

HEKOU JI JINHAI SHUIZHIMONI

河口及近海 水质模拟

金腊华 徐峰俊 编



化学工业出版社

河口及近海水质模拟

金腊华 徐峰俊 编



化学工业出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

河口及近海水质模拟/金腊华,徐峰俊编. —北京:
化学工业出版社, 2006. 12
ISBN 978-7-5025-9379-7

I. 河… II. ①金…②徐… III. ①河口-水质-模拟
②近海-水质-模拟 IV. P824

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 161331 号

责任编辑: 刘兴春

文字编辑: 咎景岩 郑 直

责任校对: 李 林

装帧设计: 杨 超

出版发行: 化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)

印 刷: 北京永鑫印刷有限责任公司

装 订: 三河市前程装订厂

720mm×1000mm 1/16 印张 8¼ 字数 146 千字 2007 年 1 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询: 010-64518888(传真: 010-64519686) 售后服务: 010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书, 如有缺损质量问题, 本社销售中心负责调换。

定 价: 30.00 元

版权所有 违者必究

前 言

中国拥有长达 32000 多千米的海岸，正是依靠海洋的区域优势和资源优势，沿海地区一直是我国社会经济最繁荣的地区。但沿海地区在经济高速发展的同时，也给我国的海洋环境造成了越来越大的影响。目前，我国河口区域和近海海域已受到不同程度的污染和生态破坏，特别是与大中城市毗邻的海域、海湾、入海河口处的污染比较严重，主要污染物是有机物、无机物和重金属。为了有效预防和减轻污染影响，迫切需要对河口区和近海水域的水流和水质进行准确的预测预报，数值模拟方法能够比较好地满足这方面的需要。

本书根据作者多年来在水环境教学和科研方面所做的工作，吸取国内外一系列先进的水环境数学模拟研究经验和成果编写而成，系统介绍了河口和近海水域水流与水质变化特点及其数学模拟的基本理论和方法。全书力求通俗易懂，简明实用，既有理论阐述，又有实例分析，同时注重内容的先进性，不仅介绍了水文水质数学模拟的理论与方法，还列举了大量的应用实例。本书可供水资源、环境科学与工程、市政工程等领域的科研人员和工程技术人员参考，也可供高等院校相关专业师生参阅。

本书共分 3 章，第 1 章“概述”着重介绍河口及近海水流及水质变化特征以及数值模拟的任务；第 2 章“河口水质模拟”着重介绍河口的分类与分段、河口及感潮河段水质模拟方法；第 3 章“近海水质数值模拟”着重介绍海湾水质数值模拟、感潮河网水质数值模拟以及浅海三维水质数值模拟方法。各章均有应用实例。本书第 1 章由水利部珠江水利科学研究院教授级高级工程师徐峰俊编写，第 2 章和第 3 章由暨南大学金腊华教授编写。水利部珠江水利科学研究院梁志宏同志提供了应用实例资料，并参与了应用实例的文字编辑工作。最后，金腊华负责全书汇总和统稿。

本书在编写过程中参考了许多研究者的有关成果，在此表示衷心感谢！

感潮河口和近海水流水质变化十分复杂，影响因素众多，其数值模拟技术仍处于不断发展过程中。由于编写时间比较匆促，加之作者水平所限，书中不足之处在所难免，敬请读者批评指正。

编者

2006 年 10 月

目 录

第 1 章 概述	1
1.1 河口及近海水流与水质变化特征	2
1.1.1 河口水流及水质特征	2
1.1.2 近海水流及水质特征	5
1.2 河口及近海水质模拟的任务	5
1.3 水流水质模拟的基本方法	6
1.3.1 水流模拟的基本方法	6
1.3.2 水质模拟的基本方法	15
思考练习题	22
第 2 章 河口水质模拟	23
2.1 河口的分类及分段	23
2.1.1 河口的分类	23
2.1.2 河口的分段	23
2.2 河口及感潮河段水质模拟	24
2.2.1 河口及感潮河段水质模型基本方程组	24
2.2.2 河口及感潮河段水质模型的求解	26
2.3 应用实例	42
2.3.1 珠江河口潮流含盐度数值模拟	42
2.3.2 珠江磨刀门出海水道咸潮变化数值分析	49
思考练习题	70
第 3 章 近海水质数值模拟	71
3.1 海湾水质数值模拟	71
3.1.1 海湾水流运动特点及动力学模型	71
3.1.2 海湾潮流混合模型	72

