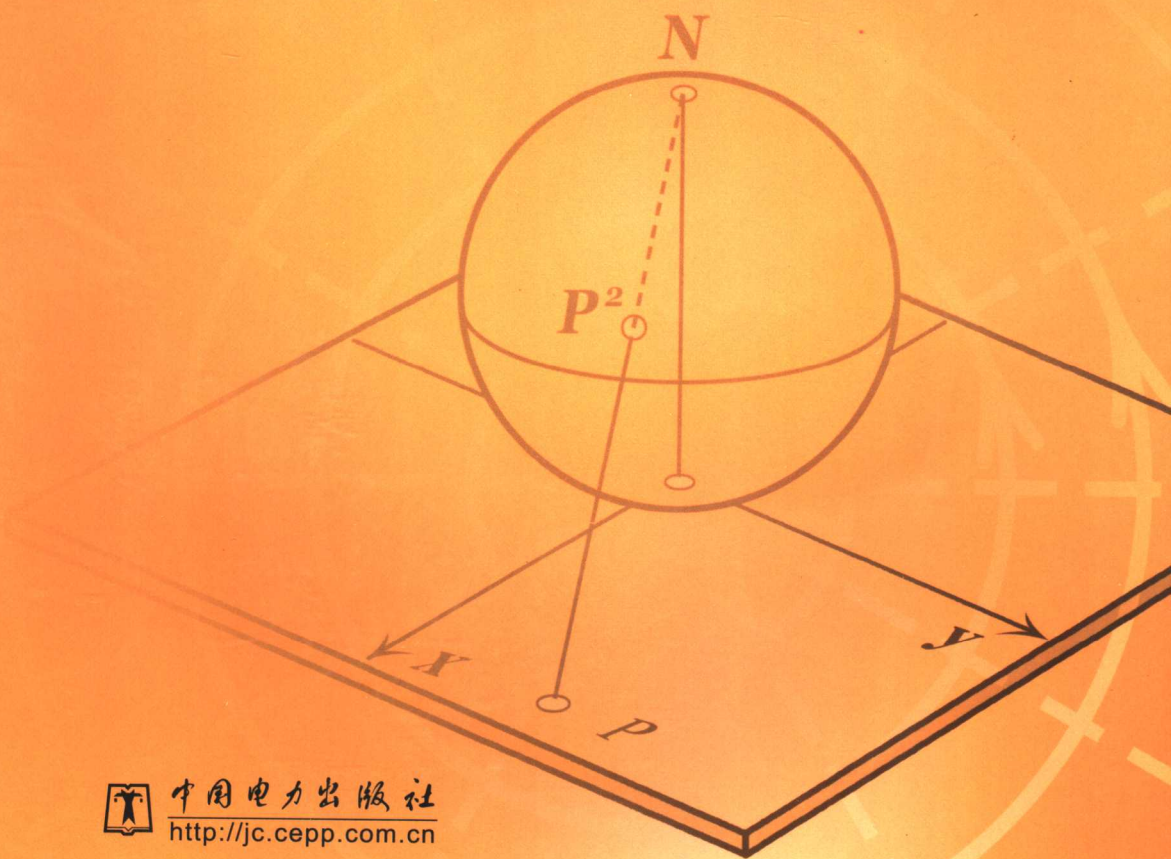




全国电力职业教育规划教材
职业教育电力技术类专业培训用书

高等数学 习题集

李智军 葛东福 主编



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>



全国电力职业教育规划教材
职业教育电力技术类专业培训用书

高等数学 习题集

主 编 李智军 葛东福

副主编 张志良

编 写 郭连英

主 审 左 云



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书是根据国家教委颁布的高职高专院校《高等数学课程教学基本要求》，按模块、单元形式编写的。全书共分八个模块，其中第一模块包括函数、极限与连续；第二模块包括一元函数的微分学；第三模块包括一元函数的积分学；第四模块包括空间解析几何；第五模块包括多元函数的微积分学；第六模块包括微分方程与拉氏变换；第七模块包括无穷级数；第八模块包括线性代数。本书将《高等数学》中应掌握的每一个知识点编成习题，题型丰富，有填空、判断、选择、计算、应用题等。

