

GANGJUEGOU
DEPINGMIANWAWENDING

钢结构
的平面外稳定

童根树 著

中国建筑工业出版社

DEPINGMANWAWENDING

钢结构
的平面外稳定

童根树 著

中国建筑工业出版社

TU391.3

9

2007



图书在版编目 (CIP) 数据

**钢结构的平面外稳定/童根树著. —北京: 中国建
筑工业出版社, 2006**

ISBN 978-7-112-08712-9

**I. 钢... II. 童... III. 钢结构—结构稳定性—研
究 IV. TU391**

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 126819 号

钢结构的平面外稳定

童根树 著

*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京西郊百万庄)

新华书店 经销

北京永峰印刷有限公司制版

世界知识印刷厂印刷

*

开本: 787 × 1092 毫米 1/16 印张: 24 字数: 580 千字

2007 年 1 月第一版 2007 年 1 月第一次印刷

印数: 1—3000 册 定价: 46.00 元

ISBN 978-7-112-08712-9

(15376)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本社网址: <http://www.cabp.com.cn>

网上书店: <http://www.china-building.com.cn>

本书论述了薄壁构件稳定理论的现状，系统介绍了薄壁构件线性理论，均匀受力下薄壁构件的弯扭屈曲，介绍了板件的线性屈曲理论，截面的屈曲以及工字钢梁腹板在各种应力状态下的屈曲。由简单到复杂，推导了薄壁梁的总势能和弯扭失稳的平衡微分方程，介绍了简支梁和悬臂梁的临界弯矩，发展了薄壁构件弯扭屈曲的一般理论。研究了侧向支撑梁和柱的屈曲，特别是论述了隅撑—檩条支撑体系对梁或柱的支撑作用，设置水平隅撑的钢吊车梁的稳定性，与吊车桥架相互支撑的吊车梁的稳定性，两跨连续吊车梁的稳定性等等。论述了薄壁构件弹性弯扭非线性分析的刚体检验，发展了非线性分析理论和弹性非线性分析的有限元方法和程序，提供了两种最常用薄壁梁柱节点中梁柱之间翘曲位移的传递规律。对变截面梁的弯扭屈曲提出了计算公式，特别对上翼缘有楼板刚性铺板支撑的梁的畸变屈曲进行了理论分析，提出了设计建议和构造措施。

本书可作为结构工程专业的硕士和博士研究生参考教材，也可供工程力学以及桥梁造船和机械工程专业学生参考。简支和连续吊车梁、楔形变截面梁稳定性计算一系列新的公式、隅撑—檩条支撑体系下梁柱弯扭屈曲计算方法、框架梁负弯矩区稳定的计算公式，可以提供工程技术人员应用。

* * *

责任编辑：赵梦梅

责任设计：赵明霞

责任校对：张景秋 张虹

前　　言

钢材强度高，延性好，是优良的建筑结构材料。由于经过复杂炼制工艺才能获得钢材，因此钢材的应用应该精打细算，在满足安全性要求的前提下，减小单位建筑面积的用钢量应该是每一个结构设计人员追求的目标。为了节省用钢量，实际工程中的钢构件相对于混凝土构件要细长和薄壁。细长和薄壁的结构容易发生失稳现象，对稳定理论的掌握是做好钢结构设计的关键。

近十年来钢结构在我国得到广泛的应用，作为钢结构应用基础的“钢结构稳定理论”也得到快速的发展。有些成果已经反映在《钢结构设计规范》（GB 50017—2003）中，有些则在国内外的期刊学报上零星地出现。在薄壁构件的弯扭失稳的理论和应用方面，几十年来，各国学者进行了大量的研究，零散地提出了解决某个具体问题的理论，但这些理论之间存在不统一的观点，导致了许多国家规范、行业标准和重要著作之间的不一致。本书第1章对薄壁构件稳定理论的发展进行了回顾，依据经典的稳定问题的变分原理，对各种理论进行了比较。由于阅读这些内容需要对薄壁构件理论有比较全面的了解，第1.3节的内容只适合学习完本书以后再参考。