3.2	感潮河网水流水质数值模拟.....	73
3.2.1	感潮河网水流水质模型基本方程.....	74
3.2.2	感潮河网水流水质模型求解方法.....	74
3.3	浅海三维水质数值模拟.....	79
3.3.1	三维水动力学模型.....	79
3.3.2	三维水质模型.....	81
3.3.3	三维水流水质模型的求解方法.....	81
3.4	应用实例.....	81
3.4.1	东江感潮河网水力水质数学模拟.....	81
3.4.2	南沙深水航道悬浮泥沙数学模拟	105
	思考练习题.....	124
	参考文献	125

第 1 章 概 述

中国拥有长达 32000 多千米的海岸，正是依靠海洋的区域优势和资源优势，沿海地区一直是我国社会经济最繁荣的地区。但沿海地区在经济高速发展的同时，也给我国的海洋环境造成了越来越大的影响。目前，我国大部分海域的水质基本保持良好状态，但河口区域和近海海域已受到不同程度的污染和生态破坏。特别是与大中城市毗邻的海域、海湾、入海河口处的污染比较严重，主要污染物是有机物、无机物和重金属。20 世纪 90 年代以来，我国近海赤潮发生频率加大，10 年间累计发现 200 余起，平均每年达 20 起。我国每年仅赤潮所造成的直接经济损失估计就达 5 亿元。

河口及海湾海域主要污染防治对策之一，是采用污染物排放总量控制。污染物总量控制的实质是利用人类改造环境的创造能力，调整并控制向环境人为排放污染的过程，使其在总量上不超过一定限度。国外自 20 世纪 60 年代末开始研究污染物排放总量控制，尤其是日本、美国比较突出，制定出一整套污染物总量控制制度，采取了各种有效措施和法律保证手段。我国自 20 世纪 70 年代后期也开展了污染物总量控制研究，有些地方实施了污染物总量控制规定，取得了一定的成效。实施污染物总量控制需要开展如下几方面的工作。

① 研究污染物在环境中的行为及自净规律，探讨污染源的污染物排放量同污染水平（一般指环境浓度）之间的相互关系，通过建立污染物在环境中的各种动态模型，不断加深对污染物在环境中扩散、迁移、转化规律的认识，并借助于计算机，使这种认识在实际应用上得到体现；

② 研究制定环境质量标准；

③ 研究确定各有关污染源对环境污染的责任分担率；

④ 研究按“环境容量”或允许排放量削减污染源排放量的有关技术措施和管理措施。

制定污染物总量控制规划的工作内容和技术路线如图 1-1 所示。由图 1-1 可见，建立水流和水质模型，进行水流和水质模拟，是进行污染物总量控制规划的核心问题。

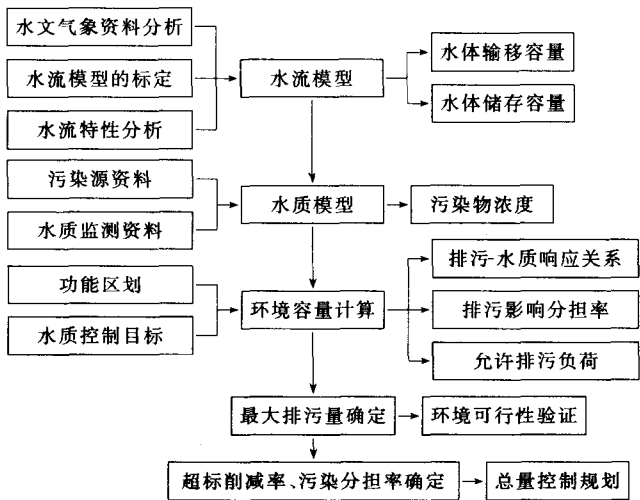


图 1-1 污染物总量控制规划工作流程

1.1 河口及近海水流与水质变化特征

1.1.1 河口水流及水质特征

河口是河流注入海洋、湖泊或另一条河流的地方，其动力特征受河流及其注入水体的双重影响。如果堆积作用明显，大多有三角洲发育；如果堆积作用较弱，潮汐作用较强，常形成喇叭形河口，也称三角湾；在峡湾式海岸还可能有峡湾型河口。在入海河口，由于海水特别是潮汐、波浪的作用，其动力作用十分复杂。潮流沿河口上溯所达到的位置，称潮流界。在潮流界以上的一定距离内，河水会受到潮流的顶托，成为感潮河段。感潮河段的上界，称潮区界。在河流注入新的水体，水流开始明显分散的地方，称为口门。