本书可供高职高专层次学生使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学习题集 / 李智军, 葛东福主编. —北京:
中国电力出版社, 2006
全国电力职业教育规划教材
ISBN 7-5083-4505-3

I. 高... II. ①李...②葛... III. 高等数学—职业
教育—习题 IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 072269 号

中国电力出版社出版、发行
(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)
利森达印刷厂印刷
各地新华书店经售

*

2006 年 8 月第一版 2006 年 8 月北京第一次印刷
787 毫米×1092 毫米 16 开本 9.5 印张 225 千字
印数 0001—3000 册 定价 14.60 元

版 权 专 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换)

前言

《高等数学习题集》是根据国家教委颁布的高职高专院校《高等数学课程教学基本要求》编写的，供高职高专层次学生使用。本书按模块、单元式组题。主要内容包括：第一模块函数、极限与连续；第二模块一元函数的微分学；第三模块一元函数的积分学；第四模块空间解析几何；第五模块多元函数的微积分学；第六模块微分方程与拉氏变换；第七模块无穷级数；第八模块线性代数。

《高等数学习题集》将《高等数学》中应掌握的每一个知识点编成习题，本书题型丰富多样，有填空、判断、选择、计算、应用题等。主要功能有：①可以作为课堂练习、课外作业或小测验等，方便教学，有利于统一作业标准。②可以作为学生日常学习中阶段性练习，巩固课本所学内容，检查所学知识。③可以作为阶段测验、期中、期末考试选题的主要来源。本书愿意做同学们学习和考试的朋友，帮助同学们学好《高等数学》并顺利通过考试。

本书第一、二、六、七、八模块及第三模块的第一单元、第五模块的第二单元由李智军编写；第三模块的第二单元由张志良编写；第四模块及第五模块的第一单元由郭连英编写。全书由李智军、葛东福担任主编，张志良担任副主编，江西电力职业技术学院的左云担任主审。保定电力职业技术学院的全体数学教师给予了大力支持，在此表示感谢！

由于时间仓促，书中难免有欠缺之处，恳切地希望使用本书的读者批评指正，以便总结经验，不断改进和提高。

编者

2006年8月

目 录

前言

第一模块 函数 极限 连续	1
第一单元 函数	1
第一单元函数答案	7
第二单元 极限	8
第二单元极限答案	16
第三单元 连续	18
第三单元连续答案	23
第二模块 一元函数的微分学	25
第一单元 导数	25
第一单元导数答案	34
第二单元 微分	37
第二单元微分答案	40
第三单元 导数的应用	41
第三单元导数的应用答案	48
第三模块 一元函数的积分学	50
第一单元 不定积分	50
第一单元不定积分答案	58
第二单元 定积分	61
第二单元定积分答案	70
第四模块 向量代数与空间解析几何	73
第一单元 向量	73
第一单元向量答案	76
第二单元 空间解析几何	76
第二单元空间解析几何答案	79
第五模块 多元函数的微积分	80
第一单元 多元函数的微分学	80
第一单元多元函数的微分学答案	86
第二单元 二重积分	88
第二单元二重积分答案	95
第六模块 微分方程与拉式变换	97
第一单元 微分方程	97
第一单元微分方程答案	105
第二单元 拉普拉斯变换	107

第二单元拉普拉斯变换答案	111
第七模块 无穷级数	113
第一单元 常数项级数	113
第一单元常数项级数答案	120
第二单元 幂级数	120
第二单元幂级数答案	125
第三单元 富里叶级数	126
第三单元富里叶级数答案	128
第八模块 线性代数	130
第一单元 行列式	130
第一单元行列式答案	134
第二单元 矩阵	135
第二单元矩阵答案	140
第三单元 线性方程组	141
第三单元线性方程组答案	142

函数 极限 连续

第一单元 函 数

一、填空

1. 以 3 为中心, $\frac{1}{2}$ 为半径的去心邻域用绝对值不等式表示为_____.

