主　编：柳斌
副主编：陈猛
编委成员：景成茹　孙俊玲

# 数学

（基础版）

21世纪中职教育新编系列教材

复旦大學出版社

21世纪中职教育新编系列教材

# 数　　学

（基础版）


主　　编　柳　斌
副主编　陈　猛
参编人员　景成茹　孙俊玲



复旦大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

数学(基础版)/柳斌主编.—上海:复旦大学出版社,2006.8
(21世纪中职教育新编系列教材)
ISBN 7-309-05086-X

Ⅰ.数… Ⅱ.柳… Ⅲ.数学课-专业学校-教材 Ⅳ.G634.601

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第080296号

**数学(基础版)**
**柳 斌 主编**

出版发行 复旦大学出版社 上海市国权路579号 邮编200433
86-21-65642857(门市零售)
86-21-65118853(团体订购) 86-21-65109143(外埠邮购)
fupnet@fudanpress.com http://www.fudanpress.com

责任编辑 范仁梅
总 编 辑 高若海
出 品 人 贺圣遂

印 刷 浙江省临安市曙光印务有限公司
开 本 787×1092 1/16
印 张 13
字 数 300千
版 次 2006年8月第一版第一次印刷
印 数 1—5100

书 号 ISBN 7-309-05086-X/O·366
定 价 18.00元

## 内 容 提 要

本教材是根据劳动和社会保障部培训就业司颁发的《数学课教学大纲(2005)》组织编写的,基于"必需、够用、适用"的原则,充分体现职业教育的特色,在编写的过程中尽量做到"降低理论、强化基础、注重计算工具的使用",在内容的安排上注重突出核心知识和基本技能,力求为后续专业课学习打好基础.

本书主要包括:数(式)与方程;集合与不等式;函数;三角函数;平面解析几何;立体几何;数列;复数;排列、组合与二项式定理及计算器的使用方法简介(附录)等.各章节配有适量的图、表和范例,每节后附有练习,每章后附有小结和综合训练题.

本书供招收初中毕业生的工科类中等职业技术学校各专业学生使用,还可作为职业技术培训和成人自学用书.

# 前　言

为了更好地适应中职数学教学改革的需要，解决数学课程目前普遍存在的"课时少，教材难度大"的矛盾，特别是解决不同专业在选用数学教材上的困难和目前中职学生数学基础普遍薄弱的教学实际，我们依据劳动和社会保障部培训就业司颁发的《数学课教学大纲》组织编写了本教材．基于"必需、够用、适用"的原则，充分体现职业教育的特色．在编写时，力求做到"精选内容，降低理论，加强基础，注重计算工具的使用"，并且在基本维护系统性的原则下，在内容上注意与初中数学教材的衔接，而且体现了中职学校多专业、重实践等特点；尽量减少繁琐的理论推导，力求做到内容简明扼要，例题典型恰当；在习题的选编上尽量做到难度适中，每章配备了两套综合训练题(A、B)，可方便学生检测对所学知识的掌握程度；书中带有"＊"的章节供不同专业选学；每章后的阅读材料能帮助学生提升数学文化品位．在教材内容、例题安排、练习及综合训练题的选取上强调由浅入深、循序渐进，将抽象的理论知识具体化 形象化，注重突出基础知识和基本技能的培养，力求为后续专业课的学习打好基础．

本书主要包括：数(式)与方程；集合与不等式；函数；三角函数；平面解析几何；立体几何；数列；复数；排列、组合与二项式定理及计算器的使用方法简介(附录)等．

本书第一、第二、第三章由孙俊玲编写，第四章、附录由柳斌编写，第五、第六章由陈猛编写，第七、第八、第九章由景成茹编写．全书由柳斌负责统稿与定稿．

甘肃煤炭工业学校胡贵祥同志主审了本书全稿，提出了许多宝贵的意见和建议，同时，在编写及出版的过程中，也得到了甘肃煤炭工业学校领导及部分教师的大力支持，在此一并表示衷心的感谢．

编写本书参考了许多文献资料，在此对有关资料的编著者表示深切的谢意．编者虽竭尽努力，限于水平有限和时间仓促，书中错误之处在所难免，恳请使用本教材的广大师生批评指正，以便我们进一步修改与完善．

联系地址：(甘肃省白银市平川区东路 53 号)甘肃煤炭工业学校基础科，邮编：730913

电子邮件地址：pcliub@126.com.