对于入海河口，从陆域向海域通常一般分为以下三段。

① 近河口段，指潮区界与潮流界之间的河段，主要表现为河水本身受潮位影响而有水位的变化。

② 河口段，指潮流界与口门之间的河段，具有河水与潮水双向水流，河水动力更复杂，河道明显分汊。

③ 前河口段，指口门外的海滨段，其前缘一般到水下三角洲的边缘，以海水作用为主。

河口区的水流，一方面表现为河流与潮汐的复杂的动力作用；另一方面还常表现为淡水与咸水的相互作用。由于河水与海水的密度不同，海水常呈楔形

在淡水之下沿河向上游伸展；相反，河水则常呈淡水舌在海面向远方扩散。在河流与潮流相互接触或淡水与咸水相互交汇的地带，常会引起明显的堆积作用。

1.1.1.1 河口的水流特征

河口不仅受到上游淡水来流作用，还受到海洋潮汐影响，咸淡水混合是由于小尺度的紊动扩散和大尺度平均流速场共同作用的结果。但其中除了一般的重力作用外，还有潮汐和浮力的作用，风的影响也大，地形一般也不规则，这就使得河口的混合比河道要复杂得多。

与河流相比，一般河口混合有以下几个特点。

(1) 混合的非恒定性 在河口段，由于潮汐变化使水流来回流动，时涨时退；加上河口段河宽一般都比较宽，风对流动有较明显的影响，在任意周期的风力变化作用下，水流在潮周内周期性变化的同时，还有小周期的随机性变化。流动的非恒定性使水体的混合情况也随时间而明显地变化。

(2) 潮汐的抽吸和阻滞作用 潮流除引起紊动混合外还会产生较大尺度的流动。这种流动除了引起类似于河流中的剪切离散以外还引起其他一些环流，这类环流对河口中的混合产生抽吸作用和阻滞作用。

大多数潮流可分解为往复流叠加一个净的恒定环流，常称之为“剩余环流”。在大河口附近引起剩余环流的原因之一是地球的自转，地球自转使北半球河流的流动偏向右面，南半球河流的流动偏向左面。因此，在北半球涨潮流偏向左岸，退潮流偏向右岸，引起逆时针环流。此外，潮流流和不规则的海底相互作用以及弯道分流的不同组合都会导致环流。为了区别于风力及河流引起的环流，把这种潮汐作用产生的环流叫做抽吸环流。抽吸作用是河口段污染物的运动和盐水上溯的重要机理之一，是产生河口段纵向离散的一个重要原因。另外，河口地区的次海湾和小支流的存在也会增加离散作用，特别在潮汐流动中它们对水流的离散作用会被强化。即使无“死水区”，由于断面上流速分布不均匀，在潮汐流动中也会发生类似于“死水区”的作用。这是由于当涨潮结束、潮水位开始下降时，岸边水流由于流速低、动量小，流动方向跟着发生变化，水位与流速的变化基本上是同步的；而主槽中的水流由于流速高、动量大，要沿着原来的方向继续流向上游，经过一段时间后才变为流向下游，水位与流速的变化存在相位差。这就会使原来处于同一断面附近的示踪云团在纵向被拉开，经一段时间后边槽中的云团向主槽扩散，并随反向后的主槽水流迅速向下游输移，与原来主槽中的云团相距一段距离。不难分析，在涨潮过程中也会有类似的情况，不同点是示踪云团在向上游输移过程中被拉开。这种在潮汐作用下因岸边低速水流引起的物质分散，称之为潮汐的阻滞作用。在某些河口

中,它可能是引起纵向离散的主要原因。

(3) 密度分层与斜压环流作用 在浮力作用下,河口段密度小的淡水和密度大的海水将分别趋向水面和河底,形成分层流动。而潮汐的作用则促使水体混合,对分层起破坏作用。河口中密度的变化情况取决于浮力所提供的分层功率与潮汐所提供的混合功率的比值,可用河口理查森数 R 的大小来反映,即

$$R = \frac{(\Delta\rho/\rho)gQ_f}{BU_t^3} \quad (1-1)$$

式中 ρ ——水体的密度;