2. 以 1 为中心, 0.5 为半径的邻域用区间表示为_____.

3. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & -1 < x < 0 \\ 2, & 0 \leq x < 1 \\ x-1, & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$, 则 $f(3) =$ _____.

$f(2) =$ _____. $f(0) =$ _____. $f(0.5) =$ _____. $f(-0.5) =$ _____.

4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| < \frac{\pi}{3} \\ 0, & |x| \geq \frac{\pi}{3} \end{cases}$, 则 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) =$ _____.

$f\left(\frac{\pi}{4}\right) =$ _____. $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$ _____. $f(0) =$ _____. $f(-2) =$ _____.

5. 已知 $f(x) = x^3 - x^2 - 1$, 则 $f[f(1)] =$ _____.

6. 已知 $f(x) = x^2$, 则 $[f(3)]^2 =$ _____.

7. 设 $f(x) = \frac{1}{1+x}$, 则 $f\left[f\left(\frac{1}{x}\right)\right] =$ _____.

8. 设 $f(x) = 3x^2 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}$, 则 $f\left(\frac{1}{x}\right) =$ _____.

9. 已知 $f\left(\frac{1}{x}\right) = \left(\frac{x+1}{x}\right)^2$, 则 $f(x) =$ _____.

10. 已知 $f\left(\frac{1}{x}\right) = x + \sqrt{1+x^2} (x > 0)$, 则 $f(x) =$ _____.

11. 函数 $y = \sqrt{1-x^2}$ 的定义域为_____.

12. 函数 $y = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ 的定义域为_____.

13. 函数 $y = \sqrt{2+x} + \frac{\cos x}{\lg(1-x)}$ 的定义域为_____.

14. 函数 $y = \frac{\sin x}{\ln(x-1)}$ 的定义域为_____.
15. 函数 $y = \arccos \frac{2x-1}{3}$ 的定义域为_____.
16. 函数 $y = \lg(3-x) + \arcsin(x+1)$ 的定义域为_____.
17. 函数 $y = \sqrt{\log_3(3^x - 1)}$ 的定义域为_____.
18. 函数 $y = 2^{1-x}$ 的定义域为_____.
19. 函数 $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 1-x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ 的定义域为_____.
20. 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ 的定义域为_____.
21. 函数 $f(x) = x^5 + \sin x$ 的奇偶性为_____.
22. 函数 $f(x) = \frac{\cot x}{x}$ 的奇偶性为_____.
23. 函数 $f(x) = 2x + \sqrt[3]{x}$ 的奇偶性为_____.
24. 函数 $f(x) = x(x-1)(x+1)$ 的奇偶性为_____.
25. 函数 $f(x) = \lg(1-x^2)$ 的奇偶性为_____.
26. 函数 $f(x) = \ln(1 + \sqrt{1+x^2})$ 的奇偶性为_____.
27. 函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ 的奇偶性为_____.
28. 函数 $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ 的奇偶性为_____.
29. 函数 $f(x) = \cos 2x$ 的最小正周期为_____.
30. 函数 $f(x) = 3\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的最小正周期为_____.
31. 函数 $f(x) = \sin x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x$ 的最小正周期为_____.
32. 函数 $f(x) = \sin \frac{x}{2} + \cos 3x$ 的最小正周期为_____.
33. 函数 $f(x) = -3x + 1$ 为单调_____ 函数.
34. 函数 $f(x) = \arctan x$ 为单调_____ 函数.
35. 函数 $f(x) = 3^{-x}$ 为单调_____ 函数.
36. 函数 $f(x) = \ln x$ 为单调_____ 函数.

