

小学数学意义建构 教学研究

——蒋巧君 著



● 人民教育出版社

小学数学意义建构教学

XIAOXUE SHUXUE YIYI JIANGOU JIAOXUE YANJIU

● 蒋巧君 著

研究

人民教育出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

小学数学意义建构教学研究/蒋巧君著.

—北京:人民教育出版社,2005

ISBN 7-107-19066-0

I. 小...

II. 蒋...

III. 数学课—教学研究—小学

IV. G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 107652 号

人民教育出版社 出版发行

(北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编: 100081)

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京四季青印刷厂印装 全国新华书店经销

2005 年 10 月第 1 版 2006 年 1 月第 2 次印刷

开本: 890 毫米×1 240 毫米 1/32 印张: 7.625

字数: 174 千字 印数: 5 001~8 000 册

定价: 13.70 元



作者简介

蒋巧君 1970年生，浙江永康人，毕业于浙江省金华师范学校。中学高级教师。1988年参加工作以来，一直致力于小学数学教育教学改革和实验研究。多次在县、市、省级教学观摩会或研讨会上示范讲课，曾获现场教学设计地市级一等奖、省级二等奖。《走出数学建构教学误区》、《数学日记功能的探究》等十几篇论文在《课程·教材·教法》等专业刊物上发表，科研成果多次获地市级、省级、国家级奖。现为浙江省永康市民主小学副校长，浙江省首届名师培养对象，曾先后获得“浙江省春蚕奖”、“浙江省教育科研先进标兵”等十多项荣誉称号。



责任编辑 赵云来

审 稿 刘立德

吕 达

封面设计 张 蓓

小学建构教学研究

- 《小学语文自主建构教学研究》
(荣获浙江省第二届基础教育教学成果奖一等奖)
- 《小学数学意义建构教学研究》
(荣获全国教育实验“十五”规划课题研究成果一等奖、首届中国教育学会奖二等奖)

我国 2001 年颁布试行的《基础教育课程改革纲要》指出：“要改变课程过于注重知识传授的倾向，强调形成积极主动的学习态度，使获得基础知识与基本技能的过程同时成为学会学习和形成正确价值观的过程。”“改变课程实施过于强调接受学习、死记硬背、机械训练的现状，倡导学生主动参与、乐于探究、勤于动手，培养学生搜集和处理信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力以及交流与合作的能力。”

新的课程改革目标与数学教学的特点，决定了数学教学要突破静态的、绝对主义的课程观。数学教师应树立动态的数学观，不仅自己要敢于质疑，而且要培养学生的质疑能力，让学生“意义建构”动态发展的数学。

作为一名小学数学教师，蒋巧君老师常年在教学第一线，勇于质疑，勤于思考。她从自己亲身感受与体验出发，对多年来积累的教学实践经验进行系统的分析与梳理，形成了有创新价值的“小学数学意义建构教学”理论，并编著成书。在当前我国基础教育课程改革深入发展的背景下，蒋巧君老师探索的成果，对广大中小学教师会带来有益的启迪。本书中的“意义建构”思想，可以说是我国基础教育提倡的新课程理念的重要组成部分之一，其目的正是为了更好地使学生打好基础，培养创新精神和实践能力。

历史告诉我们，任何一场改革，千万不要走上光滑的冰面，还是回到粗糙的地面上来吧。只有直面现实、直面问题、直面困难，才能克服阻力、冲破障碍，一步一个脚印地扎扎实实地前进。

本书较好地吧理论与实践有机结合起来，既有一定的理论深度，又有丰富的优秀教学实例进行佐证，从而大大增强了说服力。

本书不仅可供广大小学数学教师学习、参考和分享，而且对小学教育感兴趣的理论工作者也可以从中得到启示，其他学科的教师也可以作为借鉴。本书的出版为我国中小学教师专业化发展的理论与实践提供了较好的样板，“中小学教师成为科研者”不仅可能，而且正在逐渐成为现实！

我相信，随着我国基础教育改革的深化，人们将进一步总结和吸取正反两方面的经验和教训，树立科学、正确的教学观、师生观，为培养更多、更好的新世纪人才作出更大的贡献。

2005年6月

（本序作者现任教育部课程教材研究所副所长、中国教育学会教育学会理事长、全国课程专业委员会主任，教授、博士生导师，曾任人民教育出版社副总编辑）

面对当今数学教育教学改革翻天覆地的变化，笔者总在想：为什么要这样改？理由是什么？依据是什么？我深入学习数学教育理论，结合自己的教育教学实际，抓住作为“浙江省省级名师培养人选”的机会，多方求教，在理论与实践两方面孜孜求索。如今，我对现代数学教学理论有了自己的一些想法，对自己的数学教学实践能进行自觉的反思、概括与提升。

