

# 高中学科知识方法与实践

(高三数学实战测试分册)

本丛书编委会 编

本册主编：袁建平 周宁医

(上海市建平中学)

本册编委：(按姓氏笔画排序)

何作勇 吴惠逸 周宁医 陶志诚

袁建平 高云霞 谢立竿 颜国连

文匯出版社

## 前 言

感谢老师和同学们选择本书作为高三数学复习用书,欢迎各位老师和同学们与我们一起投入到高三数学复习的创新实践,在此祝愿同学们高考成功!

本书是《高中学科知识方法与实践》中的高三数学分册,它采用了区别于目前的高三数学复习用书的编写体系,使之更贴近于教与学,更有效地提高复习效率。

下面简略地介绍本书的特点及使用指南:

1. 本书第一轮复习以一周为学习周期,通过精心设计把高考数学内容分成二十一讲,其中一讲即为一周的学习内容,每讲分三篇:知识篇、方法篇、训练篇;知识篇为本讲知识点的预习内容,方法篇为例题精选,共安排4~5课时,训练篇为对应的课时练习及每周的实战练习(测试题)。

2. 方法篇是本丛书的核心内容之一,本篇分三个模块:

① 基础导析:以基本题型来细化本讲的基本知识和基本方法,其所选的例题尽可能涵盖本讲复习内容,一般为2课时,内容较多的安排3课时,这部分内容是每位高三学生都必须学习和掌握的;

② 重难点选讲:每讲精选一个重难点内容,以专题形式进行简明扼要的分析、归纳和小结。这些内容通常是学生们复习的“知识瓶颈”,突破了它们则学习就变得轻松自如,具有“纲举目张”的作用。这部分内容安排1课时,是每位高三学生应努力复习好的;

③ 能力与发展:课本上涉及较少但又往往是高考能力考查及关注的内容,本书对其进行简要的介绍与分析,分两小块:创新学习与研究性学习,共1课时。其中,创新学习含概念辨析、新题新法和优秀试题选3个例题(2个小题、1个大题),研究性学习按专题形式编写,含2个例题。这部分内容较丰富,所选例题有一定难度,各级各类学校可以根据各自情况酌情选用,是那些希望高考争取高分的学生需力争努力学习的内容。

3. 训练篇对应方法篇中三个模块的课时练习及每周的实战练(测试题),也是颇具特色的又一核心内容,本篇分三类:

① 基础练:精选与方法篇中基础导析相对应的基本内容和题型,是每位学生必做习题(30~45分钟);

② 专题练:分两个专题,其中专题(1)为本讲方法篇中重难点选讲所对应的专题训练,是学生重点强化习题,为每位学生应努力做好的习题(30~45分钟);专题(2)是与本讲内容相对应的学生能力拓展习题,这部分有目的地选了最近的一些新颖题及能力题,主要是为了学生更好地适应目前高考的能力考查,可选做,力争努力完成(30~45分钟)。

③ 实战练:这是与本讲所学全部内容相对应的测试题,也可以作为周六学生作业,其难度参照高考试题的要求,同学们可用此来及时检验自己对本讲内容掌握的程度,是每位学生都应做的习题(90~100分钟)。

4. 《高中学科知识方法与实践》高三数学基础知能分册和实战测试分册,其中后者含二

十一讲的实战练、八个阶段考测试及八个基础练习卷。

本书为各级各类高中的莘莘学子提供了一套集知识、方法及训练为一体的翔实完备的学习资料,参加编写的都是长期奋战在教学第一线的名师、学科带头人、骨干教师、高级教师等,对同学们学好数学必将大有裨益;使用本书对象为各级各类中学的高一至高三的学生,对高中数学教师也具有很好的参考价值。

《高中学科知识方法与实践》(数学分册)由下列系列书构成:

- ◆ 高中学科知识方法与实践(高一上、下)
- ◆ 高中学科知识方法与实践(高二上、下)
- ◆ 高中学科知识方法与实践(高三)