$\Delta\rho$ ——海水与淡水的密度差;

g ——重力加速度;

Q_f ——淡水流量;

B ——河宽;

U_t ——潮汐流速的均方根。

R 很大,意味着浮力作用很强,密度差引起的流动占支配地位,河口将强烈分层; R 很小,意味着潮汐作用很强,河口混合得好,密度差的影响可以忽略。实际河口观测表明,只有当 R 小到 0.08 时,才可忽略密度差的作用。

对一个局部分层的河口来说,密度等值线的顶部倾向海洋而底部倾向陆地,这意味着潮周平均流速在表层朝向海洋,而在底层朝向陆地,从而在水流内部产生一个因密度变化引起的环流。为了与等密度流动中所发生的“正压环流”相区别,把它叫做“斜压环流”。斜压环流是河口混合中需要分析确定的一个问题,是分层河口混合的一个重要机理。

1.1.1.2 河口水质特征

河口水质变化一般不同于河流,受潮汐作用的影响强烈,表现出明显的时变特征。

潮汐对河口水质的影响表现在以下几个方面:

其一,随着海潮的涌入,大量的 Cl^- 及海洋泥沙进入河口段, Cl^- 及泥沙吸附污染物,使其相对密度增大而沉降,易于造成河口床底淤积、底泥污染物含量增大;

其二,潮水携带大量的溶解氧进入河口段,增强了河口段的同化能力;

其三,受潮流的顶托作用,河口污水上溯,从而扩大了污染的范围,延长了污染物在河口的停留时间,有机物的降解会进一步降低水中的溶解氧,使水质下降;

其四,潮汐使河口的含盐量增加;

其五,海潮使河口水位波动,海水与上游下泄淡水交汇,掺混作用明显,使河口污染物分布趋于均匀。

1.1.2 近海水流及水质特征

近海是指与陆地接壤的海滨区域,在此区域内可能有河口存在,也可能没有河口存在。有河口存在的近海就是前河口段区域。

根据岸线曲直程度,近海可划分为两类:直线岸线的近海和凹线岸线的近海,以后者居多。其中凹线岸线的近海又叫做海湾,它三面靠陆,一面朝海,其深度和宽度都比海洋要小得多。

海湾的形状各式各样,有的曲折蜿蜒,深深地伸入陆地;有的则比较平直宽阔。有的海湾周围被陆地紧紧包围,只有一个小口与外海相连,如我国山东半岛的胶州湾;有的则胸怀坦荡,张开双臂,与大海融为一体,如我国北部的渤海湾、东部的杭州湾和南海的北部湾等。在漫长的历史年代中,海湾的形状和位置都经历了沧海桑田的巨大变迁。就以杭州湾来说,在五六千年前,现在杭州湾所在的区域还是一片汪洋大海。当时的海湾位置要一直伸入到现在的杭州城一带。海湾的北侧是宝石山、葛岭,南侧是吴山、紫阳山等,西面是挺拔的南、北高峰。现在的西湖和杭州城当时都还淹没在一片碧波荡漾的大海里。随着时间的推移,由于两侧泥沙不断堆积,沙土淤地不断向外向东推进延伸,海湾的位置也逐渐向东移动,最后形成呈大喇叭口似的海湾——杭州湾。

近海水流水质具有如下特征。

近海海流有密度分布不均匀而引起的密度流,有风引起的风生流和潮流等,其中经常起主导作用的则是潮流。潮流是一种往复流动,但是由于受海洋地形、海底摩擦等非线性效应影响,潮流又会引起一定方向的潮余流,潮流与潮余流结合才对污染物的输移起作用。因此,在一般情况下,只要建立或选用合适的潮流数值模型,不考虑波浪和风成流的作用,也可大致反映近海流场的基本状况。

对于半封闭的海湾,水流的基本运动是由外来潮波引起的潮汐运动,即潮波及潮余流,其中潮余流是指经过一个潮汐周期海水微团的净位移。

1.2 河口及近海水质模拟的任务

河口及近海水质模拟主要是针对河口及近海工程所要解决的问题而展开的数值模拟分析工作。例如,在河口区域或近海海岸排污口排污引起的污染范围和浓度;河口及近海区域发电工程废热水的排放造成的水域温升和范围;在河

