新课程

解题方法超级宝典

CHAOJI BAODIAN

掌握 *一种* 解题方法

比做 *一百道* 题更重要

高二年级 数学

山西教育出版社

新课程

解题方法

超级宝典

XINKECHENGJIETIFANGFACHAOJIBAODIAN

高三年级 数学

主　　编　岳作仁　李冬胜　任建华

作　　者　岳作仁　任建华　姜　涛　李冬胜
　　　　　文　姗　姜桂燕　胡成海　张泽军
　　　　　李斌才　常志红　王志华　韩玉龙

山西教育出版社

图书在版编目（C I P）数据

新课程解题方法超级宝典. 高中三年级数学/岳作仁、李冬胜主编. —太原：山西教育出版社，2006. 9
ISBN 7-5440-3180-2
Ⅰ. 新… Ⅱ. ①岳…②李… Ⅲ. 数学课-高中-解题 Ⅳ. G634
中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 043943 号

新课程解题方法超级宝典. 高中三年级数学

责任编辑 康 健
助理编辑 解 红
复　　审 王佩琼
终　　审 张金柱
装帧设计 王耀斌
印装监制 贾永胜

出版发行 山西教育出版社（太原市水西门街庙前小区 8 号楼）
印　　装 太原市新华胶印厂
开　　本 787×960 1/16
印　　张 29
字　　数 719 千字
版　　次 2006 年 9 月第 1 版 2006 年 9 月山西第 1 次印刷
印　　数 1—5000 册
书　　号 ISBN 7-5440-3180-2/G·2881
定　　价 34.00 元

出版宣言

我们的口号：掌握1种解题方法比做100道题更重要！

方法是什么？

方法是攀登顶峰时你选择的最佳路径；方法是茫茫大海上引你前行的点点白帆；方法是身陷困境后突然伸出的一只援手；方法是无边沙漠中远处传来的声声驼铃；方法是皓首穷经后的会心一笑；方法是苦思冥想中的恍然大悟；方法是百思千转而获得的关键“巧解”；方法是眉头紧皱涌上心间的锦囊“妙计”……

方法是举一反三，以一当十；方法是以勤补拙，触类旁通；方法是科学高效，事半功倍；方法是以平常的付出，考出能够上北大清华的成绩。方法是你做过三道同类题后的驾轻就熟；方法是你遇到似曾相识时的推己及彼；方法是你拨开杂芜透过现象看到的本质；方法是你题海泛舟得到秘诀和启迪的片刻轻松……

正是基于这样的认识，我们在

全国范围内约请一批富有经验的知名学科老师，从现有教材尤其是新课标教材所呈现的理念内容，知识体系中，从全国数以百计的各类考试状元、竞赛获奖者的学习经验和总结提炼中，从每位老师各自数十年的教学实践和体会感受中，提纯归纳、总结升华、探索规律、凝炼方法，精心编写了这一套“新课程解题方法超级宝典”系列丛书，意在为广大中小学生提供最优质的材料、最精当的训练、最科学的思路、最实用的方法，意在使你付出一倍的汗水，取得十倍的喜悦，花同样的心血，收获骄人的成绩。

这是我们的一种理想，一种孜孜不倦的追求。究竟能实现多少，还有待广大师生试用检验。**你的建议和意见（书末附有专纸奉候）**，我们将视为珍宝，并将在以后的修订中进一步吸收消化，完善提高。你的关注和参与，将会给我们带来新的希望和动力。在你成长求知的过程中，愿我们的这本书能成为你学习路上的好伙伴，在你实现人生理想的奋斗中，愿我们的这本书能为你留下一段值得回味的美好记忆。

编委会

《新课程解题方法超级宝典》系列图书

读者编者作者交流互动平台

非常感谢您选择和使用《新课程解题方法超级宝典》系列图书，为了使本书更加完善，为了使本书能够成为您学习中更加得力的助手，为了能更加周到地为您服务，请将您阅读本书后的感受、意见、想法、建议尽快寄给我们，我们将在下一版的编写出版工作中做进一步的改进，让本书真正成为您学习中的良师益友。