本书由主编袁建平、周宁医策划。本册编者:陶志诚(第1、6、7讲;专题六等)、颜国连(第2、7、8讲;专题八等)、袁建平(第3、5、9、10讲;专题三等)、吴惠逸(第4、11讲;专题二等)、周宁医(第12、16、20、21讲;专题七等)、何作勇(第13、14、19讲;专题三等)、高云霞(第15讲等)、谢立竿(第17、18讲;专题四、五等)。其中第1-11讲由袁建平审定,第12-21讲由周宁医审定。这里还要特别感谢戴丽君、邓武红、赵丽强、洪萍、刘雪琴、杨术林等老师为本书所作的校对及审读工作。

由于本丛书立意新颖,编写难度较大,又受作者水平所限,书中难免有疏漏之处,敬请读者不吝指正。联系地址:[yuanjp518@yahoo.com.cn](mailto:yuanjp518@yahoo.com.cn)      [zhny2005@sina.com](mailto:zhny2005@sina.com)

编 者

2006年8月

# 目 录

## 第一轮复习实战训练篇

|                                    |      |
|------------------------------------|------|
| 实战练(1)——集合与命题                      | (1)  |
| 实战练(2)——不等式                        | (5)  |
| 阶段考测试题(I)——集合、命题与不等式               | (9)  |
| 实战练(3)——函数(I)——函数的基本概念与性质          | (13) |
| 实战练(4)——函数(II)——幂函数、指数与对数函数        | (17) |
| 实战练(5)——函数(III)——函数与方程、图像          | (21) |
| 阶段考测试题(II)——函数                     | (25) |
| 实战练(6)——三角比(I)——任意角的三角比            | (29) |
| 实战练(7)——三角比(II)——三角恒等式             | (33) |
| 实战练(8)——三角函数                       | (37) |
| 阶段考测试题(III)——三角                    | (41) |
| 实战练(9)——数列(I)——数列概念、等差数列与等比数列      | (45) |
| 实战练(10)——数列(II)——等差数列与等比数列前 $n$ 项和 | (49) |
| 实战练(11)——数学归纳法、数列极限                | (53) |
| 阶段考测试题(IV)——数列、数学归纳法、数列极限          | (57) |
| 第一轮复习测试题(I)                        | (61) |
| 实战练(12)——平面向量                      | (65) |
| 实战练(13)——直线方程                      | (69) |
| 阶段考测试题(V)——向量与直线                   | (73) |
| 实战练(14)——圆锥曲线(I)——曲线方程与圆           | (77) |
| 实战练(15)——圆锥曲线(II)——椭圆、双曲线、抛物线      | (81) |
| 实战练(16)——圆锥曲线(III)——坐标系平移、直线与圆锥曲线  | (85) |
| 阶段考测试题(VI)——圆锥曲线                   | (89) |

|                                                                |       |
|----------------------------------------------------------------|-------|
| 实战练(17)——直线与平面 .....                                           | (93)  |
| 实战练(18)——简单几何体 .....                                           | (97)  |
| 阶段考测试题(VII)——空间图形 .....                                        | (101) |
| 实战练(19)——排列组合与概率统计 .....                                       | (105) |
| 实战练(20)——复数 .....                                              | (109) |
| 实战练(21)——(理)空间向量、二项式定理、线性规划 .....                              | (113) |
| 阶段考测试题(VIII)——复数、排列与组合、概率、线性规划、<br>(理)二项式定理、空间向量、(文)实用数学 ..... | (117) |
| 第一轮复习测试题(II) .....                                             | (121) |

## 第二、三轮复习基础训练篇

|                              |       |
|------------------------------|-------|
| 基础练习(1)——集合与不等式 .....        | (125) |
| 基础练习(2)——函数 .....            | (129) |
| 基础练习(3)——三角 .....            | (133) |
| 基础练习(4)——数列 .....            | (137) |
| 基础练习(5)——平面向量与直线方程 .....     | (141) |
| 基础练习(6)——圆锥曲线 .....          | (145) |
| 基础练习(7)——空间图形 .....          | (149) |
| 基础练习(8)——复数、排列组合、概率与统计 ..... | (153) |

