



21世纪高等教育标准教材

运筹学

樊 瑛 主编



FE 东北财经大学出版社
Dongbei University of Finance & Economics Press

21 世纪高等教育标准教材

OPERATION RESEARCH

运筹学

樊瑛 主编

FE 东北财经大学出版社
Dongbei University of Finance & Economics Press

大 连

© 樊 瑛 2006

图书在版编目 (CIP) 数据

运筹学 / 樊瑛主编. — 大连 : 东北财经大学出版社, 2006. 11
21 世纪高等教育标准教材
ISBN 7 - 81084 - 916 - 6

I. 运… II. 樊… III. 运筹学 - 高等学校 - 教材 IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 072116 号

东北财经大学出版社出版

(大连市黑石礁尖山街 217 号 邮政编码 116025)

总 编 室: (0411) 84710523

营 销 部: (0411) 84710711

网 址: <http://www.dufep.cn>

读者信箱: dufep@dufe.edu.cn

大连业发印刷有限公司印刷

东北财经大学出版社发行

幅面尺寸: 185mm × 260mm

字数: 486 千字

印张: 20 1/4

印数: 1—5 000 册

2006 年 11 月第 1 版

2006 年 11 月第 1 次印刷

责任编辑: 谭焕忠

责任校对: 刘咏宁 惠恩乐

封面设计: 冀贵收

版式设计: 孙 萍

定价: 30.00 元

总 序

我国高等教育改革经过几年的努力,已经取得了阶段性进展,一个新型的高等教育体制的轮廓、雏形展现在我们面前。其主要表现在:(1)改革不适应社会主义市场经济体制走向的教育管理体制,改变了过去高等教育管理体制条块分割、单科性学校较多的格局。除少数几个部委继续管少数院校外,国务院的 40 多个部委已不再管理学校。(2)为体现优势互补、强强联合的精神,改善科类过于单一的现象,一些院校合并到综合大学,包括财经类的金融和财政类比较近类的学校也做了合并;教育部颁布实施了新的《普通高等学校本科专业目录》,专业做了很大调整,数量有所减少。(3)1999 年党中央、国务院召开全国教育工作会议。会议动员全党全国人民以提高民族素质和创新能力为重点,全面推进素质教育,将推进素质教育提高到政府行为的高度。教育部在制定“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系计划”时,也提出了加强素质教育的思想内容。

教育管理体制改革打破了原来高等教育教材编写体制和教材出版发行市场体制;学校合并和专业调整使高等教育课程设置和课程体系发生变化,教材会出现过剩和短缺并存的现象,结构必须调整;培养目标模式的转变,要求高等教育教材内容体系不但要重视知识的传授,而且要重视能力的培养和素质的提高。

为了适应高等教育改革的需要,我们组织编写了“21 世纪高等教育标准教材”。本系列教材注意吸收国内外教学和科研的最新研究成果,充分体现科学性、思想性、先进性和稳定性,并努力在教材内容和体系上有所创新,力求较原有同类教材有较大的提高。

我们期望,本丛书的出版能对我国高等教育质量的提高,为培养更多、更好适应社会经济发展和社会主义市场经济新形势的人才做出一定的贡献。

21 世纪高等教育标准教材

编写组

2006 年 6 月

前 言

运筹学是当今社会现代化管理的有效工具,已经成为经济管理专业普遍开设的一门重要的专业基础课。

本书从经管类人员应具备的知识、能力出发,系统介绍了线性规划、目标规划、动态规划、层次分析法、决策与对策、投入产出分析、网络上的优化方法的基本理论和方法。内容力图从管理学和经济学的角度来介绍概念、方法和模型,并且侧重于应用,对理论并不要求证明,避免过多的数学推导。运用较多的算例和实例来说明模型的建立和求解的步骤,每一章都附有在经济管理中应用的案例。每章后均有适量的练习题,以便复习巩固、加深理解所学的知识。

本书是为经管类专业及相关专业本科生“运筹学”课程编写的教材,也可以作为其他层次学生的参考书,还可以供实际工作部门人员的需要。

本书是根据作者从事有关运筹学的授课经验编写的。作者在编写本书的过程中参考了近年来国内外相关的教材和文献,并引用了其中部分内容,许多资料及出处未能在书中一一注明,谨此致谢!编写过程中张鹏、刘娜、贾炜、王进良、程洁、李晓佳做了资料整理等工作,在此一并感谢!