口区咸水上溯范围和浓度等，这些都是现实工程中迫切需要解决的问题。概括地讲，就是要预报水流的流场 (u_x, u_y, u_z) 和浓度场 (C_x, C_y, C_z) 或温度场 (T_x, T_y, T_z)。因此，河口及近海水流水质模拟的任务是对于给定的几何形状、尺寸及边界条件，给出如下预报。

- ① 流场：速度的时空分布。
- ② 温度场：温度的时空分布。
- ③ 浓度场：排污口近区和远区浓度的时空分布。

水流流场、温度场和浓度场的预测预报都有赖于对水动力学规律和水流温度、污染物浓度变化规律的认识和模拟。

1.3 水流水质模拟的基本方法

1.3.1 水流模拟的基本方法

1.3.1.1 水流运动基本概念

水沿着一定的固体边界流动，就形成水流。

从水流的边界来划分，水流可分为明渠流和管流：如果水流在一定的渠槽中流动，具有自由表面，那么这种水流就叫做明渠流；如果水流是在封闭的管状边界内流动，那么这种流动就叫做管流。例如，河流、湖流和渠道流都是明渠流；自来水管道内的流动是管流。

从水流表面是否受压来划分，水流可以划分为有压流和无压流：有压流无自由表面，水体充满整个边界，水体各点都承受压力；而无压流具有自由表面，其表面只承受大气压（相对压强为零）。由于明渠流具有自由表面，所以它是一种无压流。

从水流流动形式来划分，可以划分为层流、紊流和过渡流：层流中各流层之间质点互不掺混，流线和迹线重合且各流层之间相互平行；而紊流中各流层之间质点相互掺混，流线与迹线不重合，存在显著的流速梯度；过渡流是从层流到紊流或从紊流到层流之间的过渡流态，是一种不稳定的流态。一般说来，天然河流都是紊流。

类似于众多物质运动，水流运动遵循物质不灭定律、能量守恒定律和动量守恒定律。

1.3.1.2 水流运动模拟方法

对水流运动规律的研究，一般采用理论或实验两种方法。

通常理论研究必须首先建立一个尽量符合实际的模式，然后通过物质分子

间的相互作用,用统计力学的方法获得宏观性质的理论解及其规律,但由于真实物质间的相互作用常是非线性的,因此为获得解析解,往往需要作出若干简化假设,这样结果的真实性自然也随之降低,因此人们也在积极探索开展实验研究方法来弥补理论研究的不足。

实验研究可分为原型观测和模拟试验两种。原型观测由于是对原型实体的测量,因此精度高、直观性好,但是它仅能应用于客观存在的情况,而不能完全用来预报变化结果。以近海水流流速为例,进行现场观测需根据精度要求确定观测站和观测点,在不同潮流时期进行定点同步测量,可取得各预设断面的流速、流向、风速、风向和污染指标等资料,但这些资料虽可用来描述当时的实际情况,却不能用来预测其他典型年的流场情况。近十几年来,随着遥感技术的重大发展,人们已从可见光红外遥感发展到激光和微波遥感,并从定性发展到定量,从静态发展到动态。例如,通过摄取卫星照片或航片来解释宏观近海海域流速场,并且可同步解译其温度场及悬移质的扩散,但由于航片或卫星照片的解译仍需要有与之相应的同步现场实地地面资料密切配合,要有现场各类地物的光谱反射率参照以及不同流态方案比较,需要不同时间多张航片或卫星照片方能比较解译。因此,该方法费用昂贵,在实际中采用不多。现场观测耗费人力、物力、财力较大,同时也受观测仪器性能和测试技术水平的限制,并且仅凭少量的现场观测数据难以进行深入分析和预测预报。因此,模拟试验由于可弥补现场观测因时空布置和人员设备调配等客观限制,并能提供理论分析必要的资料,因而得到迅速发展。

试验模型分为物理模型和数值模型两种。物理模型即常用的比尺模型(其中包括局部流态模拟及水流、泥沙等机理性实验),最初人们在研究海岸问题特别是海岸河口等问题时采用物理模型。自从 Reynolds 于 1885 年首次用潮汐河口模型试验研究英国 Mersy 河口的潮汐水流以来,已有一百多年的历史,现已渐趋完善,但因模型受到时间尺度、空间尺度、柯氏力作用、风场模拟等困难和大量人力物力投入的限制而发展缓慢。随着计算机技术的发展,数值模拟技术不断发展,在计算机性能不断提高的有利条件促进下,加之相关理论和试验成果的积累不断丰富,使得数值模型得到更多的发展和应用。