# 第一轮复习实战训练篇

## 实战练(1)——集合与命题

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

### 一、填空题(3分×10=30分)

1. 若集合  $A = \{a, a+b, a+2b\}$ ,  $B = \{a, ac, ac^2\}$ , 且  $A = B$ , 则实数  $c$  的值为\_\_\_\_\_.
2. 已知集合  $A = \{(x, y) | -2 < y < 1, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{(x, y) | \frac{\pi}{2} < x < \pi, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A \cap B$  的非空真子集的个数为\_\_\_\_\_.
3. 若集合  $A = \{(x, y) | y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = -2x^2 + 3, x \in \mathbf{R}\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_.
4. 判断命题: “如果  $x^2 + 3x - 4 \neq 0$ , 那么  $x \neq 1$ ” 的真假\_\_\_\_\_ (填“真”或“假”), 其理由是\_\_\_\_\_.
5. 若集合  $A = \{y | y = x^2 + 6x + 5, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{y | y = t^2 - 6t + 5, t \in \mathbf{R}\}$ , 则集合  $A$  与  $B$  的关系是\_\_\_\_\_.
6. 已知集合  $A = \{x | \frac{4+x}{2-x} \geq 0\}$ ,  $B = \{x | \frac{x-3}{x+1} \leq 0\}$ ,  $C = \{x | 2x^2 - 5x \geq 0\}$ , 则  $(A \cup B) \cap C =$ \_\_\_\_\_.
7. 若集合  $A = \{x | -1 < x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$ ,  $B = \{x | a \leq x \leq b\}$ , 且  $A \cup B = \{x | x > -1\}$ ,  $A \cap B = \{x | 1 < x \leq 2\}$ , 则  $a$  与  $b$  的值分别为\_\_\_\_\_.
8. 对全集  $U$  及其子集  $A, B$ , 给出下列命题: ①  $B \subseteq C_U A$  是  $A \subseteq C_U B$  的充要条件; ②  $A \cap B = \emptyset$  是  $C_U A \cap C_U B \neq \emptyset$  的必要非充分条件; ③  $A \cap B = A, A \cup B = A$  是  $A = B$  的充要条件; ④  $A = U$  是  $C_U A = \emptyset$  的充分非必要条件. 其正确的命题有\_\_\_\_\_ (请把你认为正确命题的序号都填上).
9. \* (A) 已知集合  $M = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$ ,  $N = \{x | ax + 1 = 0\}$ , 且  $N \subseteq M$ , 则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.  
(B) 设二次函数  $f(x) = x^2 + px + q$ , 集合  $A = \{x | f(x) = x, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{x | f(x-1) = x+1, x \in \mathbf{R}\}$ , 且  $A = \{2\}$ , 则  $B =$ \_\_\_\_\_.
10. (A) 若集合  $A = \{y | y = x^2 + 2x + a\}$ ,  $B = \{x | 3 - x \leq 0\}$ , 且  $A \subseteq B$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.  
(B) 若非空集合  $A = \{x | -2m + 6 < x < m - 2\}$ ,  $B = \{x | -m < x < m\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

[注] 同学们可根据自己的学习情况, 在(A)和(B)组中选定一组(或由教师指定), (B)组题对解题能力要求高于(A)组, 以下同.

二、选择题(3分×4=12分)

11. 设  $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ ,  $N = \{x | x < 1\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )

- A.  $\{x | 1 < x < 2\}$  B.  $\{x | -2 < x < 1\}$   
C.  $\{x | 1 < x \leq 2\}$  D.  $\{x | -2 \leq x < 1\}$

12. 下列命题中, 甲是乙成立的必要非充分条件的是 ( )

- A. 甲:  $x = -2$ ; 乙:  $x^2 = 4$  B. 甲:  $x > y$ ; 乙:  $x^2 > y^2$   
C. 甲:  $x > y$ ; 乙:  $a^2 x > a^2 y$  D. 甲:  $x \in A \cap B$ ; 乙:  $x \in A \cup B$

13. 对任意实数  $a, b, c$ , 在下列命题中, 真命题的是 ( )

- A. “ $ac > bc$ ”是“ $a > b$ ”的必要条件 B. “ $ac = bc$ ”是“ $a = b$ ”的必要条件  
C. “ $ac > bc$ ”是“ $a > b$ ”的充分条件 D. “ $ac = bc$ ”是“ $a = b$ ”的充分条件