由于编者水平有限,书中有不妥和错误之处,恳请读者批评指正。

编者
2006年6月

目 录

1	第一章 概 论
1	第一节 运筹学概述
5	第二节 运筹学的思想方法
8	第三节 运筹学的发展概况
12	第四节 运筹学的应用实例
17	练习题
18	第二章 线性规划
18	第一节 线性规划的数学模型
24	第二节 线性规划的原理
27	第三节 单纯形法
42	第四节 对偶问题
54	第五节 灵敏度分析
61	第六节 运输问题
80	第七节 线性规划的应用
90	练习题
100	综合练习题
107	第三章 目标规划
109	第一节 目标规划的模型
113	第二节 目标规划的图解法
115	第三节 目标规划的单纯形法
120	第四节 目标规划的计算机程序法
121	第五节 目标规划的应用
127	练习题
131	第四章 动态规划
131	第一节 动态规划的发展及基本概念
135	第二节 动态规划的思想与模型

139	第三节	动态规划的基本定理
154	第四节	动态规划的应用
169		练习题
172	第五章	层次分析法
172	第一节	层次分析法的基本原理
177	第二节	层次分析法的步骤
183	第三节	层次分析法的应用
193		练习题
196	第六章	决策与对策
196	第一节	决策的基本知识
201	第二节	不确定型决策
204	第三节	风险型决策
211	第四节	效用理论
219	第五节	贝叶斯公式
224	第六节	对策
235		练习题
239	第七章	投入产出分析
239	第一节	投入产出概述
241	第二节	投入产出表和方程
250	第三节	投入产出分析的应用
266		练习题
267	第八章	网络上的优化问题
268	第一节	网络的基本知识
271	第二节	最小支撑树
280	第三节	最短路
295	第四节	最大流
304	第五节	最小费用最大流
309		练习题
316		参考文献

第一章

概 论

第一节 运筹学概述

运筹学是近半个世纪以来发展起来的一门现代学科,它在生产管理、工程技术管理、经济管理以及社会科学管理中都有着广泛的应用,随着我国市场经济体系的建立,管理将越来越成为国力强盛、企业生存和发展的关键所在。而有效的管理必须建立在科学决策的基础上,运筹学正是一门这样的学科,它为人们提供了一系列数学方法,管理人员可以在组织管理中利用这些方法来制定目标优化的最佳方案,从而为作出最终决策提供科学依据。

运筹学,英文原名为 Operations Research 或 Operational Research(缩写为 OR),可翻译为“运用研究”或“作业研究”,由于运筹学涉及的主要是管理问题,研究手段主要是建立数学模型,并较多地运用各种数学工具,因此曾有人将运筹学称作“管理数学”。1957 年我国从“运筹帷幄之中,决胜于千里之外”(出自《史记·高祖本纪》)这句古语中摘取“运筹”两字,将 O. R. 正式译作“运筹学”,这个名称比较恰当地反映了这门学科的性质和内涵。

运筹学是一门应用各种数学方法来研究各种系统最优化问题的学科。顾名思义,运筹学就是对如何“运作”进行研究的一门科学,但至今运筹学并无一个统一的定义。西方学者莫斯(P. M. Morse)和金博尔(Kimball)的定义是:“运筹学是为决策机构在对其控制下的业务活动进行决策时,提供以数量化为基础的科学方法。”在《大英百科全书》中定义为:“运筹学是一门应用于管理有组织系统的科学”,“运筹学为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具”。我国《辞海》(1979 年版)中释义为:“运筹学主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达有关运用、筹划与管理方面的问题,它根据问题的要求,通过数学的分析与运算,作出综合性的合理安排,以达到较经济较有效地使用人力物力。”中国大百科全书的释义为:“用数学方法研究经济、民政和国防等部门在内外环境的约束条件下合理分配人力、物力、财力等资源,使实际系统有效运行的技术科学,它可以用来预测发展趋势,制定行动规划或优选可行方案。”(自动控制与系统工程卷,1991 年版)《中国企业管理百科全书》(1984 年版)中定义为:“应用分析、试验、量化的方法,对经济管理系统中人、财、物等有限资源进行统筹安排,为决策者提供有依据的最优方案,以实现最有效的管理。”

运筹学采用定量化的方法为管理决策提供科学依据,由于其涉及的主要领域是管理问题,它采用的研究方法是先应用数学语言来描述实际系统,再建立相应的数学模型,然后用数学方法进行定量研究和分析,据此求得模型的最优解,可供管理人员和决策人员作参考。

运筹学与其他自然科学明显的区别在于它研究的对象是“事”而不是“物”。它揭示的是事的内在规律,研究的是如何把事办得更好,因此也有人称运筹学为“事理科学”。“事”是相对“物”存在的,物是看得见、摸得着的实实在在的东西,而事是指有人参与的活动,是看不见、摸不着的。物的运动有明显的规律性,人们比较容易认识它,大量的关于物的科学构成了自然科学的主体;而事有明显的权变性,不同的人办相同的事可能得到不同的结果,