实际上,物理模拟和数值模拟的方法与技术各有其优缺点:

物理模型可直观地观测到水流流态,并可较精确地测得水流的边界影响。但物理模型造价高、建造时间长、方案变更改建周期长,尤其对复杂的自然界环境状况不易模拟(如风作用等),且多受模型变态率以及场地条件等的限制。

数值模拟具有纯理论或现场观测及物理模型无可比拟的优点。首先,它无需建立统计模型就可以利用理论方程和近似算法得出宏观量(如温度、风速

等);其次,易于对实验条件加以控制,在真实实验中难以达到的几十万、几百万数据的流场,在模拟中易于实现;其三,在数值模拟中,任何形式的相互作用都可以应用,这就避免了理论推导中的近似假设。另外,数值模拟还具有建造周期短、计算精度高、模型改建容易、验证后易长期保存等许多优点。但数值模拟不能描述某些微观结构(如局部紊动结构等),同时受到某些参数的选定和网格的大小、数值方法等影响。

综上所述,选择模拟方法时常需要根据研究目的、要求、经费等方面来综合考虑。就当前国际国内在河口和近海的一般研究,数值模拟仍是一个相当有力的工具,也是在实用中易为大家所接受的方法。

数值模型实际上就是将现实世界中所研究的物质运动的物理机理进行抽象而建立的数学物理方程,称之为控制运动的基本方程。数值模型并不是直接从运动的机理出发,而是发挥数理方程的作用,即预先将运动的时间和空间离散,再将数理方程在某离散时空点上离散为与其相邻点相关的代数关系式,选择有效的数值方法(或计算格式)求得该时空点上相关物理量的值,随着时间的推进和空间的扫描,获得物理量的时空分布。显然,上述求解过程的计算量一般都不是人力所能胜任的,因此,必须依靠计算机来实现。

1.3.1.3 水流运动的基本方程

针对不可压缩水流,根据物质不灭定律,可以推导出水流运动连续性方程:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1-2)$$

式中 u, v, w ——流速在坐标轴 x, y, z 方向的分量。

根据能量守恒定律,可以推得水流运动能量方程:

$$I_x - \frac{1}{\rho} \times \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u = \frac{du}{dt} \quad (1-3)$$

$$I_y - \frac{1}{\rho} \times \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v = \frac{dv}{dt} \quad (1-4)$$

$$I_z - \frac{1}{\rho} \times \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w = \frac{dw}{dt} \quad (1-5)$$

式中 I_x, I_y, I_z ——单位体积的质量力在坐标轴 x, y, z 方向的分量;

p ——压强;

t ——时间;

ρ ——质量密度;

ν ——水流运动黏滞系数;

∇^2 ——拉普拉斯算子。

方程式(1-2)~式(1-5)就构成了水流运动的基本方程组,即 Navier-Stokes 方程组(以下简称 N-S 方程组)。对于理想流体,运动黏滞系数 $\nu=0$, N-S 方程组就成为欧拉方程组。

1.3.1.4 紊流基础

在实际水流中,流场中任意一点 (x, y, z) 的瞬时流速 (u, v, w) 和压强 p 是时间 t 和位置 (x, y, z) 的函数。它可以表达为时间平均值 $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ 、 $\bar{w}$ 、 $\bar{p}$ 和脉动流速 u' 、 v' 、 w' 、 p' 的合成,即

$$u = \bar{u} + u' \quad v = \bar{v} + v' \quad w = \bar{w} + w' \quad p = \bar{p} + p' \quad (1-6)$$

将式(1-6)代入 N-S 方程组,并对各方程组等号两边取时间平均后,得到雷诺方程组

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (1-7)$$

$$\bar{I}_x - \frac{1}{\rho} \times \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \nabla^2 \bar{u} - \left(\frac{\partial}{\partial x} \overline{u'^2} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{u'w'} \right) = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (1-8)$$

$$\bar{I}_y - \frac{1}{\rho} \times \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \nabla^2 \bar{v} - \left(\frac{\partial}{\partial x} \overline{v'u'} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{v'^2} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{v'w'} \right) = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \quad (1-9)$$

$$\bar{I}_z - \frac{1}{\rho} \times \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \nabla^2 \bar{w} - \left(\frac{\partial}{\partial x} \overline{w'u'} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{w'v'} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{w'^2} \right) = \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \quad (1-10)$$