第2章介绍了经典的开口和闭口薄壁构件线性理论，利用薄壁中面微元体的平衡条件，补充推导了任意开口薄壁截面上的横向正应力的表达式，并研究了横向正应力对截面强度的影响。研究了加强工字形截面抗扭能力的措施。

第3章介绍了均匀受力的压杆、梁和压弯杆的扭转屈曲和弯扭屈曲。本章的理论特别提出屈曲前截面上的应力，其方向随屈曲后纤维方向改变而变化这样一个观点，并依此思想统一了各种构件的弯扭屈曲理论的推导方法。本章提供了各种问题的临界荷载的解，并且对任意截面的双向压弯构件，提供了一个精确解。

与其他著作在介绍完弯扭失稳理论及其各种解答和应用后，再介绍板件屈曲理论的编排不同，本书第4章首先介绍板件的屈曲理论。这是因为，在截面上存在剪应力的情况下，剪应力对弯扭屈曲的影响需要从板件屈曲理论来理解。本书的薄壁构件弯扭屈曲的系统理论，均以板件的屈曲理论作为基础。本章介绍了截面作为整体的局部屈曲，对轮压作用下工字钢梁腹板内的应力分布，各种应力作用下考虑翼缘对腹板约束的腹板局部屈曲提供了精度很高的计算公式。

利用壳体有限元方法对单轴对称截面简支梁的屈曲进行了分析，与现有各种理论进行

了对比。根据稳定问题的变分原理，本书摒弃荷载的非线性功的概念，引入横向正应力的非线性应变能，提出了薄壁受弯构件弯扭屈曲问题的新的总势能。利用它，对承受各种荷载的简支梁和悬臂梁的弯扭屈曲进行了分析。分析了目前各种理论对同样问题得到不同临界弯矩的原因，将理论与试验结果进行了比较。特别在第6章，借助悬臂梁端部承受弯矩时的屈曲这一古老问题的求解，详细讨论了弯矩作为一种荷载的保守和非保守性质，为第12章的非线性分析理论打下基础。

第7章建立了任意截面薄壁构件弯扭失稳的一般理论，分别采用了能量法和假想荷载法进行推导，还采用了壳体理论的表述方法。特别是本书的假想荷载法，引入了微元体侧面剪应力和横向正应力对假想荷载的贡献，从而完善了假想荷载法。

接下来的4章是弯扭屈曲理论的各种应用。第8章对侧向支撑梁的弯扭失稳进行研究，提出了完全支撑和非完全支撑的概念，介绍了相互支撑的梁的屈曲和剪切膜支撑的平行梁系的屈曲，特别对轻钢厂房中的隅撑—檩条支撑体系对门式刚架斜梁的约束作用进行了分析和举例，提出了计算长度取值的具体要求。第9章则对吊车梁的稳定性进行特别的关注，研究了支承桥式吊车的两根吊车梁的相互支援，简支吊车梁设水平隅撑后的稳定性。第10章是两跨连续梁在移动荷载作用下的屈曲，为连续吊车梁的应用提供了稳定性计算的方法。第11章则对侧向支撑压杆的弯扭失稳进行了分析，提出了支撑的有效性问题，顺便解决了单角钢压杆跨中仅在一个肢平面内有侧向支承的屈曲问题，对隅撑—墙檩条体系对刚架柱稳定性的影响问题也进行了分析，提出了设计建议。

第12章详细地讨论了建立薄壁构件弯扭弹塑性非线性大变形分析理论的刚体检验要求，提出了为满足刚体检验要求而必需的、对第7章的弯扭屈曲理论的应变能补充项，提出了完整的基于UL描述法(Updated Lagrangian Formulation，现时拉格朗日格式)的薄壁构件弹塑性及几何非线性大变形分析的变分原理。推导了有限元分析的物理刚度矩阵、几何刚度矩阵。基于第6章介绍的弯矩的特殊性质，补充了节点弯矩几何刚度矩阵，给出了非线性分析的增量—迭代过程中不平衡力的计算方法。对特征值问题，总结了简化的刚度矩阵。在第15章介绍了有限元法的计算机实施问题，结合广义刚度参数法和最小不平衡位移准则的荷载增量策略以及塑性应变增量可逆的要求，对工字形截面薄壁构件的弹塑性大变形编制了有限元分析程序，并提供了算例。

