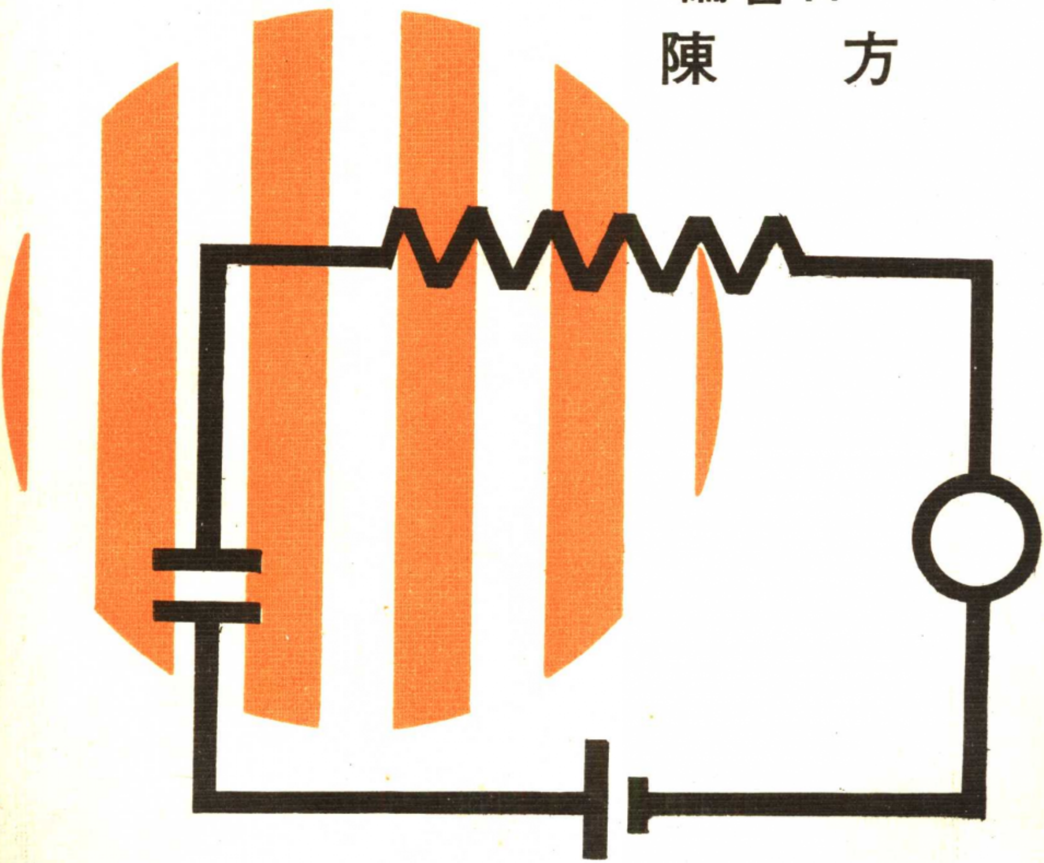
電路理論問題詳解

原著者：
Charles A Pesoer
編著者：
陳　方



智林出版社

電路理論問題詳解

特價：新台幣七十五元

原著者：Charles A Pesoer

編著者：陳　　方

發行者：李　隆　璽

出版者：智林出版社

台中市武德街6巷7號

總經銷：五洲出版社

台北市重慶南路1段88號

電話：3512521 ・ 3319630

中華民國六十六年十月出版

目　　　錄

第一章　集總電路與柯西荷夫定律

1. 集總電路

集總元件（Lumped Elements）：電路元件之尺寸遠小於其正常操作頻率下之波長，此種元件稱之。典型的集總元件如：電阻、電容、電感和變壓器。

集總電路：由集總元件構成之電路。

在集總電路中之二端元件（變壓器等例外）稱爲分支（Branches），而這些元件的端點稱節點（Nodes）。圖 1-1 之集總電路中有四個節

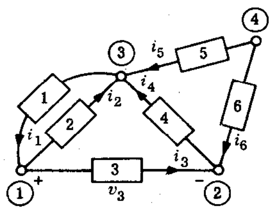


圖 1-1

點（標爲①、②、③、④）和六個分支（標爲 1,2,3,4,5,6）。跨於每一分支的電壓稱分支電壓（Branch Voltage），通過每一分支的電流稱分支電流（Brench Current）。