1. 您是怎样得到本书的____：

A. 自己购买　B. 同学介绍　C. 老师推荐　D. 家人代购

2. 您认为本书的优点在哪里？

3. 您认为本书不足之处是什么？

4. 您从本书中学到了哪些有用的方法？还需要做哪些补充？

5. 在数、理、化的学习中你最需要哪一类的书？

您的反馈是我们的期待，您的建议是我们的宝藏，您的参与对我们很重要！您可以通过以下方式和我们取得联系：

1. 电子邮件：sxjyzjz@yahoo.com
2. 写信：山西省太原市水西门街庙前小区8号楼

   收信人：《新课程解题方法超级宝典》编辑室

   邮编：030002
3. 电话：0351—4729831

J I E T I
F A N G F A

目录

第一章　概率与统计

§1.1　随机变量

整体感悟

1. 随机变量:如果一个随机试验的结果可以用一个变量来表示,那么这样的变量就叫随机变量.常用希腊字母 ξ,η 等表示.

2. 离散型随机变量:若随机变量的所有可能取值可按一定次序一一列出,则称此随机变量为离散型随机变量.

3. 离散型随机变量的分布列:设离散型随机变量 ξ 的可能取值为 $x_1,x_2,\cdots,x_i,\cdots,\xi$ 取每个值 x_i 的概率为 $P(\xi=x_i)=p_i$,则称表

ξ	x_1	x_2	$\cdots$	x_i	$\cdots$
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_i	$\cdots$

为随机变量 ξ 的概率分布,简称为 ξ 的分布列.

离散型随机变量分布列的性质:

(1) $1\geqslant p_i\geqslant 0\ (i=1,2,\cdots)$;

(2) $p_1+p_2+\cdots+p_i+\cdots=1$.

4. 常见的离散型随机变量的分布列

(1)二项分布

在独立重复试验中,每次试验只有两个结果 A 或 $\bar{A}$,且 $P(A)=p$.ξ 为 n 次试验中 A 发生的次数,则 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	$\cdots$	k	$\cdots$	n
P	$C_n^0p^0(1-p)^n$	$C_n^1p(1-p)^{n-1}$	$C_n^2p^2(1-p)^{n-2}$	$\cdots$	$C_n^kp^k(1-p)^{n-k}$	$\cdots$	$C_n^np^n(1-p)^0$

则称 ξ 服从二项分布,记作 $\xi\sim B(n,p)$.

(2)几何分布

在独立重复试验中,每次试验只有两个结果 A 或 $\bar{A}$,且 $P(A)=p$.ξ 为 A 第一次发生时已进行的试验次数,则 ξ 的分布列为

ξ	1	2	…	k	…
P	p	$(1-p)p$	…	$(1-p)^{k-1}p$	…

则称 ξ 服从几何分布，记作 $g(k,p)=(1-p)^{k-1}p\ (k=1,2,\cdots)$.

5. 离散型随机变量的期望与方差

设离散型随机变量 ξ 的分布列为

ξ	x_1	x_2	…	x_i	…
P	p_1	p_2	…	p_i	…

则称：$x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_ip_i+\cdots$ 为 ξ 的期望，记作 $E\xi$，期望 $E\xi$ 反映随机变量 ξ 取值的平均水平.

称：$(x_1-E\xi)^2p_1+(x_2-E\xi)^2p_2+\cdots+(x_i-E\xi)^2p_i+\cdots$ 为随机变量 ξ 的方差，记作 $D\xi$，称 $\sqrt{D\xi}$ 为随机变量 ξ 的标准差.

方差与标准差都反映了 ξ 取值的波动大小.

期望与方差的性质

若 $\eta=a\xi+b$，则 $E\eta=aE\xi+b$，$D\eta=a^2D\xi$.

二项分布的期望与方差

若 $\xi\sim B(n,p)$，则 $E\xi=np$，$D\xi=npq\ (q=1-p)$.

几何分布的期望与方差

若 ξ 服从几何分布，$g(k,p)=(1-p)^{k-1}p$，

则 $E\xi=\dfrac{1}{p}$，$D\xi=\dfrac{q}{p^2}\ (q=1-p)$.

6. 求离散型随机变量分布列的步骤：

(1) 确定随机变量 ξ 的所有可能取值 x_i；

(2) 求 ξ 取每个值的概率 $P(\xi=x_i)=p_i$.

7. 解决问题所使用的数学思想方法：转化与化归的思想方法.