对于有限元分析应用于空间钢框架，还需要解决有限元分析中翘曲未知量(扭转角的导数)的整体坐标转换问题，第13和14章提供了两种常用梁柱节点的柱端翘曲位移和梁端翘曲位移的关系。

第16章详细推导了楔形变截面构件的弯扭屈曲理论，对弯矩线性变化的楔形变截面梁的临界弯矩，提出了一个计算公式。

最后对上翼缘有混凝土楼板刚性约束的工字钢梁在负弯矩区的畸变屈曲问题进行了分析，提出了稳定性计算公式，并且还对避免畸变屈曲提出了构造措施。

通过本书对薄壁构件弯扭屈曲理论的详尽论述，读者可以认识到，线性理论中因为量级小而被忽略的应力分量，在失稳问题中是不能轻易地被忽略的。这种观点不仅在本书的薄壁构件弯扭失稳的研究中取得了成功，而且其在圆弧拱在径向保向压力下的弯曲失稳问题中的应用，使我们得到了正确的临界荷载。

本书既有很强的理论性，也有很强的实用性，是为结构工程专业研究生的《薄壁结构

稳定》课程而总结的，适宜的课时是35个，重点介绍第2~6章，第7~11章、第13~17章是泛读内容，第12章则是为钢结构专业博士研究生准备的。书中附有大量参考文献供读者继续查阅。

在本书出版之际，向张磊和任涛博士、颜潇潇、朱群红、林南昌、夏俊等同学表示感谢，在作者的指导下，他们对本书的部分章节涉及的内容进行了仔细研究，特别是张磊博士，对发现横向正应力在弯扭屈曲问题中的影响起了重要作用。他们获得的成果对于完善钢结构稳定理论，拓展稳定理论的应用，促进人们对特定结构体系稳定性的认识、改善钢结构构件和结构的设计和分析方法具有重要的价值。

童根树

2006年7月12日于浙江大学

目 录

第1章 绪论

1. 1 薄壁构件的工程应用	1
1. 2 薄壁构件的弯扭失稳	2
1. 2. 1 薄壁构件稳定理论的发展	3
1. 2. 2 薄壁构件稳定性的分析方法	3
1. 2. 2. 1 屈曲分析	3
1. 2. 2. 2 非线性分析	4
1. 3 薄壁构件稳定理论的现状分析	4
1. 3. 1 背景	4
1. 3. 2 薄壁构件稳定理论的研究现状	6
1. 3. 2. 1 Bleich 及传统理论	6
1. 3. 2. 2 不完整的非线性力学的方法	9
1. 3. 2. 3 Pi & Trahair 及相关方法	9
1. 3. 2. 4 假定中面总剪应变为零的方法	10
1. 3. 2. 5 考虑中面的非线性剪切应变能的方法	11
1. 3. 2. 6 假想荷载法	12
1. 3. 3 现有理论的主要问题	13
1. 3. 3. 1 初应力问题的变分原理	13
1. 3. 3. 2 屈曲问题的变分原理	14
1. 3. 3. 3 存在的主要问题	14
1. 4 本书的主要内容	15
参考文献	16