37. 函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在区间 $(1, 2)$ 上的有界性为_____.
38. 函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在区间 $(0, 1)$ 上的有界性为_____.
39. 函数 $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ 的有界性为_____.
40. 函数 $f(x) = \arccot x$ 的有界性为_____.
41. 设 $f(x) = x^3$, $\varphi(x) = \sin x$, 则 $f[\varphi(x)] =$ _____. $\varphi[f(x)] =$ _____.
42. 设 $f(x) = x^2$, $\varphi(x) = 2^x$, 则 $f[\varphi(x)] =$ _____. $\varphi[f(x)] =$ _____.
43. 设 $y = \sqrt{u}$, $u = x^2 + 1$, 则把 y 表示成 x 的函数为_____.
44. 设 $s = u^2$, $u = \sqrt{v} + 1$, $v = t^2 + 2$, 则把 s 表示成 t 的函数为_____.
45. 复合函数 $y = \sqrt{1-x^2}$ 可分解为_____.
46. 复合函数 $y = e^{2x+1}$ 可分解为_____.
47. 复合函数 $y = \cos^2(3x+1)$ 可分解为_____.
48. 复合函数 $y = (\arccos \sqrt{x})^2$ 可分解为_____.
49. 复合函数 $y = \lg \tan 2x$ 可分解为_____.
50. 复合函数 $y = 5^{\ln(1-x^2)}$ 可分解为_____.

二、判断题 (正确的打“√”, 错误的打“×”)

- () 1. 不等式 $2 < x \leq 4$ 用区间表示为 $(2, 4]$.
- () 2. 不等式 $|x| > 1$ 用区间表示为 $(-1, 1)$.
- () 3. $y = x$ 与 $y = \sqrt{x^2}$ 是相同的函数.
- () 4. $y = x$ 与 $y = (\sqrt{x})^2$ 是相同的函数.
- () 5. $y = \arccos x$ 与 $y = \frac{\pi}{2} - \arcsin x$ 是相同的函数.
- () 6. $y = \ln \sqrt{x-1}$ 与 $y = \frac{1}{2} \ln(x-1)$ 是相同的函数.
- () 7. $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$.
- () 8. $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$.
- () 9. 已知 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, 则 $f(x) = x^2$.
- () 10. 已知 $f(x) = \frac{1}{1-x}$, 则 $f\{f[f(x)]\} = x$.
- () 11. 函数 $y = 10^{x+1}$ 的反函数为 $y = \lg(x+1)$.
- () 12. 函数 $y = x^2$ 的反函数为 $y = \sqrt{x}$.
- () 13. 函数 $y = \sin^2 x$ 是有界函数.

- () 14. 函数 $y = \tan x$ 是有界函数.
- () 15. 函数 $y = \tan x$ 是单调函数.
- () 16. 函数 $y = \lg(2x-1)$ 是单调函数.
- () 17. 两个奇函数的积是奇函数.
- () 18. 两个偶函数的积是偶函数.
- () 19. 函数 $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ 是基本初等函数.
- () 20. 函数 $y = \ln(2x-1)$ 是基本初等函数.
- () 21. 函数 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 是复合函数.
- () 22. 函数 $y = (1-x)^2$ 是复合函数.
- () 23. 函数 $y = \sqrt{x} + \ln\left(2 - \frac{1}{2}\cos x\right)$ 是初等函数.
- () 24. 函数 $y = \begin{cases} -1, & x \geq 0 \\ 3, & x < 0 \end{cases}$ 是初等函数.

三、选择题 (把下列各题正确答案的记号写进括号内)

- 数集 $\{x | x < -1\}$ 所表示的区间为 ().
 A. $(-\infty, -1)$ B. $(-\infty, -1]$ C. $(-1, -\infty)$ D. $(-1, +\infty)$
- 用区间表示以 2 为中心 0.5 为半径的去心邻域是 ().
 A. $(-0.5, 0.5)$ B. $(1.5, 0) \cup (0, 2.5)$
 C. $(1.5, 2.5)$ D. $(1.5, 2) \cup (2, 2.5)$
- 函数的两要素为 ().
 A. 定义域和值域 B. 定义域和对应法则
 C. 值域和对应法则 D. 自变量和对应法则
- 下列函数中, () 不是函数关系.
 A. $y = \sqrt{-x}$ B. $y = \ln(-x^2)$
 C. $x^2 = y+1$ D. $y^2 = x+1, x \in [-1, +\infty)$
- 下列函数中, () 是相同的函数.
 A. $y=1$ 与 $y = \frac{x}{x}$ B. $y = \ln(1-x^2)$ 与 $y = \ln(1-x) + \ln(1+x)$
 C. $y=x$ 与 $y = \sqrt[3]{x^3}$ D. $y=|x|$ 与 $y = \begin{cases} x, & x > 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$
- 下列函数中, () 是相同的函数.
 A. $f(x)=x$ 与 $g(x) = \frac{x^2}{x}$ B. $f(x) = \sin x$ 与 $g(x) = \sqrt{\sin^2 x}$
 C. $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$ D. $f(x) = \ln(x+1)^2$ 与 $g(x) = 2\ln(x+1)$
- 设有函数 $f(x) = \begin{cases} 3x, & 0 \leq x \leq 1 \\ -5x, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & 2 < x \leq 5 \end{cases}$, 则 $f(1) =$ ().