比较雷诺方程组和 N-S 方程组后不难发现,雷诺方程多出了紊动应力项,即 $\overline{u'^2}$ 、 $\overline{u'v'}$ 、 $\overline{u'w'}$ 、 $\overline{v'^2}$ 、 $\overline{v'u'}$ 、 $\overline{v'w'}$ 、 $\overline{w'^2}$ 、 $\overline{w'u'}$ 、 $\overline{w'v'}$, 这 9 项都是未知项,目前尚没有理论方法可以用来确定它们,因此雷诺方程组有 u 、 v 、 w 、 p 和 9 项紊流应力项共 13 个未知变量,但只有 4 个方程组,所以雷诺方程组是不封闭的,目前还难以解出解析解。

针对天然河流,如果不计地球自转所产生的作用力,那么作用于水体上的力就只有重力,即: $I_x = I_y = 0$, $I_z = -g$, 此时式(1-8)~式(1-10)就转化为

$$-\frac{1}{\rho} \times \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \nabla^2 \bar{u} - \left(\frac{\partial}{\partial x} \overline{u'^2} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{u'w'} \right) = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (1-11)$$

$$-\frac{1}{\rho} \times \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \nabla^2 \bar{v} - \left(\frac{\partial}{\partial x} \overline{v'u'} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{v'^2} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{v'w'} \right) = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \quad (1-12)$$

$$-g - \frac{1}{\rho} \times \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \nabla^2 \bar{w} - \left(\frac{\partial}{\partial x} \overline{w'u'} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{w'v'} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{w'^2} \right) = \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \quad (1-13)$$

针对二维问题和一维总流问题, 上述方程组还可以进一步简化。

1.3.1.5 水流运动数值模拟

(1) 紊流模型基本概念 从上一节可知, 雷诺方程组不封闭的原因是紊流应力项未知。如果运用某种方法预先确定了紊流应力项, 那么雷诺方程组就封闭了, 就可以求出紊流流场和各点压强。紊流模型就是采用一定的数学模式, 来预先确定紊流应力项, 使紊流运动方程组——雷诺方程组可解。根据用来预先确定紊流应力项的方程个数, 把紊流模型分为零方程模型、单方程模型、二方程模型和多方程模型。

(2) 零方程模型 根据实验资料, 得出紊动应力的值; 或者根据普兰特的紊流掺混长度的概念来确定紊动应力。

(3) 单方程模型 引入紊动动能 $k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$ 的概念, 并令

$$-\overline{U_i U_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial X_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (i=1, 2, 3; j=1, 2, 3) \quad (1-14)$$

式中, $U_1 = u$; $U_2 = v$; $U_3 = w$; $X_1 = x$; $X_2 = y$; $X_3 = z$; $\delta_{ij} = 1$ (当 $i = j$ 时) 或 0 (当 $i \neq j$ 时); ν_t 为紊流黏性系数。

柯尔哥若夫与普兰特分别提出

$$\nu_t = C'_\mu \sqrt{k} L \quad (1-15)$$

式中 C'_μ ——经验常数。

从 N-S 方程的严格解, 得到

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U_i} \frac{\partial k}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left[\overline{U_i \left(\frac{U_i U_j}{2} + \frac{p}{\rho} \right)} \right] - \overline{U_i U_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} - \beta g i_b \overline{U_i} - \nu \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} \right)^2 \quad (1-16)$$

由于方程式(1-16)出现了新的未知项, 为了完成方程组封闭, 必须添加一些关系式。作为一种模拟解决方法, 认为 k 的扩散通量与 k 的梯度成比例, 即

$$\overline{U_i \left(\frac{U_i U_j}{2} + \frac{p}{\rho} \right)} = \frac{\nu_t}{\sigma_k} \times \frac{\partial k}{\partial X_i} \quad (1-17)$$

式中 σ_k ——经验扩散常数。

耗散 ϵ 可模拟为

$$\epsilon = C_D \frac{k^{2/3}}{L} \quad (1-18)$$

式中, C_D 为经验常数。

将式(1-17)和式(1-18)代入方程式(1-16), 得到 k 方程