

★花费20%的时间
成就80%的分数

★名师评注
点拨解题思路

★经典例题
升华应试技巧



大学数学公式 背诵手册

编写 双博士数学课题组
支持 双博士在线
www.bbdd.cc
策划 胡东华



机械工业出版社
China Machine Press

双博士精品系列

013-64/1

大学数学 公式背诵手册

编写 双博士数学课题组
支持 双博士在线
www.bbdd.cc
总策划 胡东华

机械工业出版社

声明:本书封面及封底均采用双博士品牌专用
图标(见右图);该图标已由国家商标局注
册登记。未经本策划人同意,禁止其他单
位或个人使用。



图书在版编目(CIP)数据

大学数学公式背诵手册/双博士数学课题组编. —北京:机械工业出版社,2003.9

ISBN 7-111-13044-8

I. 大... II. 双... III. 高等数学—公式(数学)—高等学校—教学参考资料 IV. H013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 081096 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮编:100037)

责任编辑:刘永牛涛

责任校对:王鲁华

封面设计:胡东华

责任印制:何全君

北京市高岭印刷有限公司印刷

机械工业出版社出版发行

2004 年 7 月第 2 版 第 1 次印刷

787mm × 1092mm

1/48

印张 5.5

字数 170 千字

本书定价:10.00 元

©版权所有 违法必究

盗版举报电话:13801064123(著作权者)

封面无防伪标识均为盗版

注:防伪标识揭开有用户名(10 位)和密码(6 位)

<http://www.bbdd.cc>(双博士在线)



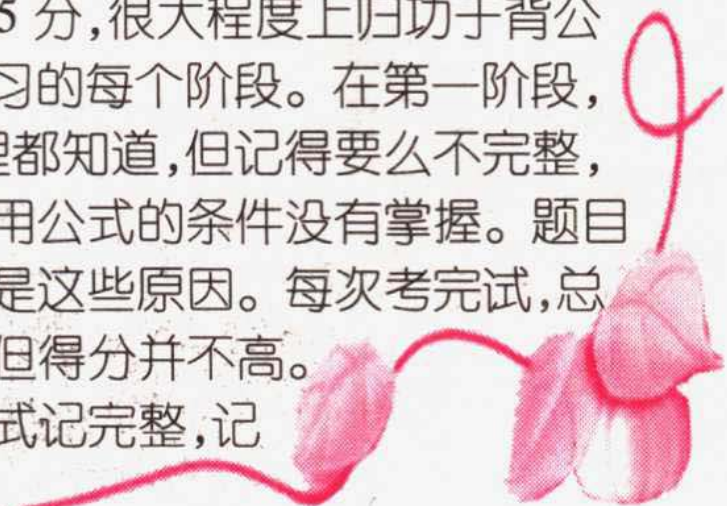
前言

光阴荏苒,转瞬四载春秋已逝。回首我四年的大学生活,最令我感到自豪的是我的数学成绩一直名列前茅。2004年,我参加了硕士研究生入学考试,很庆幸的是,我数学考得还不错,145分(总分150分)。这或许是一种幸运,但我更相信是自己找到了合适的学习方法。很多考生朋友“怂恿”我将经验介绍给大家,加之编辑老师的鼓励,我就以濮人献玉的心态将复习时的一些做法和想法行之成文,与大家共同探讨。

我认为对知识点的掌握要有三个层次,第一个层次是理解与运用,要理解与知识点相关的公式定理的内涵与外延,并且在做题时能灵活运用。第二个层次是融会贯通,要在第一阶段的基础上识记与知识点相关的公式定理,做模拟题及真题时结合各部分的知识点,把知识点间建立起横向和纵向的联系。第三个层次是触类旁通,通过背诵,一看到试题即可反映出相应的公式定理。

也许很多人会奇怪,学习英语要背单词,学习政治要背理论,学习数学难道也有要背的吗?