- A. 3 B. -5 C. 0 D. 5
8. 设 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x > 0 \\ \pi, & x = 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 则 $f\{f[f(-1)]\} = (\quad)$.
- A. 0 B. π C. $\pi+1$ D. 1
9. 已知 $f(x) = \frac{6x+5}{x-1}$, 则 $f^{-1}(0) = (\quad)$.
- A. $\frac{6}{5}$ B. $-\frac{6}{5}$ C. $-\frac{5}{6}$ D. $\frac{1}{11}$
10. 已知 $f(x) = ax+1$, 且 $f(2) = 2$, 则 $a = (\quad)$.
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 4
11. 已知 $f(x+1) = x^2 + 2x + 1$, 则 $f(x) = (\quad)$.
- A. $x^2 + 1$ B. x^2 C. $(x+1)^2$ D. $(x-1)^2$
12. 已知 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$, 则 $f\{f[f(x)]\} = (\quad)$.
- A. $\frac{x+1}{x-1}$ B. $\frac{1-x}{1+x}$ C. $\frac{x-1}{x+1}$ D. $\frac{1+x}{1-x}$
13. 函数 $y = \ln(x-1) + \sqrt{2-x}$ 的定义域是 $(\quad)$.
- A. $(1, +\infty)$ B. $(1, 2]$ C. $[1, 2]$ D. $(-\infty, 2]$
14. 函数 $y = \sin\sqrt{x} + \sqrt{3-x}$ 的定义域是 $(\quad)$.
- A. $[0, 1]$ B. $[1, 3]$ C. $(0, +\infty)$ D. $[0, 3]$
15. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[1, 2]$, 则函数 $f(1-\ln x)$ 的定义域为 $(\quad)$.
- A. $[1, 1-\ln 2]$ B. $(0, 1]$ C. $[1, e]$ D. $\left[\frac{1}{e}, 1\right]$
16. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 0)$, 则下列函数 $(\quad)$ 的定义域为 $(0, 1)$.
- A. $f(-x)$ B. $f(1-x)$ C. $f(1+x)$ D. $f(2+x)$
17. 设 $f(x) = \sin x$, 则 $f(-\cos \pi) = (\quad)$.
- A. $\sin 1$ B. $\sin(-1)$ C. 1 D. -1
18. $\operatorname{arccot}\left(\sin \frac{3\pi}{2}\right) = (\quad)$.
- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $-\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{3\pi}{2}$
19. 设 $\varphi(x) = \begin{cases} 2, & |x| \leq 2 \\ 1, & |x| > 2 \end{cases}$, 则 $\varphi(\varphi(x)) = (\quad)$.
- A. 1 B. $\varphi(x)$ C. 不存在 D. 2
20. 设 $f(x) = \begin{cases} 2, & 0 \leq x < 1 \\ 3, & 1 \leq x < 2 \end{cases}$, 则 $f[f(x)] = (\quad)$.
- A. 2 B. $f(x)$ C. 不存在 D. 3