因此,人们长期以来认为如何办事属于经验和艺术的范畴,不存在普遍的规律性。在20世纪之前,事的复杂性并不突出,人们也没有必要去寻找如何办事的科学。工业革命发生之后,事情发生了明显的变化,由于科学技术的加速发展,使人们面临的事物越来越复杂,人们无法再凭单纯的经验对如此复杂的系统进行管理。由于组织内与日俱增的复杂性和专业化的突现,从而产生了新的学科——运筹学的发展。

人们认识和实践的对象包含物和事两个方面:物是“硬件”,如企业的厂房、设备和原料,战争中的军队和武器;事是“软件”,如企业的管理方法、战争中的战法和战略。很明显,硬件只有在软件的配合下才能发挥出更大的作用。物有物理,事有事理,事的权变性不可能取消它的规律性,只是它更复杂,更难被认识而已。运筹学的分析表明,许多看起来毫不相关的事,背后都被共同的规律支配着。一旦人们认识这些规律之后,就掌握了如何办事的主动权,“事在人为靠运筹”说的就是这个道理。

运筹学的开拓者大都是自然科学家和数学家,良好的科学训练使他们意识到事理科学的存在,并将它们发掘出来。他们把自然科学方法应用到对事的规律的分析上,创造出运筹学的分析方法,成功地完成了对事的内在规律的形式化、定量化的描述,建立起可以研究和应用的理论框架。

运筹学的研究内容是在需要对有限的资源进行分配时,作出人机系统最优设计和操作的科学决策;其研究的核心是将科学方法应用到对具体事物的分析中去;其研究对象是各种社会系统,既可对新系统进行优化设计,又可对已有系统研究最佳运营问题;其目的是制定合理的运用人力、物力和财力的最优方案,为决策者提供科学决策的依据。因此,从方法论上讲,运筹学和一些相邻学科有着密切的关系。例如,人们常常把运筹学和管理科学联系在一起。然而,管理科学涵盖的领域要比运筹学更宽一些。可以说,运筹学是管理科学最重要的组成部分。再例如,运筹学与系统科学、系统分析、工业工程等学科也有很多共同之处,但它们涉及的面要比运筹学窄一些。

运筹学研究的特点可以简单地归纳如下:

1. 科学性和综合性,运筹学研究是建立在科学的基础上的。运筹学研究的科学性表现在两个方面:首先,它是在科学方法论的指导下通过一系列规范化步骤进行的;其次,它是广泛利用多种学科的科学知识进行的研究。运筹学研究是一种综合性的研究,它要涉及问题的方方面面,应用多种学科的知识,体现出其跨学科性,例如,它不仅仅涉及数学,还要涉及经济科学、系统科学、工程物理科学等其他学科。

2. 实践性,运筹学是一门实践的科学,它完全是面向应用的。离开实践,运筹学就失去了存在的意义。运筹学以实际问题为分析对象,通过鉴别问题的性质、系统的目标以及系统内主要变量之间的关系,利用数学方法达到对系统进行优化的目的。更为重要的是分析获得的结果要能被实践检验,并被用来指导实际系统的运行。运筹学已被广泛应用于工商企业、军事部门、民政事业等研究组织内的统筹协调问题,故其应用不受行业、部门的限制;运筹学既对各种经营进行创造性的科学研究,又涉及到组织的实际管理问题,它具有很强的实践性,最终应能向决策者提供建设性意见,并应收到实效。

3. 系统性,运筹学研究问题是从系统的观点出发,研究全局性的问题,研究综合优化的规律,它是系统工程的基础。系统的整体优化是运筹学系统性的一个重要标志。一个系统(如企业经营管理信息系统)一般由很多子系统组成,运筹学不是对每一个子系统的每一个决策行为孤立地进行评价,而是把相互影响的各方面作为统一体,从总体利益的观点

出发,寻找一个优化协作的方案。所以它也可看成是一门优化技术,提供的是解决各类问题的优化方法。

运筹学的研究方法有:(1)从现实生活场合抽出本质的要素来构造数学模型,因而可寻求一个跟决策者的目标有关的解;(2)探索求解的结构并导出系统的求解过程;(3)从可行方案中寻求系统的最优解法。

运筹学的具体内容包括:按照所解决的问题的性质差异可将实际问题归结为不同类型的数学模型,而这些各异的数学模型就构成了运筹学的各个分支,主要的分支有:

(一)线性规划(linear programming)

