 x 组成的集合;

(3) 满足小于 12 且能被 3 整除的所有正整数组成的集合.

2. 把下列用描述法表示的集合改用列举法表示:

(1) $\{x \mid x^2 + 4x = 0\}$;

(2) $\{x \mid -3 < x \leq 2, x \in \mathbf{Z}\}$.

3. 写出下列集合中所有的元素:

(1) $\{\text{大于 2 且小于 10 的奇数}\}$;

(2) $\{\text{小于 7 的正偶数}\}$;

(3) $\{x \mid 2x^2 - x - 1 = 0\}$.

4. 用描述法表示下列各集合:

(1) 绝对值小于 4 的所有实数组成的集合;

(2) 不等式 $3x + 2 > 0$ 的所有解组成的集合;

(3) 平面直角坐标系中, 第四象限内所有点组成的集合.

5. 选用适当的方法表示下列集合, 然后说出它是有限集还是无限集:

(1) 大于 3 且小于 11 的偶数的集合;

(2) 一元二次方程 $25x^2 - 9 = 0$ 的解集;

(3) 大于 4 且小于 7 的实数的集合;

(4) 不等式 $2x + 1 \geq x - 3$ 在实数范围内的解集.

6. 填空(用符号 $\in$ 或 $\notin$ 连接下列元素与集合):

(1) $1 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$, $0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$, $-2 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$, $0.4 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$, $\sqrt{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$;