典例精析

例1 (2004·襄樊模拟)随机变量 ξ 的概率分布为 $P(\xi=n)=\dfrac{a}{n(n+1)}(n=1,2,3,4)$，其中 a 是常数，则 $P\left(\dfrac{1}{2}<\xi<\dfrac{5}{2}\right)$的值为 ( )

A. $\dfrac{2}{3}$　B. $\dfrac{3}{4}$　C. $\dfrac{4}{5}$　D. $\dfrac{5}{6}$

思维过程

思路>> 由分布列的性质求出 a 的值，再利用随机变量在某范围内取值的概率等于这一范围内各个

值的概率的和求解.

解>> 由 $P(\xi=1)+P(\xi=2)+P(\xi=3)+P(\xi=4)=1$,

即 $\frac{1}{2}a+\frac{1}{6}a+\frac{1}{12}a+\frac{1}{20}a=1$,得 $a=\frac{5}{4}$.

$\because\ \frac{1}{2}<\xi<\frac{5}{2}$, $\therefore\ \xi=1,2$,

$\therefore\ P\left(\frac{1}{2}<\xi<\frac{5}{2}\right)=P(\xi=1)+P(\xi=2)=\frac{1}{2}\times\frac{5}{4}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{4}=\frac{5}{6}$.

思维迁移

利用离散型随机变量分布列的两条性质可求出其中参数的取值,也可利用性质去检查所求分布列是否正确.

随机变量在某范围内取值的概率等于它在这一范围内取各种值的概率的和.

思维体验★

1. 设随机变量 ξ 的概率分布为 $P\left(\xi=\frac{k}{5}\right)=ak(k=1,2,3,4,5)$.

(1)求 a 的值;

(2)求 $P\left(\xi\geqslant\frac{3}{5}\right)$;

(3)求 $P\left(\frac{1}{10}<\xi<\frac{7}{10}\right)$.

2. (2004 · 广州模拟)已知某离散型随机变量 ξ 的数学期望 $E\xi=\frac{7}{6}$,ξ 的分布列如下:

ξ	0	1	2	3
P	a	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	b

则 $a=$________.

提示与答案>>1. (1)由 $a+2a+3a+4a+5a=1$,得 $a=\frac{1}{15}$.

(2)$P\left(\xi\geqslant\frac{3}{5}\right)=1-P\left(\xi\leqslant\frac{2}{5}\right)=1-\left(\frac{1}{15}+\frac{2}{15}\right)=\frac{4}{5}$.

(3)$P\left(\frac{1}{10}<\xi<\frac{7}{10}\right)=P\left(\xi=\frac{1}{5}\right)+P\left(\xi=\frac{2}{5}\right)+P\left(\xi=\frac{3}{5}\right)=\frac{1}{15}+\frac{2}{15}+\frac{3}{15}=\frac{2}{5}$.

2. 由 $\begin{cases}E\xi=1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{6}+3\times b=\frac{7}{6},\\ a+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+b=1,\end{cases}$ 得 $a=\frac{1}{3}$.

例2　(2003 · 黄冈模拟)已知 $\xi\sim B(n,p)$,$E\xi=8$,$D\xi=1.6$,则 n 与 p 的值分别为　(　　)

A. 100 和 0.88　　B. 20 和 0.4

C. 10 和 0.2　　D. 10 和 0.8

思维过程

思路>> 利用二项分布的期望和方差公式.

解>> $\begin{cases} E\xi = np = 8, \\ D\xi = np(1-p) = 1.6, \end{cases}$ 得 $p = 0.8, n = 10$.

故选 D.

思维迁移

满足二项分布和几何分布的随机变量是两种常见的离散型随机变量,利用它们的期望与方差公式既可以在已知分布列的条件下求期望与方差,也可以在已知期望和方差的条件下求待定的参数.

思维体验★

1. 已知随机变量 ξ 服从二项分布 $\xi \sim B\left(6, \frac{1}{3}\right)$,则 $P(\xi = 2) =$ ( )

A. $\frac{3}{16}$　　B. $\frac{4}{243}$　　C. $\frac{13}{243}$　　D. $\frac{80}{243}$

2. 如果 $\xi \sim B\left(20, \frac{1}{3}\right)$,则 $P(\xi = k)$ 取最大值的 k 值是________.