编　者

2006 年 5 月

# 目录

# 第1章 数式与方程

## 1.1 数(式)的运算

### 1.1.1 数的基本知识回顾

**自然数** 用来表示物体个数的数叫自然数.如 0, 1, 2, 3, 4, …,零是最小的自然数,没有最大的自然数.

**正数** 比零大的数叫正数.如 5, 2.7, $\frac{1}{2}$, …

**负数** 比零小的数叫负数,正数前面加上"－"号表示负数.如－3, －1.4, $-\frac{4}{15}$ …, 0 既不是正数也不是负数.

**相反数** 如果两个数只有符号不同,则我们就称其中一个数为另一个数的相反数.如－1和 1, －3.5 和 3.5, －101 和 101 等都互为相反数.零的相反数是零.

**整数** 自然数及自然数的相反数统称为整数.如－3, －2, －1, 0, 1, 2, 3, …

**奇数与偶数** 能被 2 整除的数叫偶数;不能被 2 整除的数叫奇数.如

…, －4, －2, 0, 2, 4, …均为偶数;

…, －3, －1, 1, 3, 5, …均为奇数.

**分数** 正分数和负分数统称为分数.如$\frac{1}{2}$, $-\frac{8}{7}$, …

**有理数** 整数和分数统称为有理数.

**无理数** 把无限不循环小数叫做无理数.如$\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$, $\pi$, e, 1.101 001, …

**实数** 有理数和无理数统称为实数.

**倒数**　乘积是1的两个数称互为倒数.例如,2和$\frac{1}{2}$，$\frac{4}{15}$和$\frac{15}{4}$，$\frac{100}{3}$和$\frac{3}{100}$，…，1的倒数是它本身,0没有倒数.

**数轴**　规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

**绝对值**　在数轴上,一个数$a$所对应的点到原点的距离叫做数$a$的绝对值,记作$|a|$.

由定义可知:

(1) 一个正数的绝对值是它本身;

(2) 一个负数的绝对值是它的相反数;

(3) 零的绝对值等于零;

即

$$|a|=\begin{cases}a\ (a>0),\\0\ (a=0),\\-a\ (a<0).\end{cases}$$

**例1**　(1) 已知:$|a|=\frac{3}{5}$且$a>0$,求$a$.

(2) 已知:$|b|=4$且$b<0$,求$b$.

(3) 已知:$|c|=2.8$,求$c$.

**解**　(1) 因为$|a|=\frac{3}{5}$且$a>0$,所以$a=\frac{3}{5}$.

(2) 因为$|b|=4$且$b<0$,所以$b=-4$.

(3) 因为$|c|=2.8$,当$c>0$时,$c=2.8$;当$c<0$时,$c=-2.8$.

所以$c=2.8$或$c=-2.8$.

## 练习

1. 在$-2$，$\frac{3}{4}$，$-\sqrt{2}$，$\frac{\sqrt{5}}{2}$这些数中,整数有________,分数有________,有理数有________,无理数有________.

2. $-\frac{4}{5}$的相反数为________,倒数为________,0的相反数为________.

3. 在数轴上表示下列各数:

   (1) $|3|$;　　(2) $|-3|$;　　(3) $|-1|$;　　(4) $|5|$.

4. 如果$|a|=0$,那么$a=$\_\_\_\_\_\_\_\_;如果$|a|=2$,那么$a=$\_\_\_\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_\_\_\_;如果$|a-b|=3$,那么$a-b=$________或________.

5. 如果$x<0$且$|x|=2$,那么$x=$________;如果$x>0$且$|x|=0.8$,那么$x=$________.

6. 已知$a\neq 0$，$x=\frac{a}{|a|}$,求$x$.

## 1.1.2　整式的运算

**1. 整式的运算**

(1) 整式的加减：一般是先去括号，后合并同类项；

(2) 整式的乘除：单项式相乘除，把它们的系数、相同字母分别相乘除；

(3) 整式的乘方：按幂的运算法则和乘法公式进行运算.

**2. 幂的运算法则**

设 $a \neq 0,\ b \neq 0,\ m,\ n$ 是整数，则

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n};\quad (a^m)^n = a^{mn};\quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n;\quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}.$$

**3. 常用乘法公式**

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2;\quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;\quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

**4. 因式分解**

多项式的因式分解就是把一个多项式化为几个整式的积.

分解因式的常用方法有：提取公因式法、公式法、配方法、十字相乘法、求根公式法.

**例 2**　计算：

(1) $5(x+y)(x-y) - 2(x+y)^2$；

(2) $3xy^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^3y^4\right) \div \left(-\frac{1}{6}x^2y^3\right)^2$.