当然,我能考145分,很大程度上归功于背公式。背,贯穿于我学习的每个阶段。在第一阶段,我发现很多公式定理都知道,但记得要么不完整,要么不准确,要么应用公式的条件没有掌握。题目做错,在很大程度上是这些原因。每次考完试,总有朋友说我都做了,但得分并不高。所以,我觉得要把公式记完整,记准确,而不只是一个



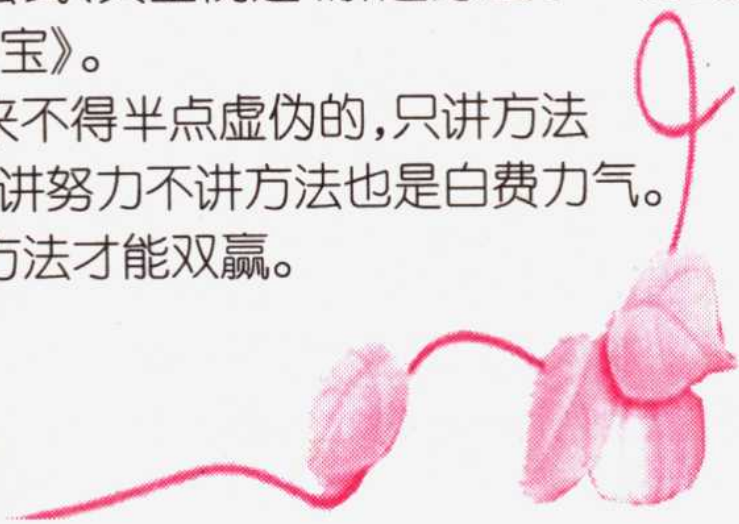


模糊的轮廓,定理应用的条件也要掌握,不能只记得一个结论。还有要注意区分必要条件、充分条件、充要条件,如:比值法与根值法是判断收敛的充分非必要条件。有一点得声明一下,我说的背公式是在已经掌握公式和定理的基础上,使其在头脑中的映像更准确、更清晰,而不是单纯的为了背而背。

我有一个小本子,我把我认为重要的公式、定理抄在上面,不时地拿出来看看。我把相应的解题方式等也记在上面,每当我看到自己的笔记时,我就会想起出题的方法,做过些什么样的题目,有些什么样的经典题型。这样,每次公式、定理——解题方法——经典题型在头脑中过一遍,效果非常好。掌握基本的公式和定理,附以相应的习题,演练是提高数学能力的基础。同样,选择一本好的参考书也很重要,比如双博士品牌的《数学应试教程》,它旨在使考生通过实际题型来掌握发散知识点及知识点的内在规律和应用技巧。

一个很偶然的机会,我认识了双博士图书的总策划胡东华先生,并和他讲了我数学考 145 分的经验,特别是我背公式的经历,他觉得这是一个很有实效的做法,值得向更多的考生推广,于是组织了数位权威考研辅导专家编写了这本集公式、典型例题、解题方法于一身的《考研数学公式掌中宝》。

数学的学习是来不得半点虚伪的,只讲方法不讲努力是空谈,只讲努力不讲方法也是白费力气。只有既讲努力又讲方法才能双赢。



双博士在线 www.bbdd.cc 黄金版栏目介绍



双博士在线专业提供考研和四六级考试资源网站，日访问量超过**10000**次。

- **在线咨询：**提供考研专业课和公共课个性化一对一实质性的专业咨询服务。双博士在线聘用你欲报考学校的在校优秀研究生作为您的专业咨询员，为你提供专家级的解答和服务。电话82608053
- **网络课堂：**随时随地，省时省钱，灵活有效享受面授无法比拟的教育资源服务。
- **专业题库：**包括全国各高校和科研单位历年考研专业课试题
- **在线听力：**包括真题及20套模拟试题，本栏目是同类网站中音频文件最为密集的栏目。
- **在线测试：**考研政治、英语、数学、西医、中医和MBA5门科目真题和模拟
- **短信课堂：**高频词汇、低频词汇、词汇速记巧记、黄金短语、经典句型；政治考点精华背诵、时事直通车、特快消息。
- **英语聊天室：**适应教育部英语听说能力训练改为机考进行的趋势；适合考研听力和复试口语测试的需要；24小时可随时找到合适自己的练习伙伴。聊天就能过级！

注：购书登录双博士在线：

每购一本双博士品牌图书，可登录30次双博士网站的非公共资源栏目。

欲继续享受本服务，请咨询：010 82608053



目 录

第一部分 高等数学

第一章	函数、极限、连续	(2)
§ 1.1	函数	(3)
§ 1.2	极限	(6)
§ 1.3	连续	(14)
第二章	一元函数微分学	(17)
§ 2.1	导数与微分	(18)
§ 2.2	中值定理	(23)
§ 2.3	导数的应用	(28)
第三章	一元函数积分学	(37)
§ 3.1	不定积分	(38)
§ 3.2	定积分	(49)
第四章	向量代数和空间解析几何	(61)
§ 4.1	向量	(62)
§ 4.2	直线和平面	(64)
§ 4.3	曲面方程	(69)
第五章	多元函数微分学	(73)
§ 5.1	基本定理与公式	(74)
§ 5.2	微分法则	(75)
§ 5.3	几何应用	(79)
§ 5.4	多元函数的极值	(82)
第六章	多元函数积分学	(86)