提示与答案>> 1. $P(\xi = 2) = C_6^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{80}{243}$. 选 D.

2. 由 $\begin{cases} P(\xi = k) = C_{20}^k\left(\frac{1}{3}\right)^k \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{20-k} \geqslant P(\xi = k-1) = C_{20}^{k-1}\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1}\left(\frac{2}{3}\right)^{20-(k-1)}, \\ P(\xi = k) = C_{20}^k\left(\frac{1}{3}\right)^k \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{20-k} \geqslant P(\xi = k+1) = C_{20}^{k+1}\left(\frac{1}{3}\right)^{k+1}\left(\frac{2}{3}\right)^{20-(k+1)}, \end{cases}$

得 $\begin{cases} 21 - k \geqslant 2k, \\ 20 - k \leqslant 2(k+1), \end{cases}$ 即 $6 \leqslant k \leqslant 7$.

$\therefore$ $k = 6$ 或 7.

例3 从一批有10个合格品与3个次品的产品中,一件一件地抽取产品,设各个产品被抽取到的可能性相同.在下列三种情况下,分别求出直到取出合格品为止所需抽取的次数 ξ 的分布列.

(1)每次取出的产品都不放回此批产品中;

(2)每次取出的产品都立即放回此批产品中,然后再取出一件产品;

(3)每次取出一件产品后总以一件合格品放回此批产品中.

思维过程

思路>> (1)因为有3件次品,故最多抽4次可抽到正品.所以,ξ 的取值为1,2,3,4,利用等可能事件概率公式求取各值的概率.

(2)因为是有返回抽取,所以每次抽取到合格品的概率均为 $\frac{10}{13}$,ξ 为第一次取到合格品的抽取次数,故为几何分布.

(3)次品个数不增加,故最多4次可取到合格品,ξ 的所有取值为1,2,3,4.再用等可能事件概率公式求

取各值的概率.

解>>(1)ξ 的分布列为

ξ	1	2	3	4
P	$\frac{10}{13}$	$\frac{5}{26}$	$\frac{5}{143}$	$\frac{1}{286}$

$P(\xi=1)=\frac{10}{13}$,$P(\xi=2)=\frac{3}{13}\times\frac{10}{12}=\frac{5}{26}$,

$P(\xi=3)=\frac{3}{13}\times\frac{2}{12}\times\frac{10}{11}=\frac{5}{143}$,$P(\xi=4)=\frac{3}{13}\times\frac{2}{12}\times\frac{1}{11}\times\frac{10}{10}=\frac{1}{286}$.

(2)ξ 的分布列为

ξ	1	2	3	…	n
P	$\frac{10}{13}$	$\frac{3}{13}\times\frac{10}{13}$	$\left(\frac{3}{13}\right)^2\times\frac{10}{13}$	…	$\left(\frac{3}{13}\right)^{n-1}\times\frac{10}{13}$

(3)ξ 的取值为 1,2,3,4.

$P(\xi=1)=\frac{10}{13}$,$P(\xi=2)=\frac{11}{13}\times\frac{3}{13}=\frac{33}{13^2}$,

$P(\xi=3)=\frac{3}{13}\times\frac{2}{13}\times\frac{12}{13}=\frac{72}{13^3}$.

$P(\xi=4)=\frac{3}{13}\times\frac{2}{13}\times\frac{1}{13}\times\frac{13}{13}=\frac{6}{13^3}$.

ξ	1	2	3	4
P	$\frac{10}{13}$	$\frac{33}{13^2}$	$\frac{72}{13^3}$	$\frac{6}{13^3}$

思维迁移

求随机变量分布列首先要确定 ξ 的所有可能取值,这需对 ξ 表示的试验结果做仔细的分析方能确定;其次要求每个取值的概率,这要对 ξ 等于此值时对应的事件是什么样的事件进行分析,而后应用所学的概率知识求解.

思维体验★

1.(2005·丰台模拟)一出租车司机从饭店到火车站途中要通过 6 个交通岗,假设他在各交通岗遇红灯这一事件是相互独立的,并且概率都是 $\frac{1}{3}$.

(1)求这位司机遇到红灯前,已经通过两个交通岗的概率;

(2)求这位司机在途中遇到红灯次数 ξ 的分布列.