第2章 任意开口薄壁构件的线性理论 23

2. 1 引言	23
2. 2 任意开口薄壁截面构件的弯曲	24
2. 2. 1 坐标系	24
2. 2. 2 基本假定	25

2.2.3 弯曲时的正应力	25
2.2.4 弯曲时的剪应力	25
2.2.5 剪切中心	26
2.3 薄壁截面构件的自由扭转和翘曲变形	29
2.4 开口薄壁截面构件的约束扭转	31
2.5 开口薄壁截面构件的弯曲和扭转联合作用	33
2.5.1 纵向位移和线性应变	33
2.5.2 微元体的应力及其平衡状态	34
2.5.3 弯曲理论和扭转理论公式的汇总和比较	36
2.5.4 势能表达式	37
2.6 横向正应力对薄壁构件强度的影响	38
2.6.1 工字形截面上横向正应力的分布	38
2.6.2 横向正应力对截面强度的影响	41
2.7 次翘曲	44
2.8 闭口薄壁截面构件弯曲时的剪应力及其剪切中心	45
2.9 闭口薄壁截面构件的自由扭转和翘曲变形	47
2.10 闭口薄壁截面构件的约束扭转	48
2.11 开口和闭口薄壁截面梁抗扭计算算例	50
2.12 工字形梁端部的翘曲加强	51
2.12.1 端板和端部管件对梁翘曲变形的约束	51
2.12.2 梁端侧板的翘曲约束	52
参考文献	57
第3章 压杆和压弯杆的弯扭失稳	59
3.1 轴压杆的扭转失稳	59
3.1.1 Wagner 效应和扭转屈曲微分方程	59
3.1.2 边界条件非齐次的压杆的扭转屈曲	60
3.1.3 残余应力对于压杆扭转屈曲的影响	62
3.2 单轴对称截面压杆的弯扭屈曲	63
3.3 无对称轴截面压杆的弯扭屈曲	65
3.4 单轴对称截面压弯杆的弯扭屈曲	68
3.5 任意截面双向压弯构件的二阶弹性分析	69
3.5.1 平衡微分方程	69
3.5.2 两端铰支双向压弯构件的求解	70
3.5.3 承载力的上限	75
参考文献	77
第4章 板件和薄壁截面的线性屈曲理论及其应用	78
4.1 板件屈曲的平衡微分方程	78
4.1.1 薄板弯曲理论简单回顾	78

4.1.2 板件的屈曲平衡微分方程	79
4.2 纵向均匀受压板件的屈曲	81
4.2.1 四边简支板	81
4.2.2 两纵边一边简支一边自由的板件	82
4.2.3 其他边界条件下板件的屈曲	83
4.2.4 双向受压四边简支板的屈曲	84
4.3 板屈曲问题的总势能及其变分	84
4.4 能量法应用举例	86
4.4.1 三边简支、一纵向边自由的板承受纵向均布压应力	86
4.4.2 四边简支矩形板纯剪时的屈曲	87
4.4.3 矩形板非均匀压缩失稳	89
4.4.4 轴压和剪切的联合作用	90
4.4.5 其他联合作用情况	90
4.5 截面的局部屈曲	91
4.5.1 工字形截面轴压杆的局部屈曲	91
4.5.2 箱形截面的局部屈曲	93
4.5.3 T形截面的局部屈曲	94
4.6 工字钢梁腹板的剪切屈曲	97
4.6.1 分析方法介绍	97
4.6.2 两边简支、两边固支矩形板的剪切屈曲分析	97
4.6.3 三边简支、一边固支矩形板	98
4.6.4 工字梁腹板的剪切屈曲	99
4.6.4.1 有限元模型介绍	99
4.6.4.2 约束参数 β 的确定	99
4.6.4.3 工字梁腹板的剪切屈曲系数	100
4.7 吊车梁腹板局部承压应力分析	102
4.7.1 引言	102
4.7.2 理论分析	103
4.7.2.1 数值分析模型	103
4.7.2.2 弹性地基梁理论分析	104
4.7.2.3 参数影响分析	105
4.7.2.4 回归公式	107
4.7.3 承压应力在腹板内的分布	108
4.7.3.1 承压应力沿高度的变化	108
4.7.3.2 承压应力在腹板计算高度边缘沿梁纵向的分布	109
4.8 局部荷载作用下工字梁腹板的弹性屈曲分析	110
4.8.1 问题背景	110
4.8.2 四边简支板的屈曲分析	110