21. 设 $f(x) = \ln(1-x^2)$, $\varphi(x) = \cos x$, 则 $f(\varphi(x)) = (\quad)$.
 A. $2\ln \sin x$ B. $e^{\sin^2 x}$ C. $\ln \sin^2 x$ D. $\sin^2 x$
22. 设 $f(x) = x^2$, $\varphi(x) = \sin x$, 则 $f(\varphi(x)) = (\quad)$.
 A. $2\sin x$ B. $2^{\sin x}$ C. $\sin^2 x$ D. $\sin x^2$
23. 下列函数中, $f(x) = (\quad)$ 为偶函数.
 A. $\frac{a^x + a^{-x}}{2}$ B. $\frac{a^x - a^{-x}}{2}$ C. $\ln \frac{1+x}{1-x}$ D. $\frac{|x|}{x}$
24. 下列函数中, $f(x) = (\quad)$ 为奇函数.
 A. $x^2 \cos x$ B. $|x| \sin x$ C. $x \sin x$ D. $\sin(x^2 + 2)$
25. 下列函数中, $f(x) = (\quad)$ 为周期函数.
 A. $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$ B. $\cos^2 x$ C. $\ln \pi x$ D. $x + \sin x$
26. 函数 $f(x) = 2 \tan x + \sin 2x$ 的周期是 $(\quad)$.
 A. π B. 2π C. $\frac{\pi}{2}$ D. 1
27. 函数 $f(x) = x^2 - 1$ 在区间 $(\quad)$ 内是单调有界的.
 A. $[-1, 1]$ B. $(1, +\infty)$ C. $[-2, 0]$ D. $[-2, -1]$
28. 函数 $f(x) = x + \frac{1}{x} + 1$ 在区间 $(\quad)$ 内有界.
 A. $[-1, 1]$ B. $(1, +\infty)$ C. $(-2, 0)$ D. $(-2, -1)$
29. 函数 $y = 2x^2 + e^{x^2}$, $-1 \leq x \leq 2$ 是 $(\quad)$.
 A. 增函数 B. 减函数
 C. 既是增函数又是减函数 D. 非单调函数
30. 函数 $y = \arctan x + \tan x$, 是 $(\quad)$.
 A. 偶函数 B. 奇函数 C. 奇且偶函数 D. 非奇非偶函数
31. 函数 $y = \frac{x}{1+x}$ 的反函数为 $(\quad)$.
 A. $y = \frac{x}{1-x}$ B. $y = \frac{x}{1+x}$ C. $y = -\frac{x}{1+x}$ D. $y = \frac{x}{x-1}$
32. 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 的反函数为 $(\quad)$.
 A. $y = \frac{x}{1+x}$ B. $y = \frac{x}{1-x}$ C. $y = \frac{x+1}{x}$ D. $y = \frac{x}{x-1}$
33. 函数 $y = x^2 + 1$ 的反函数为 $(\quad)$.
 A. $y = -\sqrt{x-1}$ B. $y = \sqrt{x-1}$ C. $y = \pm\sqrt{x-1}$ D. 不存在
34. 函数 $y = \sqrt{x+1}$ 的反函数为 $(\quad)$.
 A. $y = \sqrt{x+1}$ B. $y = \sqrt{x-1}$ C. $y = x^2 - 1 (x \geq 0)$ D. $y = x^2 - 1$
35. 下列函数 $(\quad)$ 是基本初等函数.
 A. $y = \sin 2x$ B. $y = e^{-x}$ C. $y = |x|$ D. $y = \sec x$

36. 下列函数 () 是基本初等函数.

A. $y = x^2 - 1$

B. $y = 2 \cos x$

C. $y = 2^{-x}$

D. $y = \arcsin x$

37. 下列函数能构成复合函数的是 ()

A. $y = \arcsin u, u = x^2 + 2$

B. $y = \arcsin u, u = -x^2 - 2$

C. $y = \arcsin u, u = x^2 - 2$

D. $y = \ln u, u = -x^2 - 2$

38. 下列函数 () 是复合函数.

A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

B. $y = \sqrt{-(1+x^2)}$

C. $y = e^{-\sqrt{1+\ln x}}$

D. $y = 2x^2 + x - 3$

39. 下列函数 () 是初等函数.