3. 柯西荷夫電流定律（KCL）

柯西荷夫電流定律：於一集總電路中，無論何時，通過任一節點之電流，其總和爲零。

解　$f = 100\ \text{MHz} = 10^8\ \text{cycles/sec}$

$\because v = \lambda f \approx C = 3 \times 10^8\ \text{m/sec} \Rightarrow \lambda = 3\ \text{m}$

因爲 λ 與電纜長度不相等，故其二端之瞬息電流不等。若電纜對電磁波無耗損，則其相等處爲波長 λ 之整數倍（半波長處大小相等但方向不同）。因集總電路之要求及原書例題中指出電纜長須遠小於波長，故 $l = \dfrac{3}{100}\ \text{m} = 3\ \text{cm}$ 處，兩者大致相等。

2. 圖 $p.$1-2 中某些分支電流（以安培爲單位）是知道的，即 $i_1 = 2$ $i_3 = 1$, $i_7 = 2$, $i_8 = 3$。你能以這些資料決定其餘的分支電流嗎？（求出可以計算之各值，同時指出你不能計算的各值所需要的額外資料。）

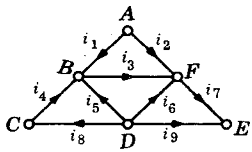


圖 $p.$1-2

解　以KCL

Node A： $i_1 + i_2 = 0 \Rightarrow i_2 = -2\ Amp$

〃　C： $i_4 - i_8 = 0 \Rightarrow i_4 = 3\ Amp$

〃　B： $-i_1 + i_3 - i_5 - i_4 = 0 \Rightarrow i_5 = -4\ Amp$

〃　E： $-i_7 - i_9 = 0 \Rightarrow i_9 = -2\ Amp$

〃　D： $i_5 + i_6 + i_8 + i_9 = 0 \Rightarrow i_6 = 3\ Amp$

3. 假設於第2題之電路中，我們用分支電壓和分支電流的相關參考方向。我們得到下列分支電壓 $v_1 = v_3 = v_6 = v_9 = 1$ 伏特。你能以這些資料來決定其餘各分支電壓嗎？並解釋之。

解　使用具相關參考方向之KVL

Loop ABF： $v_1 + v_3 - v_2 = 0 \Rightarrow v_2 = 2\ V$

〃　BDF： $v_3 - v_6 + v_5 = 0 \Rightarrow v_5 = 0\ V$

〃　DEF： $v_6 + v_7 - v_9 = 0 \Rightarrow v_7 = 0\ V$

如圖 1-1 中，對節點②而言

$$i_4(t) - i_3(t) - i_6(t) = 0$$

4. 柯西荷夫電壓定律（KVL）

柯西荷夫電壓定律：於一集總電路中，無論何時，圍繞任一環路（Loops），其分支電壓之總和為零。

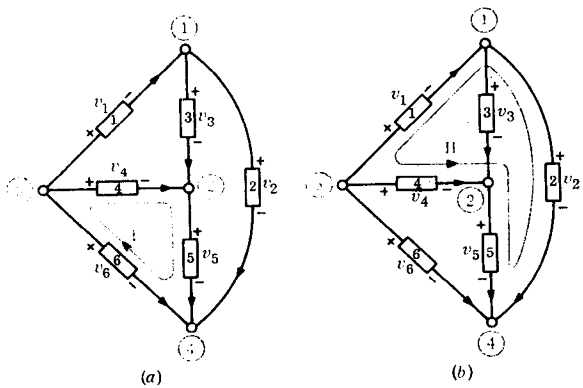


圖 4-1

如圖 4-1 中之環路 I，II，

I $\quad v_4(t) + v_5(t) - v_6(t) = 0$

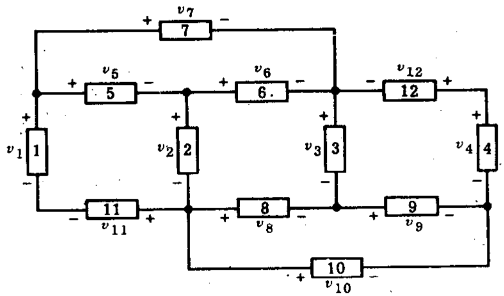
II $\quad -v_1(t) + v_4(t) + v_5(t) - v_2(t) = 0$

問　題　詳　解

1. 一調頻接收機以 2 m 長之電纜接至天線，若接收機是調諧在 100 MHz，你能說接收機輸入端之瞬息電流和天線端相等嗎？如果不是的話，電纜要多長它們才相等？