14. (A) 设集合  $A = \{x | \frac{x-1}{x+1} < 0\}$ ,  $B = \{x | |x-1| < a\}$ , 若“ $a = 1$ ”是“ $A \cap B \neq \emptyset$ ”的

( )

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件  
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

(B) 对任意实数  $a, b, c$ , 给出下列命题①“ $a = b$ ”是“ $ac = bc$ ”的充要条件; ②“ $a + 5$ 是无理数”是“ $a$ 是无理数”的充要条件; ③“ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的充分条件; ④“ $a \leq 5$ ”是“ $a < 3$ ”的必要条件. 其中真命题的个数是 ( )

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

三、解答题(10分+10分+12分+12分+14分=58分)

15. 已知集合  $A = \{x | x^2 + x - 6 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | |x - a| < 1, a \in \mathbf{R}\}$ .

(1) 若  $A \cap B = \emptyset$ , 求  $a$  的取值范围; (2) 若  $B \subseteq A$ , 求  $a$  的取值范围.

16. 若集合  $A = \{x | x^2 + px + q = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ , 且  $A \subseteq B$ , 求  $p, q$  应满足的条件.

17. 若  $a, x \in \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{2, 4, x^2 - 5x + 9\}$ ,  $B = \{3, x^2 + ax + a\}$ ,  $C = \{x^2 + (a+1)x - 3, 1\}$ .

求: (1) 使  $A = \{2, 3, 4\}$  的  $x$  的值;

(2) 使  $2 \in B$ ,  $B \subsetneq A$  的  $a, x$  的值;

(3) 使  $B = C$  的  $a, x$  的值.

18. 设全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x \mid |x| > 1\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 + 4x + 3 < 0\}$ , 试判断是否存在集合  $C$  同时满足下列三个条件:

(1)  $C \subseteq (C_U A \cup B) \cap \mathbf{Z}$ ; (2)  $C \cap B \neq \emptyset$ ; (3)  $C$  中有两个元素.



19. (A) 设  $f(x) = x^2 + px + q$ ,  $A = \{x \mid f(x) = x, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{x \mid f[f(x)] = x, x \in \mathbf{R}\}$ .

(1) 求证:  $A \subseteq B$ ; (2) 若  $A = \{3\}$ , 求  $f(x)$ ; (3) 若  $A = \{-1, 3\}$ , 求集合  $B$ .

(B) 已知实数集合  $A = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbf{Q}\}$ ,  $B = \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbf{Q}\}$ , 对于实数集合  $X, Y$ , 集合  $X \oplus Y$  定义为:  $X \oplus Y = \{x + y \mid x \in X, y \in Y\}$ ; 集合  $X \otimes Y = \{xy \mid x \in X, y \in Y\}$ .

(1) 举出一个数, 它属于  $A \otimes B$ , 却不属于  $A \oplus B$ ;

(2) 证明:  $A \otimes A = A$ .

## 实战练(2)——不等式

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

### 一、填空题(3分×10=30分)

1. 不等式  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$  成立的充要条件是\_\_\_\_\_.
2. 不等式  $2x(x+1) < 3(x+1)$  的解集是\_\_\_\_\_.
3. 不等式  $\frac{1}{x-1} < x+1$  的解集是\_\_\_\_\_.
4. 不等式  $(x-1)\sqrt{x^2-x-2} \geq 0$  的解集是\_\_\_\_\_.
5. 关于  $x$  的方程  $|x| = ax + 1$  有一个负根且没有正根, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
6. 当  $x < \frac{5}{4}$  时, 函数  $y = 1 - x + \frac{1}{5-4x}$  的最小值为\_\_\_\_\_.
7. 关于  $x$  的不等式  $(k^2 - 2k + \frac{3}{2})^x < (k^2 - 2k + \frac{3}{2})^{1-x}$  的解集为  $(-\infty, \frac{1}{2})$ , 则实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
8. 在下面等号右侧两个分数的分母括号处, 各填上一个自然数, 并且使这两个自然数的和最小:  $1 = \frac{1}{(\quad)} + \frac{9}{(\quad)}$ .
9. (A) 若  $f(x) = x^2 - ax + 1$  有负值, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.  
(B) 不等式  $2 \leq x^2 + mx + 10 \leq 6$  有且仅有一解, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
10. (A) 已知关于  $x$  的方程  $25^x + (a+4) \cdot 5^x + 4 = 0$  的有两个不相等的实根, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.  
(B) 记  $\min\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  为  $a_1, a_2, \dots, a_n$  中最小的一个, 设  $f(x) = \min\{5-2|x|, x^2-2x\}$ , 则  $f(x)$  的最大值与最小值分别为\_\_\_\_\_.