A. $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

B. $y = \ln(-\sqrt{x+1})$

C. $y = 1 + x + x^2 + \cdots + x^{n-1} + \cdots$

D. $y = \sqrt{-2 - \cos x}$

40. 下列函数 () 是初等函数.

A. $y = \begin{cases} x+1, & x > 1 \\ x-1, & x < 1 \end{cases}$

B. $y = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

C. $y = \begin{cases} x+1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$

D. $y = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$

第一单元函数答案

一、填空

1. $0 < x - 3 < \frac{1}{2}$.

2. $(0.5, 1.5)$.

3. $2, 1, 2, 2, \frac{\sqrt{2}}{2}$.

4. $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0, 0$.

5. -3 .

6. 81 .

7. $\frac{x+1}{2x+1}$.

8. $\frac{3}{x^2} - \frac{2}{x} - 2x + 2x^2$.

9. $(1+x)^2$.

10. $\frac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}$.

11. $[-1, 1]$.

12. $[-1, 1]$.

13. $[-2, 0) \cup (0, 1)$.

14. $(1, 2) \cup (2, +\infty)$.

15. $[-1, 2]$.

16. $[-2, 0]$.

17. $[\log_3 2, +\infty)$.

18. $(-\infty, +\infty)$.

19. $[0, 2]$.

20. $(-\infty, 3]$.

21. 奇函数.

22. 偶函数.

23. 奇函数.

24. 奇函数.

25. 偶函数.

26. 偶函数.

27. 奇函数.

28. 奇函数.

29. π .

30. 4π .

31. 2π .

32. 4π .

33. 减.

34. 增.

35. 减.

36. 增.

37. 有界.

38. 无界.

39. 有界.

40. 有界.

41. $\sin^3 x, \sin x^3$.

42. $4^x, 2^{x^2}$.

43. $y = \sqrt{x^2 + 1}$.

44. $s = (\sqrt{t^2 + 2} + 1)^2$.

45. $y = \sqrt{u}, u = 1 - x^2$.

46. $y = e^u$, $u = 2x + 1$.

47. $y = u^2$, $u = \cos v$, $v = 3x + 1$.

48. $y = u^2$, $u = \arccos v$, $v = \sqrt{x}$.

49. $y = \lg u$, $u = \tan v$, $v = 2x$.

50. $y = 5^u$, $u = \ln v$, $v = 1 - x^2$.

二、判断题

1. $\checkmark$ 2. $\times$ 3. $\times$ 4. $\times$ 5. $\checkmark$ 6. $\checkmark$ 7. $\checkmark$ 8. $\times$ 9. $\times$ 10. $\checkmark$
 11. $\times$ 12. $\times$ 13. $\checkmark$ 14. $\times$ 15. $\times$ 16. $\checkmark$ 17. $\times$ 18. $\checkmark$ 19. $\times$ 20. $\times$
 21. $\times$ 22. $\checkmark$ 23. $\checkmark$ 24. $\times$

三、选择题

1. A 2. D 3. B 4. B 5. C 6. C 7. A 8. C 9. C 10. A
 11. B 12. A 13. B 14. D 15. D 16. A 17. A 18. C 19. D 20. C
 21. C 22. C 23. A 24. B 25. B 26. A 27. D 28. D 29. D 30. B
 31. A 32. C 33. D 34. C 35. D 36. D 37. C 38. C 39. A 40. B

第二单元 极 限

一、填空

1. 数列 $-2.9, -2.99, -2.999, \dots$ 的极限为_____.2. 数列 $5.9, 6.01, 5.999, 6.001, \dots$ 的极限为_____.