Loop BCD：$v_4 - v_5 + v_8 = 0 \Rightarrow v_4 = -v_8$

4. 圖 p. 1-4 中我們以相關參考方向表示各分支變數。



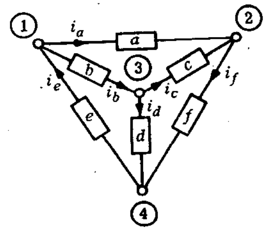


圖 p. 1-4

a. 將柯西荷夫電流定律應用於節點①、②、③和④。證明應用於柯西荷夫電流定律於節點④是前面三個方程式的結果。

b. 如我們稱內部無分支之環路爲網目（Mesh），寫出圖示三個網目之柯西荷夫電壓定律。同時寫出環路 afe, $abdf$, $acde$ 和 $bcfe$ 之柯西荷夫電壓定律。證明這些方程式爲前三個網目方程式之結果。

解 a. 應用 KCL

Node ① $i_a + i_b - i_e = 0$ ……………①

〃 ② $i_f - i_a - i_c = 0$ ……………②

〃 ③ $i_c + i_d - i_b = 0$ ……………③

〃 ④ $i_e - i_d - i_f = 0$ ……………④

∵①+②+③$= -(i_e - i_d - i_f) = -$④

∴節點④爲前三個方程式和之負數

b. 應用 KVL

Mesh abc： $v_a - v_c - v_b = 0$ …………①

〃 cdf： $v_c + v_f - v_d = 0$ …………②

〃 bde： $v_b + v_d + v_e = 0$ …………③

Loop afe ： $v_a + v_f + v_e = 0 =$①+②+③

〃 $abdf$： $v_a + v_f - v_d - v_b = 0 =$①+②

$$\text{Loop } acde：v_a - v_c + v_d + v_e = 0 = ① + ③$$
$$bcfe：v_b + v_c + v_f + v_e = 0 = ② + ③$$

5. 在圖 p. 1-4 中例出其所有可能之環路。

解 其所有可能之環路爲 abc，cdf，bde，afe，$abdf$，$acde$ 和 $bcfe$

6. （圖 p. 1-6）電路於虛線中的部份可以當做一個兩端元件而與電路之其餘部份 相聯接。$i_a = i_b$ 嗎？證明你的答案。

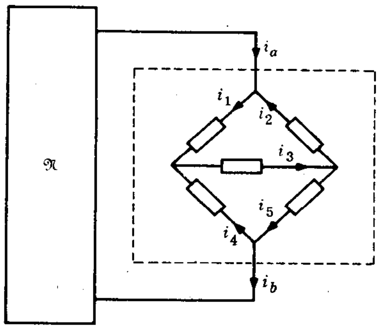


圖 p. 1-6

解 由二端元件之特性得知流入一端之電流必與它端流出之電流相等，故 $i_a = i_b$。

7. 圖 p. 1-7 所示之電路中，下列電壓（伏特）爲已知：$v_1 = 10$，$v_2 = 5$，$v_4 = -3$，$v_6 = 2$，$v_7 = -3$ 和 $v_{12} = 8$。盡可能地求出各分支電壓。

解 應用KVL

$$\text{Loop } 5,6,7：v_5 + v_6 - v_7 = 0 \Rightarrow v_5 = -5V$$
$$〃 \quad 1,5,2,11：v_1 - v_{11} - v_2 - v_5 = 0 \Rightarrow v_{11} = 10V$$
$$〃 \quad 2,10,4,12,6：v_2 + v_{10} - v_4 + v_{12} - v_6 = 0$$
$$\Rightarrow v_{10} = 14V$$

Loop 2,6,3,8：$v_2+v_8-v_3-v_6=0 \Rightarrow v_8-v_3=-3\,V$

〃 3,9,4,12：$v_3+v_9-v_4+v_{12}=0$

$$\Rightarrow v_3+v_9=-11\,V$$

〃 8,9,10：$v_8+v_9-v_{10}=0 \Rightarrow v_8+v_9=14\,V$

由後三個方程式中無法求出 v_3，v_8 和 v_9 。

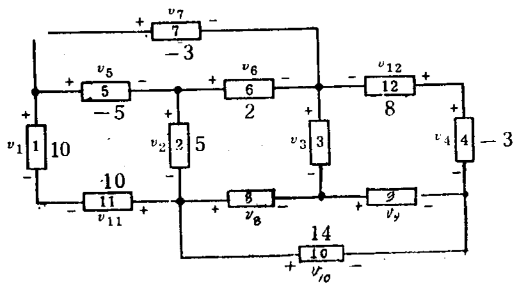


圖 p.1-7

8. 在圖 p.1-7 中所示分支電流是以相關參考方向測量的。下列電流以安培爲單位：$i_1=2$，$i_7=-5$，$i_4=5$，$i_{10}=-3$ 和 $i_3=1$。其餘的分支電流可以測得嗎？盡你的能力去測量。