2.(2004·黄冈模拟)袋中有 4 个黑球,3 个白球,2 个红球,从中任取 2 个球.已知每取到一个黑球得 0 分,每取到一个白球得 1 分,每取到一个红球得 2 分.用 ξ 表示任取 2 个球的得分.求 ξ 的分布列.

提示与答案>>1.(1)$p=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{4}{27}$.

(2)ξ 的取值为 0,1,2,3,4,5,6.

ξ 服从二项分布,即 $\xi \sim B\left(6,\frac{1}{3}\right)$.

其分布列为

ξ	0	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{64}{729}$	$\frac{64}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{160}{729}$	$\frac{20}{243}$	$\frac{4}{243}$	$\frac{1}{729}$

2. ξ 的可能取值为 0,1,2,3,4.

ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$

例1 (2003·天津模拟)有 A、B 两个口袋,A 袋中有 6 张卡片,其中 1 张写有 0,2 张写有 1,3 张写有 2;B 袋中有 7 张卡片,其中 4 张写有 0,1 张写有 1,2 张写有 2. 从 A 袋中取 1 张卡片,B 袋中取 2 张卡片,共 3 张卡片.

求:(1)取出的 3 张卡片都写有 0 的概率;

(2)取出的 3 张卡片数字之积为 4 的概率;

(3)取出的 3 张卡片数字之积的数学期望.

思维过程

思路>>(1)利用独立事件积的概率公式.

(2)将所求事件用已有事件的和表示.

(3)先求分布列.

解>>(1)$P=\frac{C_1^1}{C_6^1}\cdot\frac{C_4^2}{C_7^2}=\frac{1}{21}$.

(2)$P=\frac{C_2^1C_2^2+C_3^1C_1^1C_2^1}{C_6^1C_7^2}=\frac{4}{63}$.

(3)设 ξ 为取出的 3 张卡片的数字之积,则 ξ 的分布列为

ξ	0	2	4	8
P	$\frac{37}{42}$	$\frac{2}{63}$	$\frac{4}{63}$	$\frac{1}{42}$

$E\xi=0\times\frac{37}{42}+2\times\frac{2}{63}+4\times\frac{4}{63}+8\times\frac{1}{42}=\frac{32}{63}$.

思维迁移

求数学期望与方差的关键是求出分布列,分布列中 ξ 取各值的概率等价于一些事件的概率,因此确定 ξ 取每个值相应的事件是至关重要的.

思维体验★

1. (2005 · 北京东城模拟)一种电路控制器在出厂时每四件一等品装成一箱，工人在装箱时不小心把两件二等品和两件一等品装入了一个箱子，为了找出该箱中的二等品，现逐一取出进行测试.

(1)求前两次取出的都是二等品的概率；

(2)求第二次取出的是二等品的概率；

(3)随机变量ξ表示第二个二等品被取出时共取出的件数. 求ξ的分布列及数学期望.

2. (2005 · 北京西城模拟)从6名男同学和4名女同学中随机选出3名同学参加一项竞技测试，每位同学通过测试的概率为0.7.

求：(1)选出的三位同学中至少有一名女同学的概率；

(2)选出的三位同学中同学甲被选中且通过测试的概率；

(3)设选出的三位同学中男同学的人数为ξ，求ξ的概率分布和数学期望.

提示与答案>>1. (1)$\frac{C_2^1C_2^1}{A_4^4}=\frac{1}{6}$. (2)$\frac{C_2^1A_3^3}{A_4^4}=\frac{1}{2}$.

(3)ξ的分布列为

ξ	2	3	4
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$

$\therefore\quad E\xi=2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{2}{6}+4\times\frac{3}{6}=\frac{10}{3}$.

2. (1)$1-\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{5}{6}$.

(2)$\frac{C_9^2}{C_{10}^3}\times0.7=0.21$.

(3)ξ的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{30}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

$E\xi=0\times\frac{1}{30}+1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{6}=1.8$.

例2 (2005 · 宣武模拟)设在12个同类型的零件中有2个次品，抽取3次进行检验，每次抽取一个，并且取出不再放回. 若以ξ和η分别表示取出次品和正品的个数.

(1)求ξ的分布列、期望及方差；

(2)求η的分布列、期望及方差.

思维过程

思路>>(1)ξ的取值为0,1,2;利用等可能事件概率求ξ取各个值的概率.