**解**　(1) 原式 $= 5(x^2 - y^2) - 2(x^2 + 2xy + y^2)$

$$= 5x^2 - 5y^2 - 2x^2 - 4xy - 2y^2$$

$$= 3x^2 - 7y^2 - 4xy.$$

(2) 原式 $= 3xy^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^3y^4\right) \div \left(\frac{1}{36}x^4y^6\right)$

$$= \left[3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \div \frac{1}{36}\right] x^{1+3-4} y^{3+4-6}$$

$$= -54y.$$

**例 3**　利用配方法进行因式分解：$4x^2 - 20x + 25$.

**解**　$4x^2 - 20x + 25$

$$= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2$$

$$= (2x-5)^2.$$

**例 4**　把下列各式分解因式：

(1) $15a^3b^2 - 20a^2b^3 + 5a^2b$；　　(2) $x^2 - y^2 + 2y - 1$；

(3) $x^2 + 2x - 15$.

**解**　(1) 原式 $= 5a^2b(3ab - 4b^2 + 1)$.

(2) 原式 $= x^2 - (y^2 - 2y + 1)$

$$= x^2 - (y-1)^2$$

$= (x+y-1)(x-y+1).$

(3) 原式 $= (x-3)(x+5).$

练习

**1.** 计算：

(1) $2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5$； (2) $a^3 \cdot a^7$； (3) $x^5 \cdot x^2 \cdot x^3$；

(4) $(7^3)^4$； (5) $(a^m)^4$； (6) $(ab)^3$；

(7) $(xy^3)^4$； (8) $(x^2)^3 \cdot (x^3)^5$； (9) $(ab)^5 \div (ab)^3$.

**2.** 填空：

(1) $(x+3)(x-3) =$ ______； (2) $(1+5y)(1-5y) =$ ______；

(3) $(4x-3y)(4x+3y) =$ ______； (4) $(2x+3y)(2x-3y) =$ ______.

**3.** 计算：

(1) $(x+2)(x-3)$； (2) $(3x-2)(4x+5)$； (3) $(x-6)(x+7)$；

(4) $(x-4)(x-1)$； (5) $(x+4)(x-5)$； (6) $(7x+8)(6x-5)$.

**4.** 用配方法分解因式：

(1) $x^2+6x-16$； (2) $x^2-8x+12$； (3) $x^2+2x-15$；

(4) $x^2-4x+3$； (5) $4x^2+8x-5$； (6) $8x^2-10x+2$.

**5.** 因式分解(用十字相乘法)：

(1) $x^2+5x+6$； (2) $x^2+3x+2$； (3) $x^2-7x+6$；

(4) $x^2-4x-21$； (5) $x^2+2x-15$； (6) $x^2+4x+3$；

(7) $2x^2-7x+3$； (8) $6x^2-7x-5$.

## 1.1.3 分式的运算

设 $A$, $B$ 表示两个整式,如果$\frac{A}{B}$中的 $B$ 含有字母,则式子$\frac{A}{B}$叫做分式,其中 $A$ 叫做分式的分子,$B$ 叫做分式的分母. 如 $\frac{1}{x}$, $\frac{x}{x-2}$, $\frac{x-1}{4x+1}$ 都是分式.

在分式中,分母的值不能为零,否则分式没有意义.

**分式的基本性质**

(1) $\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}\ (M \neq 0)$； (2) $\frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M}\ (M \neq 0)$.

分式的运算法则与分数的运算法则类似.

**例 5** 计算：

(1) $\frac{x+3y}{x^2-y^2} - \frac{x+2y}{x^2-y^2}$； (2) $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}$；

(3) $\frac{1}{a+b} - \frac{b}{a^2+2ab+b^2}$； (4) $\frac{2x-6}{4-4x+x^2} \div (x+3) \cdot \frac{x^2+x-6}{3-x}$.

**解**　(1) 原式 $=\dfrac{(x+3y)-(x+2y)}{x^2-y^2}=\dfrac{y}{x^2-y^2}$.

(2) 原式 $=\dfrac{x-y}{(x+y)(x-y)}+\dfrac{(x+y)}{(x-y)(x+y)}=\dfrac{2x}{x^2-y^2}$.

(3) 原式 $=\dfrac{1}{a+b}-\dfrac{b}{(a+b)^2}=\dfrac{a+b-b}{(a+b)^2}=\dfrac{a}{(a+b)^2}$.

(4) 原式 $=\dfrac{2(x-3)}{(2-x)^2}\cdot\dfrac{1}{x+3}\cdot\dfrac{(x+3)(x-2)}{-(x-3)}=\dfrac{2}{2-x}$.