线性规划的主要研究内容:在经营管理中如何有效地利用现有的人力、物力和财力来完成更多的任务,或在预定的任务目标下,如何耗用最少的人力、物力、财力去实现。此类统筹规划的问题需要用数学语言来表达,首先根据问题的具体目标来选取适当的变量,通过用变量的函数形式(称为目标函数)来表达出该问题的目标,然后用有关变量的等式或不等式(称为约束条件)来表达出对该问题的限制条件。当变量连续取值,且目标函数和约束条件的表达式均为线性时,则称这类模型为线性规划的模型。对线性规划进行建模是相对简单的,有通用的算法和较成熟的计算机软件,它也是运筹学中应用最为广泛的一个分支。用线性规划求解的典型问题包括运输问题、生产计划问题、下料问题、混合配料问题等等。有些规划问题的目标函数是非线性的,往往在求解中可采用分段线性化等方法使其转化为线性规划问题。

(二)非线性规划(nonlinear programming)

非线性规划的主要研究内容:如果在以上线性规划模型中目标函数或约束条件不全是线性的,则对该类问题的研究就构成了非线性规划分支。由于大多数工程物理量的表达式是非线性的,因此,非线性规划在各类工程的优化设计中得到较多的应用,它是优化设计的有力工具。

(三)动态规划(dynamic programming)

动态规划的主要研究内容:有些管理活动是由一系列的阶段组成的,在每个阶段依次进行决策,而且上一阶段的输出状态即是下一阶段的输入状态,各阶段的决策之间是互相关联的,因而构成了一个多阶段决策过程。动态规划就是研究多阶段决策过程最优化问题的运筹学分支。具体来说就是研究多阶段决策过程的总体优化,即从系统总体出发,要求各阶段决策所构成的决策序列使得目标函数值达到最优。

可以将上述线性规划、非线性规划、动态规划统称为规划论。

(四)图论与网络分析(graph theory and network analysis)

图论与网络分析的主要研究内容:生产管理中经常遇到工序间的合理衔接问题,设计中经常遇到研究各种管道、线路的负载能力以及仓库、附属设施的布局等问题。把这些问题的研究对象抽象为顶点,对象之间的联系抽象为边,则点、边的集合就构成图。图论是研究顶点和边所组成的图形的数学理论和方法,而图是网络分析的基础,如果根据研究的具体网络对象(如铁路网、电力网、通信网等)赋予图中各边某个具体的参数(如时间、流量、费用、距离等)并指定了起点、中转点和终点,称这样的图为网络图。网络分析主要是利用图论方法来研究各类网络结构和流量的优化分析,还包括利用网络图形来描述一项工程中各项作业的进度和结构关系,以便对工程进度进行优化控制。此分支通过对图和网络性质及优化的研究解决了设计与管理中的实际问题。

(五) 存储论(inventory theory)

存储论的主要研究内容:为了保证企业生产的正常进行,需要有一定数量的原材料和零部件的储备,以调节供需之间的不平衡。在实际问题中需求量可能是个常数,也可能是服从某一分布的随机变量;每次订货需要一定费用,提出订货后货物可以一次到达,也可以分批到达;从提出订货到货物的到达可能是即时的,也可能是需要一个周期的(提前订货期);某些情况下允许缺货,有些情况则不允许缺货。存储论就是研究在各种供应和需求的条件下,应当在什么时间,提出多大的订货批量来补充储备,使得用于采购、存储和由可能发生的短缺导致的费用损失的总和为最少等问题。

(六) 排队论(queueing theory)

排队论的主要研究内容:在生产和生活中存在着大量有形和无形的拥挤和排队现象。排队系统由服务机构(服务员)及被服务的对象(顾客)组成。一般顾客的到达及服务员用于对每位顾客的服务时间是随机的,服务员可以是一个或多个,在多个情况下又可分为平行或串联排列。排队按一定规则进行,有等待制、损失制、混合制等。排队论就是一种研究排队服务系统工作过程优化的数学理论和方法。它通过找出这类系统工作特性的数值,即在顾客不同输入、各类服务时间的分布、不同服务员数以及不同排队规则情况下,排队系统的工作性能和状态,来为设计新的服务系统和改进现有系统提供数量依据。工业企业生产中多台设备的看管、机修服务等都属于这类服务系统。

(七) 对策论(game theory)

对策论的主要研究内容:多用于具有对抗局势的模型。在该类模型中,参与对抗的各方(称为局中人)均有一组策略可供选择,当各局中人分别采用不同策略时,对应一个收益或需要支付的函数。在社会、经济、管理等与人类活动有关的系统中,各局中人都按照各自的利益和知识进行对策,每个人都力求扩大自己的利益,但又无法精确地预测其他局中人的行为对策,他们之间还可能玩弄花招,制造假象。对策论就是为局中人在这种高度不确定和充满竞争的环境中,提供一套完整的、定量化的和程序化的选择策略的理论和方法。它已应用于商品、消费者、生产者之间的供求平衡分析,利益集团的协商和谈判,以及军事上各种作战模型的研究等。