解 應用 KCL

由圖中可得 $\begin{cases} i_1=-i_{11} \Rightarrow i_{11}=-2\,Amp \\ i_4=-i_{12} \Rightarrow i_{12}=-5\,Amp \end{cases}$

Node ① $i_1+i_5+i_7=0 \Rightarrow i_5=3\,Amp$

〃 ② $-i_{10}-i_4-i_9=0 \Rightarrow i_9=-2\,Amp$

〃 ③ $i_3-i_{12}-i_7-i\quad=0 \Rightarrow i_6=11\,Amp$

〃 ④ $i_2+i_6-i_5=0 \Rightarrow i_2=-8\,Amp$

〃 ⑤ $i_9-i_3-i_8=0 \Rightarrow i_8=-3\,Amp$

9. 圖 p.1-7 之電路中，各分支電流以相關參考方向測量。試證

$$i_1+i_2+i_3+i_4=0$$

$$i_7+i_6+i_8+i_{10}=0$$

解 由上例中 $i_1=-i_{11}$，$i_4=-i_{12}$，則

Node ①+ Node ②+ Node ③

$\Rightarrow i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$

Node ③+ Node ④+ Node ⑤

$\Rightarrow -(i_6 + i_7 + i_8 + i_{10}) = 0 \Rightarrow i_6 + i_7 + i_8 + i_{10} = 0$

第二章 電路元件

1. 假設非線性電阻器R的特性曲線由下式而定的

$$v=20\,i+i^2+\frac{1}{2}i^3$$

a. 對於 $i(t)=\cos\omega_1 t+2\cos\omega_2 t$

將 v 表示成正弦波之和。

b. 如果 $\omega_2=2\omega_1$，出現在 v 中有些什麼頻率？

解 a. $v=20\,i+i^2+\frac{1}{2}i^3$

將 $i(t)=\cos\omega_1 t+2\cos\omega_2 t$ 代入，且

$$\begin{cases}\cos^2\omega t=\dfrac{1+\cos 2\omega t}{2}\\[2ex] \sin^2\omega t=\dfrac{1-\cos 2\omega t}{2}\\[2ex] \cos\omega_1 t\cos\omega_2 t=\dfrac{1}{2}[\cos(\omega_1+\omega_2)t+\cos(\omega_1-\omega_2)t]\\[2ex] \cos^3\omega t=\dfrac{1}{4}\cos 3\omega t+\dfrac{3}{4}\cos\omega t\end{cases}$$

得 $v(t)=2.5+23.375\cos\omega_1 t+44.5\cos\omega_2 t$
$+2\cos 2\omega_2 t+0.5\cos 2\omega_1 t+0.125\cos$
$3\omega_1 t+\cos 3\omega_2 t+2\cos(\omega_1+\omega_2)t$
$+2\cos(\omega_1-\omega_2)t+0.75\cos(2\omega_1+\omega_2)t$
$+0.75\cos(2\omega_1-\omega_2)t+1.5\cos(2\omega_2+$

$\omega_1)t+1.5\cos(2\omega_2-\omega_1)t$

b. 若$\omega_2=2\omega_1$，則出現於$v(t)$中之頻率有$0, \omega_1, 2\omega_1, 3\omega_1, 4\omega_1, 5\omega_1, 6\omega_1$。