**例 6**　当 $x$ 为何值时，下列分式有意义？

(1) $\dfrac{x}{x-2}$；　　　　(2) $\dfrac{x-1}{4x+1}$.

**解**　(1) 由分母 $x-2=0$，得 $x=2$，所以，当 $x\neq 2$ 时，分式$\dfrac{x}{x-2}$有意义.

(2) 由分母 $4x+1=0$，得 $x=-\dfrac{1}{4}$，所以，当 $x\neq-\dfrac{1}{4}$ 时，分式$\dfrac{x-1}{4x+1}$有意义.

## 练习

**1.** 当 $x$ 为________时，分式 $\dfrac{2x-3}{1-3x}$ 没有意义.

**2.** 计算：

(1) $\dfrac{3}{a}+\dfrac{12}{a}-\dfrac{5}{a}$；　　(2) $\dfrac{a}{x-y}-\dfrac{b}{x-y}$；　　(3) $\dfrac{5}{6ab}-\dfrac{2}{3ac}+\dfrac{3}{4abc}$；

(4) $a+2-\dfrac{4}{2-a}$；　　(5) $\left(\dfrac{a}{a-b}+\dfrac{b}{b-a}\right)\cdot\dfrac{ab}{a-b}$；　　(6) $\dfrac{x^2-y^2}{xy}\div(x-y)$；

(7) $\dfrac{a^2-4b^2}{3ab^2}\cdot\dfrac{ab}{a-2b}$；　　(8) $\dfrac{4a^4b^2}{15h^3}\div\dfrac{-8a^2b^2}{35h^2}$.

### 1.1.4　数的乘方和开方运算

**正整数指数幂**　$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdots a}_{n个a}=a^n(a\neq 0,\ n$ 是正整数).

**零指数幂**　$a^0=1\ (a\neq 0)$.

**负整数指数幂**　$a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}\ (a\neq 0, n$ 是正整数).

***n* 次方根**　若 $x^n=a$ ($a$ 是一个实数，$n$ 是大于 1 的正整数)，则称 $x$ 为 $a$ 的一个 $n$ 次方根.

**当 *n* 为偶数时**，对于每一个正实数 $a$，它在实数集里有两个 $n$ 次方根，它们互为相反数，分别表示为 $\sqrt[n]{a}$和$-\sqrt[n]{a}$. 如：$x^6=11$，则 11 的 6 次方根分别为 $\sqrt[6]{11}$和$-\sqrt[6]{11}$，即 $x=\pm\sqrt[6]{11}$；而对于每一个负数 $a$，它的 $n$ 次方根是没有意义的；如 $x^6=-11$，则$-11$ 的 6 次方根就没有意义.

**当 *n* 为奇数时**，对于每一个实数 $a$，它在实数集里只有一个 $n$ 次方根，表示为$\sqrt[n]{a}$. 如：$x^7=-11$，则$-11$ 的 7 次方根为 $\sqrt[7]{-11}$，即 $x=\sqrt[7]{-11}$；$x^7=11$，则 11 的 7 次方根为 $\sqrt[7]{11}$，

即 $x=\sqrt[7]{11}$.

**当 $n$ 为奇数时**,若 $a>0$ 时,则$\sqrt[n]{a}>0$;若 $a<0$ 时,则$\sqrt[n]{a}<0$.

0 的 $n$ 次方根是 0,即 $\sqrt[n]{0}=0$.

**$n$ 次根式**　我们把形如$\sqrt[n]{a}$(有意义时)的式子称为 $n$ 次根式,其中 $n$ 称为根指数,$a$ 称为被开方数,正数 $a$ 的正的 $n$ 次方根$\sqrt[n]{a}$称为 $a$ 的 $n$ 次算术根,并且

$$(\sqrt[n]{a})^n=a\ (n>1,\ n\text{是正整数}).$$

**例 7**　计算:$(\sqrt{3})^0$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$, $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$, $(0.01)^{-3}$.

**解**　$(\sqrt{3})^0=1$.

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3}=\frac{1}{\frac{1}{8}}=8$.

$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-1\cdot(-3)}=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$.

$0.01^{-3}=(10^{-2})^{-3}=10^{-2\cdot(-3)}=10^6$.

**例 8**　求$-8$的立方根与 16 的 4 次方根.

**解**　$-8$ 的立方根为$\sqrt[3]{-8}=-2$.

16 的 4 次方根为 $\pm\sqrt[4]{16}=\pm 2$.