### 二、选择题(3分×4=12分)

11. 已知  $|a+b| = |a| + |b|$ , 则一定有 ( )  
 A.  $ab < 0$                       B.  $ab > 0$                       C.  $ab \geq 0$                       D.  $ab \leq 0$
12. 若  $\pi^x - e^{-x} \geq \pi^{-y} - e^y$ , 则 ( )  
 A.  $x - y \geq 0$                       B.  $x - y \leq 0$                       C.  $x + y \geq 0$                       D.  $x + y \leq 0$
13. 下列函数中, 最小值为 4 的是 ( )  
 A.  $y = x + \frac{4}{x}$                       B.  $y = \sin x + \frac{4}{\sin x} (0 < x < \pi)$   
 C.  $y = e^x + 4e^{-x}$                       D.  $y = \log_3 x + 4\log_x 3 (0 < x < 1)$

14. (A) 已知  $x > 0$ , 由不等式  $x + \frac{1}{x} \geq 2$ ,  $x + \frac{4}{x^2} = \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{4}{x^2} \geq 3, \dots$ , 启发我们可以得到推广结论:  $x + \frac{a}{x^n} \geq n+1 (n \in \mathbf{N}^*)$ , 则  $a$  的值为 ( )

A.  $n$

B.  $(n-1)^n$

C.  $n+1$

D.  $n^n$

(B) 若  $x > 0, y > 0$ , 且  $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq a \sqrt{x+y}$  恒成立, 则实数  $a$  的最小值为 ( )

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B.  $\sqrt{2}$

C. 2

D.  $2\sqrt{2}$

三、解答题(10分+10分+12分+12分+14分=58分)

15. 解关于  $x$  的不等式:  $mx^2 + (m-2)x - 2 > 0$ .

16. 设  $A$  为不等式  $\log_x(5x^2 - 8x + 3) > 2$  的解集,  $B$  为不等式  $2^{x^2 - 2x - k} > \frac{1}{2}$  的解集.

(1) 求集合  $A, B$ ; (2) 若  $A \subseteq B$ , 求实数  $k$  的取值范围.

17. 已知函数  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{x}, x \in [1, +\infty)$ .

(1) 当  $a = \frac{1}{2}$  时, 求函数的最小值;

(2) 若对任意  $x \in [1, +\infty), f(x) > 0$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

18. 某地要建造一个水库, 设计中, 水库最大容量为 128000 立方米, 山洪暴发时, 预测注入水库的水量  $g(n)$  与天数  $n (n \in \mathbf{N}^*, n \leq 10)$  的关系是  $g(n) = 5000\sqrt{n(n+24)}$  立方米, 此水库原有水量为 80000 立方米, 泄水闸每天的泄水量为 4000 立方米, 若山洪暴发第一天就打开水闸.

(1) 写出第  $n$  天水库的水量  $f(n)$  与天数  $n$  的关系式;

(2) 问: 在这 10 天中, 堤坝会发生危险吗? 若会, 计算第几天发生危险; 若不会, 说明理由 (水库的水量超过它的最大容量, 堤坝就会发生危险).

19. (A) 已知函数  $f(x)$  是定义在  $[-1, 1]$  上的奇函数, 若对于任意  $x, y \in [-1, 1]$  都有  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ , 且  $x > 0$  时, 有  $f(x) > 0$ .