2. 下列方程式規定一些電阻器之特性曲線。指出那些是線性或非線性，時變或非時變，雙向的，電壓控制的或電流控制的，被動的或主動的。

a. $v+10i=0$

b. $v=(\cos 2t)i+3$

c. $i=e^{-v}$

d. $v=i^2$

e. $i=\tanh v$

f. $i+3v=10$

g. $i=2+\cos\omega t$

h. $i=\ln(v+2)$

i. $i=v+(\cos 2t)\frac{v}{|v|}$

解 a. 線性，非時變，電壓控制，電流控制，主動，雙向

b. 非線性，時變，電流控制，主動

c. 非線性，非時變，電壓控制，電流控制，主動

d. 非線性，非時變，電流控制，主動

e. 非線性，非時變，電壓控制，被動

f. 非線性，非時變，電壓控制，電流控制，主動

g. 非線性，時變，主動

h. 非線性，非時變，電流控制，主動

i. 非線性，時變，電壓控制，主動

3. 畫出下列各波形

a. $3\delta(t-2)$

b. $\delta(t)-\delta(t-1)+\delta(t-2)$

c. $u(2t)$

d. $u(t)\cos(2t+60°)$

e. $u(-t)$

f. $u(3-2t)$

g. $u(t)e^{-t}$

h. $3p_2(t)$

i. $p_{12}(t-2)$

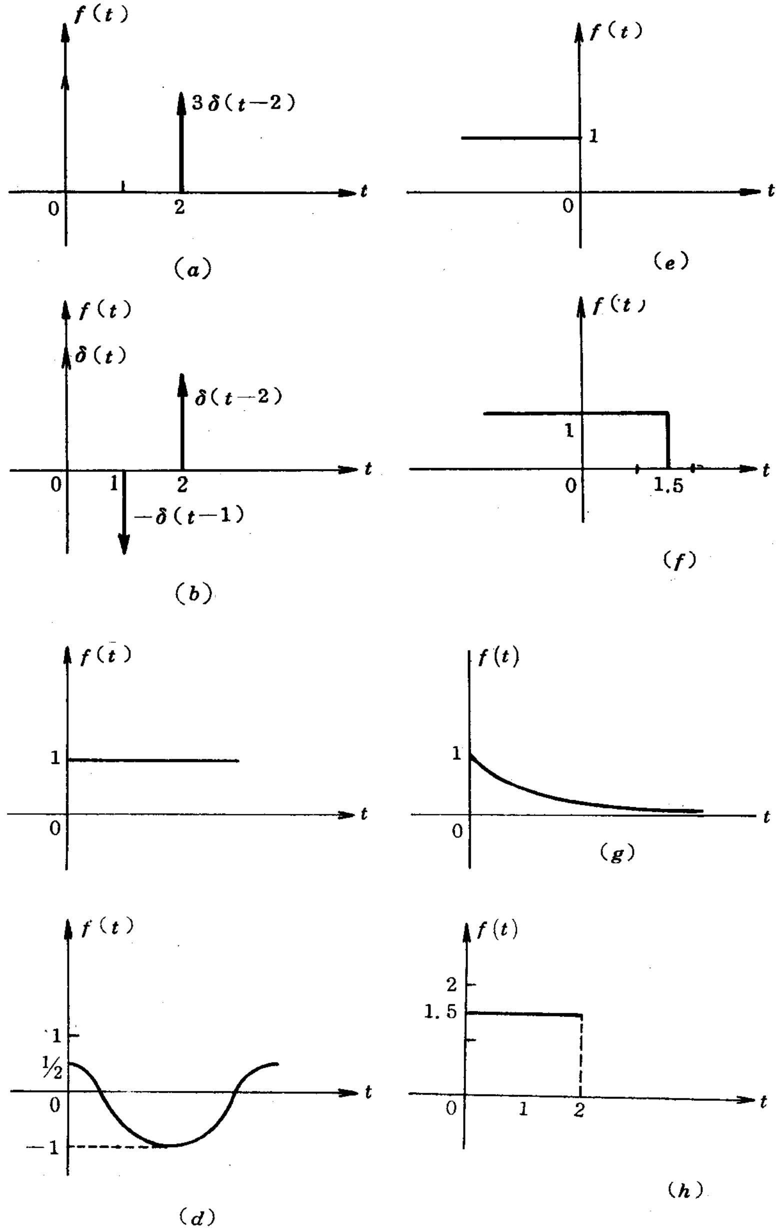
j. $e^{2t}\cos t$

k. $u(t)-2u(t-1)$