### 练习

1. 填空:

| | | |
|---|---|---|
| $3^{-1}=$______; | $\frac{1}{4}=4^{(\quad)}$; | $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}=$______; |
| $\left(\frac{b}{a}\right)^{-1}=$______; | $\pi^0=$______; | $(-23.4)^0=$______; |
| $-8$ 的立方根______; | 15 的平方根为______; | 0 的 10 次方根______; |
| 37 的 4 次方根为______; | $-29$ 的 5 次方根为______; | $\frac{25}{16}$的平方根______; |
| 41 的 6 次方根为______; | 50 的 7 次方根为______; | $\frac{8}{27}$的立方根______. |

# 1.2　解方程(组)

## 1.2.1　解一元二次方程

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ 的求根公式如下:

$$\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.}$$

判别式：$\Delta=b^2-4ac$.

(1) 当 $\Delta=b^2-4ac>0$ 时，方程有两个不相等的实数根.

(2) 当 $\Delta=b^2-4ac=0$ 时，方程有两个相等的实数根.

(3) 当 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时，方程没有实数根.

解一元二次方程的常用方法有：

(1) 直接开平方法；

(2) 配方法；

(3) 公式法；

(4) 因式分解法.

**一元二次方程根与系数的关系**　设一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$ 的两根分别是 $x_1$，$x_2$，则

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a},\ x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}.$$

**例 1**　解方程 $x^2-3x+2=0$.

**解法 1(配方法)**　原方程配方，得 $x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}=0$.

整理得
$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{4}.$$

所以
$$x-\frac{3}{2}=\pm\frac{1}{2}.$$

解得
$$x_1=2,\ x_2=1.$$

**解法 2(因式分解法)**　原方程可化为 $(x-1)(x-2)=0$.

解得
$$x_1=2,\ x_2=1.$$

**解法 3(公式法)**　因为　$\Delta=(-3)^2-4\times1\times2=1$,

所以
$$x=\frac{3\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{3\pm1}{2}.$$

解得
$$x_1=2,\ x_2=1.$$

**例 2**　已知两个数的和等于 8，积等于 9，求这两个数.

**解**　根据一元二次方程根与系数的关系可知，这两个数是方程

$$x^2-8x+9=0$$

的两个根.

解这个方程，得 $x_1=4+\sqrt{7}$，$x_2=4-\sqrt{7}$.

因此，这两个数是 $x_1=4+\sqrt{7}$，$x_2=4-\sqrt{7}$.

练习

**1.** 解方程：

(1) $x^2-4=0$；　(2) $(2x-3)^2-5=0$；　(3) $x^2-4x-3=0$；

(4) $x^2-6x+4=0$；　(5) $2x^2-7x-4=0$；　(6) $x^2-17x+30=0$；

(7) $x^2-5x-6=0$；　(8) $3x^2+4x-7=0$；　(9) $2x^2+8x-1=0$.

**2.** 若方程 $9x^2+2mx+16=0$ 有两个相等的实数根，那么 $m=$ ________.

**3.** 下列方程两根的和与两根的积各是多少？

(1) $x^2-3x+1=0$；　(2) $3x^2+2x-2=0$；

(3) $2x^2+3x=0$；　(4) $3x^2=1$.

**4.** 已知两个数的和等于$-6$，积等于 2，求这两个数.

## 1.2.2 解简单的二元二次方程组

**二元一次方程组** 几个二元一次方程组成的方程组，叫做二元一次方程组.

**二元二次方程** 含有两个未知数，并且含有未知数的最高次数是 2 次的整式方程，叫做二元二次方程，它的一般形式为

$$ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0\ (a,\ b,\ c\text{ 不同时为零}).$$

**二元二次方程组** 由两个二元方程组成，并且其中至少有一个是二元二次方程的方程组叫做二元二次方程组.

**二元二次方程组的解法** 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的二元二次方程组，一般可用代入消元法来解，其目的是把二元方程化为一元方程.

**例 3** 解方程组 $\begin{cases} x^2-4y^2+x+3y-1=0, & (1) \\ 2x-y-1=0. & (2) \end{cases}$

**解** 由(2)得 $y=2x-1$.　(3)

把(3)代入(1)得

$$x^2-4(2x-1)^2+x+3(2x-1)-1=0,$$

整理得

$$15x^2-23x+8=0.$$

解得

$$x_1=1\text{ 或 }x_2=\frac{8}{15},$$

将 $x_1$，$x_2$ 分别代入(3)，求得

$$y_1=1\text{ 或 }y_2=\frac{1}{15}.$$

所以，原方程组的解为