4.8.3 两横向边简支、两纵向边固支的矩形板	111
4.8.4 三边简支、一边固支矩形板	112
4.8.5 工字梁腹板在局部荷载作用下的弹性屈曲	113
4.9 工字梁腹板在轮压荷载作用下的弹性屈曲	115
4.9.1 工字梁腹板计算高度边缘竖向压应力的分布参数	115
4.9.2 简支矩形板	115
4.9.3 两横向边简支、两纵向边固支的矩形板	118
4.9.4 工字梁腹板弹性屈曲系数	118
参考文献	119
第5章 受弯薄壁构件的弯扭屈曲理论	122
5.1 引言	122
5.2 板件有限元屈曲分析的结论	123
5.2.1 单元及有限元模型介绍	123
5.2.2 分析结果比较	125
5.3 薄壁截面梁的弯扭屈曲理论的推导	128
5.4 平衡微分方程及其边界条件	131
5.5 简支梁的临界弯矩	132
5.5.1 纯弯简支梁	132
5.5.2 承受均布荷载的简支梁	133
5.5.3 承受跨中集中荷载的简支梁	135
5.6 不等端弯矩作用下简支梁的弯扭屈曲	135
5.6.1 双轴对称截面梁的等效弯矩系数 C_1	135
5.6.2 单轴对称截面梁的等效弯矩系数 C_1	137
参考文献	139
附录 A 工字形截面梁横向正应力的截面积分	140
第6章 工字形截面悬臂梁的弹性稳定	142
6.1 引言	142
6.2 悬臂梁总势能的不同表达形式	143
6.2.1 传统理论中悬臂梁的总势能	143
6.2.2 第二种理论的悬臂梁弯扭屈曲总势能	143
6.2.3 本书的悬臂梁弯扭屈曲理论	144
6.3 总势能差异对应于不同的荷载作用方式	144
6.3.1 悬臂梁在纯弯下的屈曲	144
6.3.2 保守的力矩和非保守的力矩	146
6.3.3 横向荷载下单轴对称截面悬臂梁的屈曲及其试验	148
6.4 双轴对称截面悬臂梁的临界荷载	151
6.4.1 横向荷载作用于截面的剪心	151
6.4.2 荷载作用点沿高度变化的影响	152

参考文献	154
第7章 开口薄壁构件弯扭屈曲一般理论	156
7.1 引言	156
7.2 任意开口薄壁构件的非线性理论	156
7.2.1 薄壁构件的位移	156
7.2.2 任意开口薄壁构件的应变	157
7.2.3 虚功方程	158
7.2.4 薄壁构件几何非线性问题的总势能	162
7.3 薄壁构件几何非线性问题的假想荷载法	163
7.3.1 薄板单元体的假想荷载	163
7.3.2 假想荷载法的基本方程	164
7.3.2.1 x 方向的假想分布荷载 q_x	165
7.3.2.2 y 方向的假想分布荷载 q_y	166
7.3.2.3 对剪切中心的假想分布扭矩 m_z	167
7.3.2.4 非线性微分方程	168
7.3.3 外荷载的非线性功不能引入总势能的解释	168
7.4 壳体理论的推导方法	169
7.4.1 坐标和位移	169
7.4.2 有限应变的表达式	170
7.4.3 壳体内力	171
7.4.4 总势能	174
参考文献	176
第8章 侧向支撑梁的屈曲	178
8.1 引言	178
8.2 跨中侧向支撑梁的屈曲	178
8.2.1 临界方程	178
8.2.2 完全支撑的门槛刚度	181
8.2.2.1 仅设置扭转支撑	182
8.2.2.2 仅设置侧向支撑	182
8.2.2.3 侧向和扭转支撑同时设置	184
8.2.3 非完全支撑时的临界弯矩	185
8.2.3.1 仅设置扭转支撑	185
8.2.3.2 仅设置侧向支撑	186
8.2.3.3 侧向和扭转支撑同时设置	187
8.3 均匀受力相互支撑的平行梁系的屈曲	188
8.3.1 临界方程	188
8.3.2 $n=2$ 的平行梁系	189
8.3.3 $n \geq 3$ 的平行梁系	192