(1) 用单调性的定义证明  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上为单调递增函数;

(2) 解不等式  $f(x + \frac{1}{2}) < f(\frac{1}{x-1})$ ;

(3) 设  $f(1) = 1$ , 若  $f(x) < m^2 - 2am + 1$ , 对所有  $x \in [-1, 1], a \in [-1, 1]$  恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.

(B) 设  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}, x \neq \frac{k}{2} (k \in \mathbf{Z})$ , 且  $f(x+1) = -\frac{1}{f(x)}$ , 如果  $f(x)$  是奇函数, 当  $0 < x < \frac{1}{2}$  时,  $f(3) = 3^x$ .

(1) 求  $f(\frac{2001}{4})$ ;

(2) 当  $2k + \frac{1}{2} < x < 2k + 1$  时, 求  $f(x) (k \in \mathbf{Z})$  的解析式;

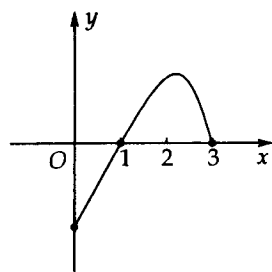
(3) 是否存在正整数  $k$ , 使  $2k + \frac{1}{2} < x < 2k + 1$  时,  $\log_3 f(x) > x^2 - kx - 2k$  有解?

# 阶段考测试题(I)——集合、命题与不等式

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

## 一、填空题(4分×12=48分)

1. 已知集合  $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ ,  $A = \{1\}$ , 则  $B$  的子集最多可能有\_\_\_\_\_个.
2. 设集合  $M = \{x \mid \frac{x}{2} \in \mathbb{Z}\}$ ,  $N = \{n \mid \frac{n+1}{2} \in \mathbb{Z}\}$ , 则  $M \cup N =$ \_\_\_\_\_.
3. “ $x^2 - 3x + 2 > 0$ ”是“ $x < 1$  或  $x > 4$ ”的\_\_\_\_\_条件.
4. 若  $\log_a \frac{2}{3} < 1$ , 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
5. 不等式  $(1+x)(1-|x|) > 0$  的解集是\_\_\_\_\_.
6. 如果不等式  $|x-a| < 1$  成立的充分非必要条件是  $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
7. 方程  $5^x = \frac{a+3}{5-a}$  有负根, 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
8. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \lg|x| & x < 0 \\ \log_2(x+1) & x > 0 \end{cases}$ , 若  $f(x_0) > 0$ , 则  $x_0$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
9. 已知集合  $A = \{x \mid x^2 - x - 2 > 0\}$ ,  $B = \{x \mid |x-a| < 3\}$ , 若  $A \cup B = \mathbb{R}$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
10. 已知  $f(x)$  是定义在  $(0, 3)$  上的函数,  $f(x)$  的图像如图所示, 则不等式  $f(x)\cos x < 0$  的解集是\_\_\_\_\_.
11. (A) 已知集合  $A = \{y \mid y = 2^{|x|} - 1, x \in \mathbb{R}\}$ , 集合  $B = \{y \mid y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}, x \in \mathbb{R}\}$ , 则集合  $\{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\} =$ \_\_\_\_\_.
- (B) 已知函数  $f(x) = ax - \frac{3}{2}x^2$  的最大值不大于  $\frac{1}{6}$ , 又当  $x \in [\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$ ,  $f(x) \geq \frac{1}{8}$ , 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.
12. (A) 若函数  $f(x) = \min\{3 + \log_{\frac{1}{4}}x, \log_2x\}$ , 其中  $\min\{p, q\}$  表示  $p, q$  两者中的较小者, 则  $f(x) < 2$  的解为\_\_\_\_\_.
- (B) 若不等式  $[(1-a)n - a] \lg a < 0$  对于任意正整数  $n$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



第10题图

## 二、选择题(4分×4=16分)

13. 设集合  $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{Z}\}$ ,  $B = \{x \mid x = \frac{k}{2}, k \in A\}$ , 则集合  $A \cap B =$  ( )  
 A.  $\{0, 1, 2\}$  B.  $\{0, 1, 2, 3\}$   
 C.  $\{0, 1, 3\}$  D.  $B$