§ 6.1	二重积分	(87)
§ 6.2	三重积分	(92)
§ 6.3	曲线积分	(95)
§ 6.4	曲面积分	(101)
第七章	无穷级数	(106)
§ 7.1	常数项级数	(108)
§ 7.2	幂级数	(114)
§ 7.3	傅立叶级数	(120)
第八章	常微分方程与差分方程	(126)
§ 8.1	一阶微分方程	(127)
§ 8.2	可降阶的高阶方程	(130)
§ 8.3	高阶线性微分方程	(131)
§ 8.4	差分方程	(136)

第二部分 线性代数

第一章	行列式	(139)
第二章	矩阵	(144)
§ 2.1	矩阵运算	(145)
§ 2.2	矩阵的逆	(147)
第三章	向量	(152)
§ 3.1	线性空间	(153)
§ 3.2	向量内积	(155)
§ 3.3	正交基与正交矩阵	(156)
§ 3.4	向量的线性相关与线性无关	(158)
第四章	线性方程组	(162)
§ 4.1	求解线性方程组	(163)
§ 4.2	线性方程组解的结构	(166)
第五章	特征值和特征向量	(170)
§ 5.1	特征值与特征向量	(171)
§ 5.2	相似矩阵	(174)

第六章	二次型	(178)
§ 6.1	二次型矩阵	(179)
§ 6.2	化二次型为标准型和规范型	(181)
§ 6.3	正定二次型	(186)

第三部分 概率统计

第一章	随机事件与概率	(191)
§ 1.1	随机事件	(192)
§ 1.2	概率	(194)
§ 1.3	条件概率与独立性	(198)
第二章	随机变量及其分布函数	(203)
§ 2.1	随机变量分布函数	(204)
§ 2.2	常见分布	(206)
§ 2.3	随机变量函数的分布	(209)
第三章	二维随机变量及其概率分布	(212)
§ 3.1	二维随机变量及其联合分布	(213)
§ 3.2	边缘分布与条件分布	(217)
§ 3.3	独立性	(220)
§ 3.4	多维随机变量函数的分布	(221)
第四章	数字特征	(225)
§ 4.1	一维随机变量的数字特征	(226)
§ 4.2	二维随机变量的数字特征	(229)
§ 4.3	常见分布	(231)
第五章	大数定律和中心极限定理	(235)
第六章	数理统计的基本概念	(239)
第七章	参数估计	(245)
§ 7.1	点估计	(246)
§ 7.2	区间估计	(248)
第八章	假设检验	(251)