8.4 由剪切膜相互支撑的平行梁系的屈曲	194
8.5 隅撑-檩条体系支撑的梁的弯扭屈曲	196
8.5.1 隅撑-檩条支撑体系的约束刚度分析	196
8.5.2 弯扭稳定分析	197
8.5.3 算例	198
参考文献	199
第9章 简支吊车梁的弹性稳定	201
9.1 引言	201
9.2 纯弯下平行梁系的屈曲	202
9.3 跨中集中力作用下平行梁系的屈曲	204
9.3.1 双轴对称截面梁荷载作用于剪心时的屈曲荷载	204
9.3.2 单轴对称截面梁的临界弯矩表达式	204
9.3.3 最不利情况下的临界弯矩	206
9.4 平行梁系临界弯矩相关关系的近似表达式	209
9.5 均布荷载作用下平行梁系的稳定性	209
9.6 水平隅撑支撑的简支梁的屈曲	210
9.6.1 初步分析	211
9.6.2 计算公式的提出	212
9.6.3 公式精度的验证	213
9.7 钢梁的弹塑性稳定系数	216
参考文献	217
第10章 连续梁在移动荷载下的屈曲	219
10.1 引言	219
10.2 计算公式的提出	220
10.2.1 单跨荷载下连续梁的屈曲	220
10.2.2 两跨荷载相同时连续梁的屈曲荷载	221
10.2.3 公式结果与有限元结果的比较	222
10.2.4 两跨荷载不相同时连续梁的临界荷载	223
10.3 荷载作用的不利位置	226
10.3.1 一台吊车荷载作用	226
10.3.2 两台吊车荷载组合	228
10.4 连续吊车梁稳定性计算的实现	235
10.5 采用连续吊车梁的效益分析	236
参考文献	238
第11章 侧向支撑压杆的弯扭屈曲	239
11.1 引言	239
11.2 偏心支撑的双轴对称截面压杆的弯扭屈曲	240
11.2.1 屈曲方程	240

11.2.2 计算结果及其分析	241
11.2.2.1 情况1: $P_{Ey2} < P_{\omega 1}$	242
11.2.2.2 情况2: $P_{\omega 2} < P_{Ey1}$	244
11.2.2.3 情况3: $P_{Ey1} < P_{\omega 1} < P_{Ey2} < P_{\omega 2}$ 或 $P_{Ey1} < P_{\omega 1} < P_{\omega 2} < P_{Ey2}$	245
11.2.2.4 情况4: $P_{\omega 1} < P_{Ey1} < P_{\omega 2} < P_{Ey2}$	247
11.3 斜平面内侧向支撑压杆的屈曲	248
11.4 K形支撑的塔架主角钢压杆计算长度	250
11.4.1 $K_z = 0, K = \infty$ 时的计算长度系数 $\mu_{\omega 0}$	251
11.4.2 $K_z = \infty, K = \infty$ 时的计算长度系数 $\mu_{\omega 0}$	253
11.4.3 $K = \infty, K_z$ 为有限值时的情形	253
11.4.4 对计算结果的进一步讨论	254
11.5 横条—隅撑体系支撑的压杆的弯扭屈曲	255
11.6 由剪切膜相互支撑的压弯杆的屈曲	256
参考文献	257
第12章 薄壁构件的非线性有限元理论	258
12.1 引言	258
12.2 非线性有限元的基本理论	259
12.2.1 T.L 格式和 U.L 格式	259
12.2.2 U.L 格式的增量方程	260
12.3 薄壁构件的非线性有限元理论	261
12.3.1 坐标系统	261
12.3.2 非线性分析的刚体检验	262
12.3.3 虚功方程的刚体检验—考察自然边界条件	263
12.3.4 满足刚体检验的应变能	266
12.3.5 荷载功	267
12.3.6 弹塑性大变形分析的虚功原理	270
12.3.7 位移模式	272
12.3.8 单元刚度矩阵和等效节点力的积分表达式	272
12.3.9 单元刚度矩阵	273
12.3.9.1 单元的物理刚度矩阵	274
12.3.9.2 单元几何刚度矩阵1	276
12.3.9.3 单元几何刚度矩阵2	278
12.3.9.4 杆端力矩和节点力几何刚度矩阵	278
12.3.9.5 内力等效节点力	280
12.3.9.6 外荷载的等效节点力	283
12.3.9.7 向形心坐标系的转换	284
12.4 弹性屈曲问题-特征值法	285
12.4.1 特征值法的基本原理	285