(八) 决策论(decision theory)

决策论的主要研究内容:为最优地达到目标,依据一定的准则,对若干备选行动的方案进行抉择。随着科学技术的发展,生产规模和人类社会活动的扩大,不断要求用科学的决策来代替经验决策,即实行科学的决策程序,采用科学的决策技术和具有科学的思维方法。在决策过程中一般包括:形成决策问题,即提出方案,确定目标和效果的度量;确定各方案对应的结果以及出现的概率;确定决策者对不同结果的效用值;综合评价,作出方案的取舍。决策论就是对整个决策过程中涉及的问题进行综合研究,以便确定决策准则,并选择最优的决策方案。

综上所述,运筹学的内容有数学规划、运输问题、图与网络分析、排队论、存储论、决策论和对策论等,其中数学规划又包括线性规划、整数规划、非线性规划、目标规划和动态规划等。虽然运筹学包括的内容较多,但是它们有两个共同的特点:一是以全局最优作为研究问题的出发点;二是通过建立数学模型,运用优化技术求得系统最佳的运营方案。

本书作为一本面向经济管理、财经、工科等有关专业的学习者的教材,注重数学模型与实例相结合,力求通过理论与实例的结合使读者学会对实际问题的分析、研究和建立数学模

型,掌握解决问题所需要的数学概念和解题技巧。此外本书中涉及的运筹学的思想和方法都是基本的,尽量避免难度很大的数学论证,但考虑到学习运筹学的大多数读者在微积分、线性代数、概率论等方面已具备一定的基本知识,因此对于运筹学中的基本概念、基本理论、数学运算以及逻辑推理等方面仍然给予了足够的重视,以便学习运筹学的读者加深理解,掌握必要的相关知识。鉴于目前计算机技术的迅速发展及其与运筹学发展和应用的紧密联系,本书也特别注意在讲清楚运筹学诸分支的数学模型、基本概念、基本理论、计算方法的同时,介绍相应的计算机软件程序,重点放在用计算机处理运筹学的方法上,使其更具有实际应用的价值。

第二节 运筹学的思想方法

运筹学是一门应用科学,具有多学科交叉的特点,如综合运用经济学、心理学、物理学、化学中的一些方法。此外运筹学研究注重系统的整体观念,其中系统是指由相互关联、相互制约、相互作用的一些部分组成的具有某种功能的有机整体。如一个企业的运营管理系统是由很多子系统组成的,包括生产、技术、供应、销售、财务等,每个子系统的工作好坏,都会直接影响企业经营管理的好坏。同时,各子系统的目标往往不一致,生产部门希望尽量提高劳动效率,增大产品产量;销售部门要求产品适销对路,小批量多花色品种;而财务部门强调减少库存,加速资金周转速度以降低成本等。在应用中运筹学不是对各子系统的决策行为孤立评价,而是把有关子系统相互关联的决策结合起来考虑,而且还要弄清问题所处的环境和制约条件,包括时间、地点、资金、原材料、设备、人力、能源、动力、信息、技术等环境和约束条件,以及要处理问题的主要因素与各种环境和约束条件之间的逻辑关系,即把相互影响和制约的各个方面作为一个统一体,从系统的整体利益出发,来寻求一个优化协调的方案。

应用运筹学处理问题的实质是建立和使用模型,也就是研究运筹学的人员同其他行业的专家在一起,发挥各自的专业特长,从不同角度出发共同针对问题的性质来商讨问题的处理方法,并建立相应的运筹学模型,以寻求问题的最优解答。应当指出,为制定决策提供科学依据是运筹学应用的核心,而建立模型则是运筹学方法的精髓。因此,学习运筹学需要掌握的最重要技巧就是提高对运筹学数学模型的表达、运算和分析的能力。

一、模型简介

模型是指为了特定目的,研究者对客观现实经过思维抽象后用文字、图表、符号、关系式以及实体模样描述所认识的客观对象的一种结构。模型中的有关参数和关系式是较容易改变的,这样便于对问题的分析和研究。此外,利用模型可以进行一定的预测、灵敏度分析等。

运筹学研究的模型主要为抽象模型—数学模型。数学模型的基本特点是可以利用一些数学关系(如数学方程、逻辑关系等)来描述被研究对象的实际关系(如技术关系、物理定律、外部环境等)。利用模型进行研究有以下优点:

(1)在建立模型的过程中,需要对被研究系统进行深入细致的分析,可加强人们对系统的了解和把握;

(2)模型可以更加全面地描述一个复杂的系统,并揭示系统的一些用其他方法不可能

发现的内在联系;