高等数学

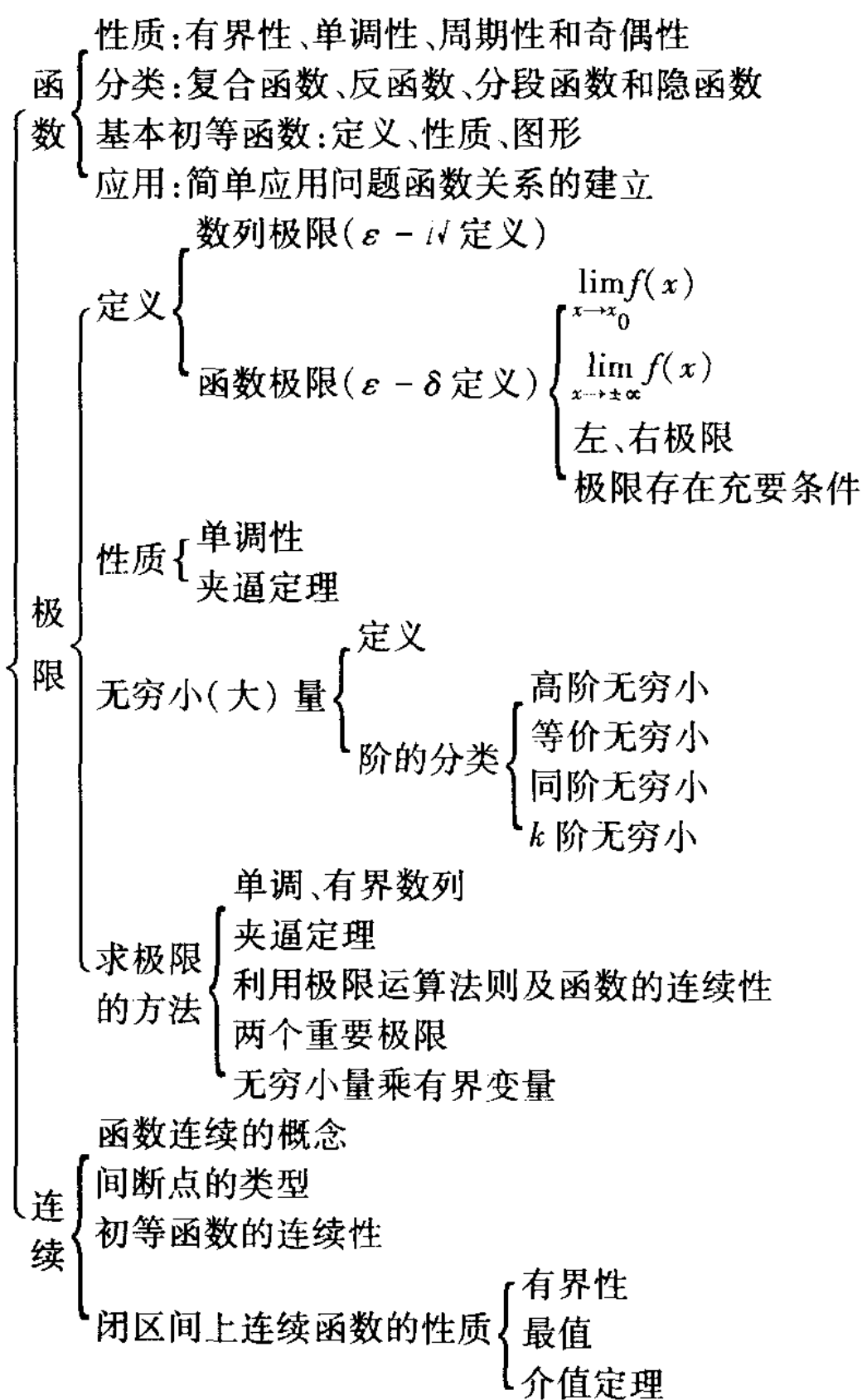
第一部分





第一章 函数、极限、连续

本章知识网络图





§ 1.1 函数

一、常用函数的定义域

$$y = \frac{1}{x} \quad D_f: x \neq 0, \quad (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

$$y = \sqrt[n]{x} \quad D_f: x \geq 0, \quad (0, +\infty)$$

$$y = \log_a x, \quad D_f: x > 0, \quad (0, +\infty)$$

$$y = \tan x, \quad D_f: x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, \quad k \in Z$$

$$y = \cot x, \quad D_f: x \neq k\pi, \quad k \in Z$$

$$y = \arcsin x \quad D_f: |x| \leq 1, [-1, 1]$$

(或 $\arccos x$),

名师点睛

求解复杂函数的定义域,一般是求由简单函数的定义域所构成的不等式的解集.

二、六个常见的有界函数

$$|\sin x| \leq 1, \quad |\cos x| \leq 1 \quad (-\infty, +\infty)$$

$$|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}, \quad |\arccos x| \leq \pi, [-1, 1]$$

$$|\arctan x| < \frac{\pi}{2}, \quad |\operatorname{arccot} x| < \pi, (-\infty, +\infty)$$

名师点睛

求解一般是将函数取绝对值,然后用不等式缩放法;或借助导数求最大(小)值法处理.





三、常用的奇偶函数

偶函数:	$ x $	$\cos x$	x^{2n} (n 为正整数)
奇函数:	x	$\sin x$	x^{2n+1} (n 为正整数)

名师点睛

1. 常用 $f(x) + f(-x) = 0$ 判别奇函数.
2. 偶数个奇函数之积为偶函数, 一奇一偶乘积为奇函数.
3. 定义域不关于原点对称, 则不存在奇偶性的问题.

四、双曲函数

名称	定 义	图 形
双曲正弦	$y = \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	
双曲余弦	$y = \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	





名称	定义	图形
双曲正切	$y = \operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}$	
双曲余切	$y = \operatorname{cth} x = \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x}$	

名师点睛

实际解题中常用到:

$$y' = (\operatorname{sh} x)' = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \operatorname{ch} x$$

$$y' = (\operatorname{ch} x)' = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \operatorname{sh} x$$

经典题型

【2001 年试卷二】

设 $f(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$, 则 $f\{f[f(x)]\}$ 等于

- (A) 0 (B) 1 (C) $\begin{cases} 1 & |x| \leq 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 0 & |x| \leq 1 \\ 1 & |x| > 1 \end{cases}$



【解析】 由 $|f(x)| \leq 1$, 从而 $f[f(x)] = 1$, 于是 $f\{f[f(x)]\} = 1$.