12.4.2 弹性阶段的单元刚度矩阵	285
12.4.3 算例验证	287
参考文献	288
附录 A 刚度矩阵中的系数矩阵	290
附录 B 薄壁构件非线性分析的总势能补充项的推导	292
第 13 章 翘曲位移在标准梁柱节点的传递	296
13.1 引言	296
13.2 梁与柱强轴相连时节点的翘曲位移传递分析	297
13.2.1 翘曲双力矩作用下梁柱截面扭转变形分析	297
13.2.2 节点翘曲位移传递的处理方法	299
13.2.3 各种分析方法结果的比较	300
13.2.3.1 有限元程序实现方法	300
13.2.3.2 建议模型和板壳有限元方法结果的比较	301
13.3 梁与柱弱轴相连时节点的翘曲位移传递分析	303
参考文献	306
第 14 章 翘曲位移在斜向加劲梁柱节点的传递	309
14.1 引言	309
14.2 双力矩作用下梁柱截面扭转变形分析	309
14.3 梁柱节点处双力矩和翘曲自由度关系的推导	310
14.3.1 节点几何关系计算	311
14.3.2 梁柱翼缘及斜向加劲肋的扭矩值计算	312
14.3.3 梁柱双力矩和翘曲自由度的关系	312
14.4 解析法和其他分析方法结果的比较	314
14.4.1 解析解	314
14.4.2 梁柱等截面垂直相连时的结果比较	315
14.4.3 梁柱不等截面垂直相连时的结果比较	316
14.4.4 梁有倾角时的结果比较	316
14.5 程序实现方法	317
14.5.1 程序处理方法	317
14.5.2 程序方法算例	318
参考文献	319
附录 A 工字形截面歪曲变形时翼缘的扭矩	320
第 15 章 工字形截面构件的非线性有限元分析	321
15.1 引言	321
15.2 几何非线性问题的迭代策略	321
15.2.1 Newton-Raphson 法的迭代公式	321
15.2.2 增量-迭代策略	322
15.2.2.1 基本迭代方法	322

15.2.2.2 荷载步和迭代步的荷载增量策略	324
15.3 应力-应变关系的求解	325
15.3.1 截面积分点	325
15.3.2 应力增量的确定	325
15.3.3 应力-应变关系的程序实现	327
15.4 空间坐标转换	328
15.5 算法实现的步骤	331
15.6 算例分析	332
15.6.1 弹性大变形问题	332
15.6.2 弹塑性大变形问题	334
参考文献	335
第16章 楔形变截面梁的弹性弯扭屈曲	337
16.1 楔形变截面构件的应力	337
16.1.1 坐标系	337
16.1.2 正应力及其合力	338
16.1.3 横向荷载作用下的剪应力	339
16.1.4 横向正应力	341
16.2 楔形变截面梁弯扭屈曲时的线性应变能	342
16.2.1 变截面梁的自由扭转	342
16.2.2 变截面梁的翘曲扭转	343
16.2.3 绕弱轴的弯曲	345
16.3 楔形变截面梁弯扭屈曲时的非线性应变能	345
16.3.1 非线性应变	345
16.3.2 纵向应力的非线性正应变能	347
16.3.3 剪应力的非线性应变能	347
16.3.4 横向正应力的非线性应变能	348
16.4 楔形变截面梁段的弯扭屈曲	349
16.4.1 弯扭屈曲的总应变能	349
16.4.2 楔形变截面梁段的弯扭屈曲计算	350
参考文献	352
第17章 框架梁负弯矩区下翼缘的屈曲	354
17.1 引言	354
17.2 弹性畸变屈曲	356
17.2.1 纯弯下的弹性临界荷载	356
17.2.2 考虑支承条件的修正	359
17.2.3 弯矩线性变化的修正	359
17.2.4 弹塑性畸变屈曲	361
17.3 阻止畸变失稳的构造措施	362

17.3.1 欧洲规范 EC4 规定的可以不验算畸变失稳的构造措施	362
17.3.2 设置横向加劲肋	362
17.4 有轴力作用的梁	364
参考文献	365