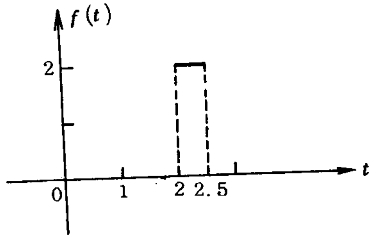
l. $r(t)\sin t$

m. $u(t)e^{-2t}\sin(t-90°)$

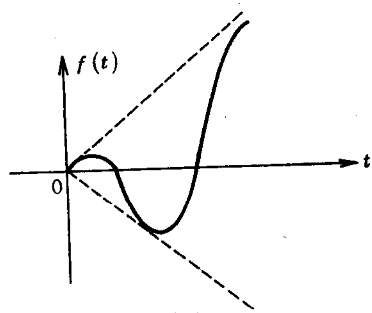
解



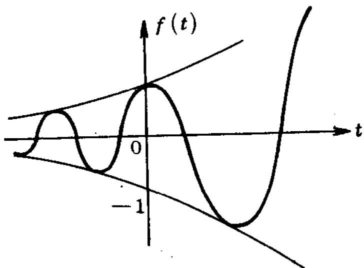
f(t)
3δ(t−2)
0
2
t
(a)
f(t)
δ(t)
δ(t−2)
0
1
2
−δ(t−1)
(b)
f(t)
1
0
t
f(t)
1
½
0
−1
(d)
f(t)
1
0
(e)
f(t)
1
0
1.5
(f)
f(t)
1
0
(g)
f(t)
2
1.5
0
1
2
(h)



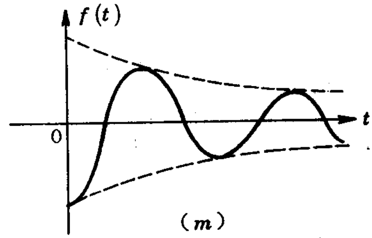
(i)



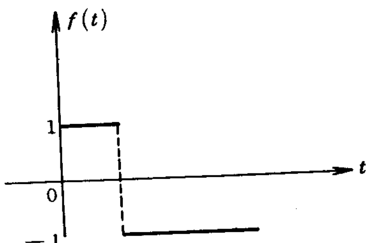
(l)



(j)



(m)



(k)

4. 試寫出圖 p. 2-4 所示波形之函數。

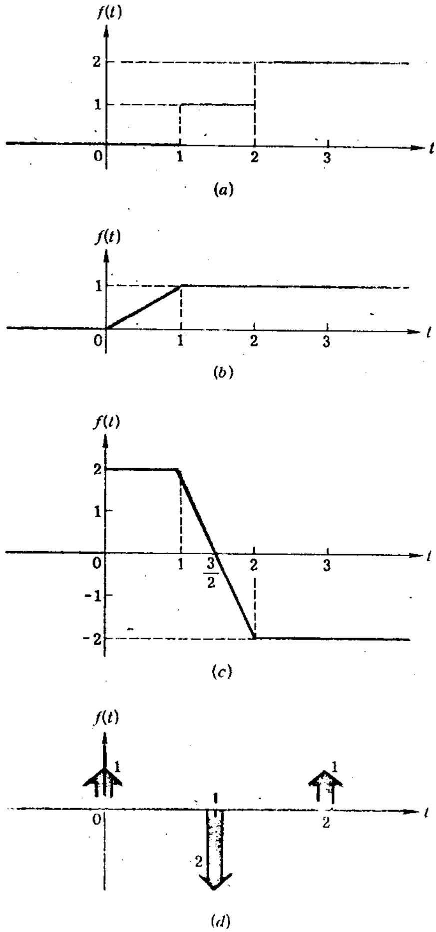
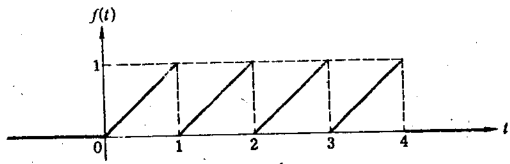
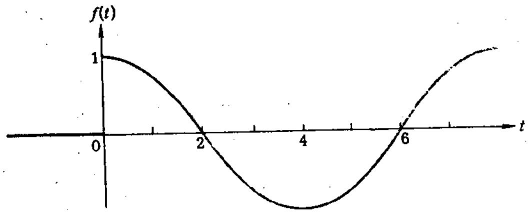


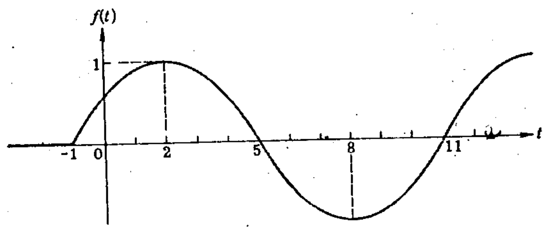
圖 p.2-4



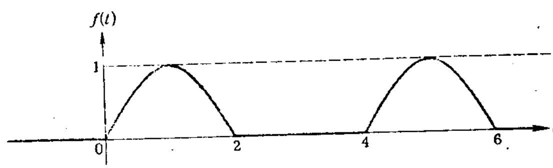
(e)



(f)



(g)



(h)