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{2^n} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{3^n} = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan x = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x = \underline{\hspace{2cm}}.$

9. 已知 $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, & x \geq 2 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x, & x < 2 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

11. 已知 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ \sqrt{-x}, & x < 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

12. 已知 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x > 0 \\ 2x-1, & x < 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{x^2+x-2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{3x-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2-2)(x^3+1)}{5x^2+2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 设 $f(x-1) = x^2 + 2x - 1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 设 $f(2^x - 1) = x + 1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{x^3} - \frac{3}{x} - 1 \right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

21. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-2)(x+1)}{(2x+1)(x-1)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

22. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-4x^2-3x^3}{7x^3+5x+1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

23. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x+4}{x+3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

24. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-2x+1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

25. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

26. $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \cos \frac{1}{x-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

27. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

28. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan x}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

29. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

30. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

31. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

32. $\lim_{x \rightarrow 0} x \cot x = \underline{\hspace{2cm}}$.

33. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

34. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \underline{\hspace{2cm}}.$

35. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

36. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = \underline{\hspace{2cm}}.$

37. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

38. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x = \underline{\hspace{2cm}}.$

39. 当 $x \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 为无穷大.

40. 当 $x \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ 或 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数 $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x-1}$ 为无穷小.

二、判断题 (正确的打“√”, 错误的打“×”)

() 1. $0.\dot{9} = 1.$

() 2. $0.\dot{5} = \frac{1}{2}.$

() 3. 若数列有极限, 则极限是唯一的.

() 4. 数列 $0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots$, 的极限是 0 和 1.

() 5. 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处有定义.

() 6. 如果 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处有定义, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 一定存在.

() 7. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 存在的充要条件是 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 均存在.

() 8. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在的充要条件是 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ 均存在.

() 9. 如果 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, 那么 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0.$

() 10. 如果 $f(x) = \sqrt{x-1}$, 那么 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0.$

() 11. 如果 $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x+2}$, 则 $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ 不存在.

() 12. 如果 $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x+2}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0.$

() 13. 如果 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ x+1, & x < 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0.$

() 14. 如果 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0.$

() 15. 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, 那么 $f(x) = A + \alpha$ ($\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha = 0$).

- () 16. 如果 $f(x) = A + \alpha$ ($\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha = 0$), 那么 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$.
- () 17. $\frac{1}{x}$ 是无穷小.
- () 18. x^2 是无穷大.
- () 19. 0.00000000001 是无穷小.
- () 20. $10000000000^{10000000}$ 是无穷大.
- () 21. 任意多个无穷小的和仍为无穷小.
- () 22. 有限个无穷小的积仍为无穷小.
- () 23. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$.
- () 24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$.
- () 25. 当 $x \rightarrow \sqrt{3}$ 时, $\frac{1}{\ln(x^2 - 2)}$ 是无穷大.
- () 26. 当 $x \rightarrow 0^-$ 时, $e^{\frac{1}{x}}$ 是无穷大.
- () 27. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\tan 2x$ 是与 x 等价的无穷小.
- () 28. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $1 + \sqrt{x}$ 是比 x 高阶的无穷小.
- () 29. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1+x)$ 是与 x 等价的无穷小.
- () 30. 当 $x \rightarrow 0$ 时, e^{x-1} 是与 x 等价的无穷小.

三、选择题 (把下列各题正确答案的记号写进括号内)

1. 下列数列极限不存在的为 ().

A. $3, 3, 3, 3, \dots$

B. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

C. $f(n) = \begin{cases} \frac{n}{1+n}, & n \text{ 为奇数} \\ \frac{n}{1-n}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$

D. $f(n) = \begin{cases} 1 + \frac{1}{n}, & n \text{ 为奇数} \\ (-1)^n, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$

2. 已知数列 x_n 与 y_n 的极限分别为 a 与 b , 且 $a \neq b$, 则数列 $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, \dots$ 的极限为 ().

A. a

B. b

C. $a+b$

D. 不存在

3. 下列说法正确的是 ().

A. 单调数列极限必存在

B. 有界数列极限必存在

C. 单调且有界数列极限必存在.

D. 发散数列必无界

4. 已知数列 x_n 满足 $\frac{n}{1+n} \leq x_n \leq \sqrt{\frac{n+1}{n}}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n =$ ().

A. 0

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. e

5. 函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处有定义, 是 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在的 () 条件.

A. 必要

B. 充分

C. 充要

D. 无关