(2)$\eta=3-\xi$，据此求分布列，利用期望、方差的性质，求η的期望和方差.

解>>(1)$P(\xi=0)=\frac{A_{10}^3}{A_{12}^3}=\frac{6}{11}$,

$P(\xi=1)=\frac{C_3^1C_2^1A_{10}^2}{A_{12}^3}=\frac{9}{22}$,

$P(\xi=2)=\frac{C_3^2A_2^2A_{10}^1}{A_{12}^3}=\frac{1}{22}$.

∴ ξ 的分布列为

ξ	0	1	2
P	$\frac{6}{11}$	$\frac{9}{22}$	$\frac{1}{22}$

∴ $E\xi=0\times\frac{6}{11}+1\times\frac{9}{22}+2\times\frac{1}{22}=\frac{1}{2}$.

$D\xi=\left(0-\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{6}{11}+\left(1-\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{9}{22}+\left(2-\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{22}$

$=\frac{15}{44}$.

(2)∵ $\eta=3-\xi$,

∴ η 的分布列为

η	3	2	1
P	$\frac{6}{11}$	$\frac{9}{22}$	$\frac{1}{22}$

∴ $E\eta=E(-\xi+3)=-E\xi+3=-\frac{1}{2}+3=\frac{5}{2}$,

$D\eta=D(-\xi+3)=(-1)^2D\xi=\frac{15}{44}$.

思维迁移

若 ξ 为随机变量,则 $f(\xi)$ 也为随机变量.据此,在已知 ξ 的分布列的条件下,可由 $P(\xi=k)=P[f(\xi)=f(k)]$ 去求出 $f(\xi)$ 的分布列.

对期望和方差,利用性质 $E(a\xi+b)=aE\xi+b$ 和 $D(a\xi+b)=a^2D\xi$ 比直接利用定义去求要简便得多.

思维体验★

1. 已知随机变量 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

求 $\eta=3\xi^2+1$ 的分布列.

2. 一个袋子里装有大小相同的 3 个红球和 2 个黄球,从中同时取出 2 个.

(1)求其中含有红球数 ξ 的数学期望;

(2)若每取到一个红球可得到100元,那么可得金额的期望是多少?

提示与答案>>1. η的分布列为

η	1	4	13	28
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

2. (1)ξ的分布列为

ξ	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

$E\xi=\frac{6}{5}$.

(2)可得金额的期望为$E(100\xi)=100E\xi=120$(元).

例6 (2004·湖北)某突发事件,在不采取任何预防措施的情况下发生的概率为0.3,一旦发生,将造成400万元的损失.现有甲、乙两种相互独立的预防措施可供采用,单独采用甲、乙预防措施所需的费用分别为45万元和30万元,采用相应预防措施后此突发事件不发生的概率分别为0.9和0.85.若预防方案允许甲、乙两种预防措施单独采用、联合采用或不采用,请确定预防方案,使总费用最少.

(总费用=采取预防措施的费用+发生突发事件损失的期望值)

思维过程

思路>>共有4种可能性:(1)不采用预防措施;(2)采用甲预防措施;(3)采用乙预防措施;(4)联合采用甲、乙两种预防措施.每种情况下求出发生事故损失的期望,再进行比较.

解>>(1)不采用预防措施,总费用为　$0+400\times0.3=120$(万元);

(2)单独采用措施甲,总费用为　$45+400\times0.1=85$(万元);

(3)单独采用措施乙,总费用为　$30+400\times0.15=90$(万元);

(4)联合采用甲、乙两种预防措施,总费用为

$45+30+400\times(1-0.9)(1-0.85)=81$(万元).

综上,可知选择联合采取甲、乙两种预防措施,可使总费用最少.

思维迁移

利用离散型随机变量的期望与方差可解决一些实际问题.一般应先分析题意,明确题目欲求的是期望还是方差,在此基础上将题中考查的数量指标用随机变量表示,把实际问题转化为随机变量的期望和方差.

思维体验★

1. (2004·宜昌模拟)据统计,一年中一个家庭万元以上财产被窃的概率为p,保险公司开办一年期万元以上家庭财产保险业务,参加者需交保险费a元.若一年之内,万元以上财产被窃,则保险公司赔偿A元($A>a$).

(1)写出以保险公司的效益额ξ作为随机变量的分布列;