(3)利用模型,人们可以对系统进行多种试验分析,而这种分析是不可能利用实际系统完成的。

一般来说,模型有三种基本形式:①形象模型;②模拟模型;③符号或数学模型,目前用得最多的是符号或数学模型。数学模型是对系统行为的一种定量描述和本质抽象,它包含常数、参数、变量和函数关系,由目标和限制条件构成。目标一般是要求某个或某些评价函数最佳(极大或极小)或满意,限制条件根据问题的性质和决策者的意愿确定,常称为约束条件。若模型不含随机因素,称它为确定性模型,否则称为非确定性模型。当变量只取离散值时,称它为离散模型,否则称为连续模型。如果按照用途来划分,有运输模型、分配模型、设备更新模型、排队模型、存储模型等。按研究对象分,则有宏观经济模型、教育模型、能源模型、社会模型、人口模型、生态环境模型、管理模型等。

构建模型是一种创造性的劳动,成功的模型往往是科学和艺术的结晶,建模的方法和思路大致有以下五种:

1. 直接分析法。

按照研究者对于问题内在机理的认识直接构造模型,可利用已有的成形模型。在运筹学中有不少现存的模型,如线性规划模型、投入产出模型、排队模型、存储模型、决策和对策模型等。这些模型都有很好的求解方法和求解的软件,但利用这些模型研究问题时要注意不能生搬硬套。

2. 类比法。

对某些问题可以类比地用已知的模型来建模,虽然建模的方法不同,但模型的结构性质是类同的,这就可以互相类比。如物理学中的机械系统、气体动力学系统、水力学系统、热力学系统及电路系统之间就有不少彼此类同的现象,甚至有些经济系统、社会系统也可以用物理系统进行类比,像经济学中研究货币的转移模型时就可以类比于气体分子的碰撞模型。在分析一些经济、社会问题时,不同国家之间有时也可以找出某些类比的现象。

3. 数据分析法。

对有些问题的机理尚未了解清楚,若能搜集到与此问题密切相关的大量数据,或通过某些试验来获得大量数据,就可以用统计分析法进行建模。

4. 试验分析法。

当有些问题的机理不清,又不能靠做大量试验来获取数据,此时只能通过做局部试验的数据加上分析来构造模型。

5. 构想法。

当有些问题既不清楚其机理,又缺少数据,还不能做试验来获得数据时,如一些社会、经济、军事问题,人们只能在已有的知识、经验和某些研究的基础上,对于未来可能发生的情况给出逻辑上合理的设想和描述,然后用已有的方法构造模型,并不断修正完善,直至比较满意为止。

二、运筹学的工作步骤

任何一门学科从研究范畴上大致都可分为以下四个方面:从观察现象得到的结果和进行这种观察所需要的特殊方法;理论或模型的建立;将理论与观察相结合,并从结果得到预测;将这些预测同新的观察相比较,并加以证实。运筹学也不例外,它围绕着模型的建立、修

正和实施,对实际问题的研究步骤可分为以下步骤(见图 1—1):

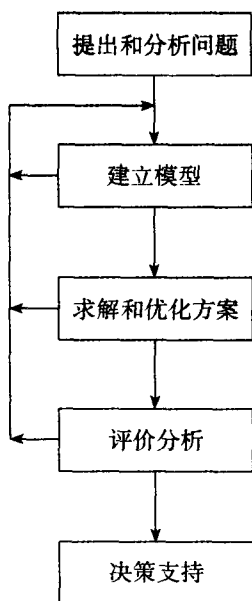


图 1—1

第一步,提出和分析问题。

任何决策问题在进行定量分析前,必须先认真地进行定性分析。一是要确定决策目标,明确主要应决策什么,选取上述决策时的有效性度量,以及在对方案比较时这些度量的权衡;二是要辨认哪些是决策中的关键因素,在选取这些关键因素时存在哪些资源或环境的限制。分析时往往先提出一个初步的目标,通过对系统中各种因素和相互关系的研究,使这个目标进一步明确化。此外还需要同有关人员进一步讨论,明确有关研究问题的过去与未来,问题的边界、环境以及包含这个问题在内的更大系统的有关情况,以便在对问题的表述中明确要不要把整个问题分成若干较小的子问题。在上述分析的基础上,可以列出表述问题的各种基本要素,包括哪些是可控的决策变量,哪些是不可控的变量,确定限制变量取值的各种工艺技术条件,以及确定对方案进行优化和改进的目标。