§ 1.2 极限

一、数列极限的性质

惟一性	若数列 $\{x_n\}$ 的极限存在, 则极限值是惟一的
有界性	若数列 $\{x_n\}$ 有极限, 则数列 $\{x_n\}$ 有界
保号性	如果 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, 且 $a > 0$ (或 $a < 0$), 那么存在正整数 $N > 0$, 当 $n > N$ 时, 都有 $x_n > 0$ (或 $x_n < 0$)
收敛数列与子数列的关系性	如果数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a , 那么它的任一子数列也收敛, 且极限为 a

二、函数极限的性质

惟一性	若极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 则极限值惟一
有界性	若极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 则函数在 x_0 的某一空心邻域内有界
局部保号性	如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, 而且 $A > 0$ (或 $A < 0$), 那么存在常数 $\delta > 0$, 使得当 $0 < x - x_0 < \delta$ 时, 有 $f(x) > 0$ (或 $f(x) < 0$)



函数极限 与数列极 限的关系

如果极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, $\{x_n\}$ 为函数 $f(x)$ 定义域内任一收敛于 x_0 的数列, 且满足: $x_n \neq x_0 (n \in N^+)$, 那么相应的函数值数列 $\{f(x_n)\}$ 为收敛, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

经典题型

【2002 年试卷二】

1. 设 $0 < a < b$, 证明不等式

$$\frac{2a}{a^2 + b^2} < \frac{\ln b - \ln a}{b - a} < \frac{1}{\sqrt{ab}}$$

【解析】① 先证右边不等式.

$$\text{设 } \varphi(x) = \ln x - \ln a - \frac{x-a}{\sqrt{ax}} \quad (x > a > 0)$$

$$\begin{aligned} \text{因为 } \varphi'(x) &= \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{a}{2x\sqrt{x}} \right) \\ &= -\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{a})^2}{2x\sqrt{ax}} < 0 \end{aligned}$$

故当 $x > a$ 时, $\varphi(x)$ 单调减少, 又 $\varphi(a) = 0$, 所以, 当 $x > a$ 时, $\varphi(x) < \varphi(a) = 0$, 即

$$\ln x - \ln a < \frac{x-a}{\sqrt{ax}}$$

从而当 $b > a > 0$ 时, $\ln b - \ln a < \frac{b-a}{\sqrt{ab}}$, 即

$$\frac{\ln b - \ln a}{b-a} < \frac{1}{\sqrt{ab}}$$

② 再证左边不等式.

设 $f(x) = (x^2 + a^2)(\ln x - \ln a) - 2a(x-a) \quad (x > a > 0)$,





$$\begin{aligned}\text{因为 } f'(x) &= 2x(\ln x - \ln a) + (x^2 + a^2) \frac{1}{x} - 2a \\ &= 2x(\ln x - \ln a) + \frac{(x - a)^2}{x} > 0,\end{aligned}$$

故当 $x > a$ 时, $f(x)$ 单调增加, 又 $f(a) = 0$, 所以当 $x > a$ 时, $f(x) > f(a) = 0$, 即

$$(x^2 + a^2)(\ln x - \ln a) - 2a(x - a) > 0$$

从而当 $b > a > 0$ 时, 有 $(a^2 + b^2)(\ln b - \ln a) - 2a(b - a) > 0$, 即

$$\frac{2a}{a^2 + b^2} < \frac{\ln b - \ln a}{b - a}$$

三、极限运算法则

运算类别	运算法则
无穷小的运算	有限个无穷小的和为无穷小
	有界函数与无穷小的乘积为无穷小
	常数与无穷小的乘积为无穷小
	有限个无穷小的乘积为无穷小
$\lim f(x) = A$ 与 $\lim g(x) = B$ 的运算	$\lim[f(x) \pm g(x)] = \lim f(x) \pm \lim g(x) = A \pm B$
	$\lim[f(x) \cdot g(x)] = \lim f(x) \cdot \lim g(x) = A \cdot B$
	$\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim f(x)}{\lim g(x)} = \frac{A}{B} (B \neq 0 \text{ 时})$
	$\lim[Cf(x)] = C \lim f(x) = CA$, 其中 C 为常数
	$\lim[f(x)]^n = A^n$
	如果 $f(x) \geq g(x)$, 那么 $A \geq B$