14. 设集合  $M = \{x | x - m \leq 0\}$ ,  $N = \{y | y = (x - 1)^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$ , 若  $M \cap N = \emptyset$ , 则实数  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $m \geq -1$       B.  $m > -1$       C.  $m \leq -1$       D.  $m < -1$

15. 已知方程  $x^2 + (m - 3)x + m = 0$  有一个根大于 1, 而另一个根小于 1, 则实数  $m$  的取值范围是 ( )

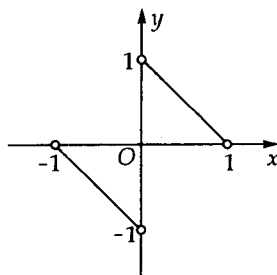
- A.  $(-\infty, -1) \cup (9, +\infty)$       B.  $(1, 9)$   
C.  $(-\infty, 1)$       D.  $[1, +\infty)$

16. (A) 设  $a > 0, b > 0$ , 则以下不等式中不恒成立的是 ( )

- A.  $(a + b)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) \geq 4$       B.  $a^3 + b^3 \geq 2ab^2$   
C.  $a^2 + b^2 + 2 \geq 2a + 2b$       D.  $\sqrt{|a + b|} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

(B) 如图,  $f(x)$  的定义域为  $(-1, 0) \cup (0, 1)$ , 则不等式  $f^{-1}(x) - f^{-1}(-x) > -1$  的解集是 ( )

- A.  $(-1, 0) \cup (0, 1)$   
B.  $(-1, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, 1)$   
C.  $(-\frac{1}{2}, 0) \cup (\frac{1}{2}, 1)$   
D.  $(-1, -\frac{1}{2}) \cup (0, 1)$



第 16 题(B)图

### 三、解答题(12 分 + 12 分 + 14 分 + 14 分 + 16 分 + 18 分 = 86 分)

17. 解不等式组 
$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0 \\ \frac{x+3}{x-1} \geq 2 \end{cases}$$

18. 设  $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 + 2(a + 1)x + a^2 - 1 = 0\}$ .

(1) 若  $A \cup B = B$ , 求  $a$  的值; (2) 若  $A \cap B = B$ , 求  $a$  的值.

19. 已知  $a > 0, a \neq 1, f(x) = \log_a(1-x), g(x) = \log_a x$ , 求使  $f(x) - g(x) > 1$  成立的自变量  $x$  的取值范围.

20. 生产某种产品  $x$  吨时, 所需费用  $1000 + 5x + \frac{1}{10}x^2$  元, 当出售这种产品  $x$  吨时, 每吨价格是  $a + \frac{x}{b}$  ( $a, b$  是常数) 元, 如果生产出来的这种产品能全部出售, 那么当产量是 150 吨时, 利润最大, 并且这时每吨的价格是 40 元, 求  $a, b$  的值.

21. 已知函数  $f(x) = \frac{x^2}{ax+b}$  ( $a, b$  为常数), 且方程  $f(x) - x + 12 = 0$  有两个实根  $x_1 = 3, x_2 = 4$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 设  $k > 1$ , 解关于  $x$  的不等式:  $f(x) < \frac{(k+1)x - k}{2 - x}$ .



22. (A) 已知函数  $y=f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 当  $x \leq 0$  时,  $f(x) = \frac{3^x}{9^x+1} - \frac{1}{2}$ .

(1) 判断并证明  $y=f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上的单调性;

(2) 求  $y=f(x)$  的值域;

(3) 求不等式  $f(x) > \frac{1}{3}$  的解集.

(B) 设函数  $g(x) = \sqrt{x} + 1$ , 函数  $h(x) = \frac{1}{x+3}$ ,  $x \in (-3, a]$ , 其中  $a$  为常数且  $a > 0$ , 令函数  $f(x)$  为函数  $g(x)$  和  $h(x)$  的积函数.

(1) 求函数  $f(x)$  的表达式, 并求其定义域;

(2) 当  $a = \frac{1}{4}$  时, 求函数  $f(x)$  的值域;

(3) 是否存在自然数  $a$ , 使得函数  $f(x)$  的值域恰为  $[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$ ? 若存在, 试写出所有满足条件的自然数  $a$  所构成的集合; 若不存在, 试说明理由.