第二步,建立模型。

模型是对现实世界的事物、现象、过程或系统的简化描述或其部分属性的模仿,是对实际问题的抽象概括和严格的逻辑表达。模型表达了问题中可控的决策变量、不可控变量、工艺技术条件及目标有效度量之间的相互关系。模型的正确建立是运筹学研究中的关键一步,对模型的研制是一项艺术,它是将实际问题、经验、科学方法三者有机结合的创造性工作。建立模型的好处,一是使问题的描述高度规范化,掌握其本质规律。如管理中,对人力、设备、材料、资金的利用安排都可以归纳为所谓资源的分配利用问题,可建立起一个统一的规划模型,而对规划模型的研究代替了对一个个具体问题的分析研究。二是建立模型后,可以通过输入各种数据资料,分析各种因素同系统整体目标之间的因果关系,从而确立一套逻辑的分析问题的程序方法。三是建立系统的模型为应用电子计算机来解决实际问题架设起了桥梁。建立模型时既要尽可能包含系统的各种信息资料,又要抓住问题本质的因素。一般建模时应尽可能选择建立数学模型,即用数学语言和符号描述的模型。但有时问题中的各种关系难于用数学语言描绘,或问题中包含的随机因素较多,也可以建立起一个模拟的模型,即将问题的因素、目标及运行时的关系用逻辑框图的形式表示出来。

第三步,求解和优化方案。

用数学方法或其他工具(如编写程序)对模型求解,根据问题要求的不同,可求出最优解、次最优解或满意解;依据对解的精度要求及算法上实现的可能性,又可区分为精确解和近似解等。近年来,出现的启发式算法和一些软件计算方法为一些结构复杂的运筹学模型的求解提供了有力的工具。当求解出现问题时,返回提出问题和建模阶段。

第四步,评价分析。

将实际问题的数据资料代入模型,找出精确或近似的解毕竟是模型的解。为了检验得到的解是否正确,常采用回溯的方法。将历史的资料输入模型,研究得到的解与历史实际的符合程度,以判断模型是否正确。当发现有较大误差时,要将实际问题同模型重新对比,检查实际问题中的重要因素在模型中是否已考虑,检查模型中各公式的表达是否前后一致,当输入发生微小变化时检验输出变化的相对大小是否合适,当模型中各参数取极值时检验问

题的解,还要检查模型是否容易求解,并在规定时间内算出所需的结果等等,以便发现问题进行修正。

任何模型都有一定的适用范围,模型的解是否有效,要首先注意模型是否继续有效,并依据灵敏度分析的方法,确定最优解保持稳定时的参数变化范围。一旦外界条件参数变化超出这个范围时,及时对模型和导出的解进行修正。

第五步,决策支持。

模型的结果为决策提供所需的依据、信息和方案,帮助决策者决定处理问题的方针和行动,将方案付诸实施。在方案实施中需要明确:方案由谁去实施,什么时间去实施,如何实施,要求估计实施过程中可能遇到的阻力,并为此制定相应的克服困难的措施。

综上所述,在运筹学的研究中,以上步骤往往需要交叠反复进行,除了对系统进行定性分析和收集必要的材料以外,一项主要工作就是努力去建立一个用以描述现实世界复杂问题的数学模型。这个模型是近似的,它既精确到足以反映问题的本质,又粗略到足以求出数值上的解。本书中介绍的一些模型的例子都是经过大大简化了的,只能用于帮助对各类模型的理解,而要对实际建模过程有深刻的理解则必须要通过实际问题的研究分析以及阅读一些应用运筹学的成功案例,才能掌握运筹学研究问题的科学方法和艺术。

第三节 运筹学的发展概况

运筹学的渊源可以追溯到很久以前。在中国,朴素的运筹学思想早在我国古代文献中就有不少记载,例如,齐王田忌赛马和丁渭主持的皇宫修复等。齐王和田忌赛马一事是说一次齐王和田忌要举行赛马,规定双方各出上、中、下三个等级的马各一匹。如果按照同等级的马比赛,齐王可获全胜,但田忌采取的策略是以下等马对齐王的上等马,以自己的上等马对齐王的中等马,以中等马对齐王的下等马,结果田忌反而以二比一获胜。丁渭修皇宫的故事发生在北宋时代,皇宫因火而焚毁,由丁渭主持修复工作,他让人先在宫前大街取土烧砖,挖成大沟后灌水成渠,然后利用水渠运来各种建筑材料,工程完后再以费砖乱瓦等填沟修复大街,从而做到减少和方便运输,加快了工程进度。三国时期的军事家诸葛亮更堪称是古代运筹大师。他用朴素的运筹学思想取得了一个又一个军事上的胜利,为后人留下了许多传奇故事。在国外,人们常常推崇阿基米德为运筹学的先驱人物,因为他筹划有方,在保卫叙拉古、抵抗罗马帝国的侵略中作出了突出贡献。

运筹学思想在生产上的早期尝试是用科学的方法进行生产组织中的管理活动,其产生的背景是工业革命。由于工业革命的发生,组织的规模和复杂性出现了显著的增长,早期的小手工作坊逐渐演变为现在拥有巨资的大公司(生产组织)。随着技术的进步、社会的发展,组织内部劳动分工日益增多,管理职能的划分越来越细。这种变革给组织带来了巨大的效益,但是日益增长的部门专门化也带来了一些新的问题,甚至这些问题中的一部分仍出现在现在的许多组织中。其中之一就是,组织中的许多部门有形成相对独立组织的倾向。它们逐渐形成了自己的目标和价值体系,它们的运作和目标有时不再与组织的全局发展目标相吻合,于是部门间无法进行协调。与此相关的一个问题是随着组织中复杂性和专门化的增加,如何以一种对组织全局发展最有效的方式来使用各种可获得的资源变得愈发困难。以上这些问题的出现和寻找有效解决办法的需要,为运筹学思想的产生和应用提供了有利的环境。

一、运筹学的产生和发展

凡是要求(人或组织)作出决策的问题均属于运筹问题。虽然在人类社会,运筹问题早已存在,但是运筹学作为决策的科学方法、作为一个边缘学科,是近几十年间发展和成熟起来的。人类为了合理地进行经济活动,需要对这个过程的因素进行衡量和计算。在社会主义市场经济条件下,为使社会生产合乎目的地、有计划地进行,对生产诸因素进行分析和计算是十分必要的。

20 世纪初出现的边际分析、盈亏平衡分析、经济批量模型、产品质量的统计控制方法等,是数学方法用于经营管理决策的萌芽。在第二次世界大战中出现及战后得到发展的运筹学,则为管理决策提供了一种科学的工具和手段,使经营管理的决策方法开始发生了质的变化。这表现在:第一,在管理决策中引入了“系统”的思考方法;第二,利用数学模型来解决问题。这一学科发展至今已经包括许多分支,其应用的范围也日益广泛。

一般认为运筹学起源于第二次世界大战,而运筹学作为科学名词是出现在 20 世纪 30 年代末。当时英、美对付德国的空袭,雷达作为防空系统的一部分,从技术上讲是可行的,但实际运用却并不好,为此一些科学家从研究如何利用雷达开始进行一类新问题的研究。因为它与研究技术问题不同,就称为“运用研究(Operational Research)”,这就是 O. R. (运筹学)这个名词的起源(我国在 1956 年曾用过“运用学”一词,到 1957 年正式定名为“运筹学”)。为了进行研究,在英、美的军队中成立了一些专门小组,开展了护航舰队保护商船队的编队问题和当船队遭到德国潜水艇攻击时,如何使船队损失最少的问题研究。研究了反潜深水炸弹的合理爆炸深度后,使德国潜艇被摧毁的数量增进到 40%;还研究了船只在受敌机攻击时,使中弹数由 47% 降到 29%。当时研究和解决的问题都是短期的和战术性的。

第二次世界大战中,各国的运筹学小组广泛进行了如何提高轰炸效果或侦察效果,如何用水雷有效封锁敌方海面和其他战略战术方面的分析,为取得反法西斯战争的胜利作出了贡献。1939 年前苏联数学家康托洛维奇出版了《生产组织与计划中的数学方法》一书,对彼得格勒胶合板厂的计划任务建立了一个线性规划的模型,并提出了“解乘法”的求解方法,为数学和管理科学的结合作出了开创性的工作。

第二次世界大战以后,在英、美军队中相继成立了更为正式的运筹学研究组织。以兰德公司(RAND)为首的一些部门开始着重研究战略性问题,未来的武器系统的设计和可能合理运用的方法。此外,运筹学的活动也从军事技术扩展到工业和政府等部门。运筹学的发展先后经历了三个阶段:

1. 创建时期,从 1945 年到 20 世纪 50 年代初。特点是研究人数不多,范围较小,出版物、学会等数量少。英国一些战时最早从事运筹学研究的人开始积极讨论如何将运筹学的方法应用于民间部门,并于 1948 年成立了“运筹学俱乐部”,在煤炭、电力等部门进行运筹学的推广和应用,取得了一些进展。1948 年美国麻省理工学院把运筹学作为一门课程介绍,1950 年英国伯明翰大学正式开设运筹学课程,1952 年在美国卡斯(Case)工业大学设立了运筹学的硕士和博士学位。1950 年于英国创办了第一本运筹学杂志《运筹学季刊》(O. R. Quarterly)。第一个运筹学会——美国运筹学会于 1952 年成立,并于同年出版了《运筹学学报》(Journal of ORSA)。1951 年莫尔斯(P. M. Morse)和金博尔(G. E. Kimball)合著的《运筹学方法》一书正式出版。所有这些标志着运筹学这一学科基本形成。

2. 成长时期,从 20 世纪 50 年代初到 50 年代末期。特点是电子计算机技术的迅速发