几年来，用动态的、易谬主义的数学观审视数学，始终围绕“小学数学意义建构教学”这一主题展开研究。在建构主义学习理论的指导下，以学生为学习主体，探索了一系列小学数学意义建构教学的策略。现在把自己在理论上的感悟、实践上的提升整理成书，与同行、专家交流，目的在于抛砖引玉。

本书分为三编。

第一编是概论，主要阐述用动态的、易谬主义的数学观指导数学教育教学的缘由；接着阐述公众数学、未知数学和个人数学；最后提出“让学生意义建构动态发展的数学”的教学观。

第二编是具体阐述通过尝试摸索总结出的小学数学意义建构教学的主要策略：以张扬学生有意义的思维个性，培养学生自我监控能力为目标，寻找大多数学生的认知起点，发掘学生感兴趣、有意义的数学学习材料，合理设计意义建构教学的流程，灵活实施预设方案的基本方法，构建小学数学意义建构教学的评价。

第三编是根据笔者自身的教学体验，粗浅地谈谈小学数学

意义建构教学应注意的几点问题：不要过分夸大探究性学习模式的功能；不能过分强调学生的个人建构；不要只顾强调老师跟着学生的思维走；不能忽视培养教师质疑教科书的能力；不要把多元评价混同于数学开放题的评价。

前言	1
第一编 概论	1
一 动态的数学观	1
二 公众数学 未知数学 个体数学	4
三 让学生意义建构动态发展的数学	11
第二编 小学数学意义建构教学的主要策略	15
一 引言	15
二 明确数学意义建构教学的目标	19
折纸中探究组合图形的算法	41
争做裁剪小能手	43
正方体展开图	44
八仙过海, 各显神通 (两课时)	46
鸡兔同笼	50
生活中的工程问题一题多解	52
三 寻找大多数学生的认知起点	71
四 发掘学生感兴趣、有意义的数学 学习材料	76
五 合理设计意义建构教学的流程	80
厘米的认识	91

回文数	93
乘法结合律	102
圆的周长	109
简单植树问题	111
选什么好呢	114
学校操场问题	119
——公约数与公倍数的综合应用	
存钱合算还是保险合算	128
调查分析家庭收入	133
买地砖	135
圆的认识	150
平均数	154
分数的初步认识	158
六 灵活实施预设方案的基本方法	179
七 构建小学数学意义建构教学的评价	184
 第三编 小学数学意义建构教学应注意的问题 ..	216
一 不要过分夸大探究性学习模式的功能	216
二 不要过分强调学生的个人建构	218
三 不要只顾强调教师跟着学生的思维走	219
四 不要忽视培养教师质疑教科书的能力	221
五 不要把多元评价混同于教学开放题的评价	226
 主要参考文献	228
 后记	231

第一编 概 论

一 动态的数学观

《站在巨人肩上科学悲剧故事》^① 中讲述着这样一个故事：

在古希腊，有一个很著名的毕达哥拉斯学派。这个学派的创始人是著名哲学家、数学家毕达哥拉斯（约公元前 580—前 500）。该学派的许多成果在当时是最先进的。但由于学派内有对新成果保密的纪律，否则违纪者将被处死，所以当时影响很小。该学派区别于其他学派的一个主要特点是它很重视数学，全力用数来解释一切，认为“万物皆数”，宣称上帝用数来统治宇宙。

问题就出现在“万物皆数”的信条上。这一信条把数的概念神秘化了，因此该学派错误地认为：宇宙间一切现象都可以归结为整数或者整数的比，除此以外，别的什么都不存在。

公元前 5 世纪的一天，该学派主要成员希帕索斯在研究边长为 1 的正方形时，发现正方形的对角线的长既不是整数，也不是任何两个数的比。他在发现“不可比”之后，还给出了它的逻辑证明。

^① 陈仁政主编：《站在巨人肩上科学悲剧故事》，北京出版社 2002 年版。

希帕索斯把这一发现告诉了老师。毕达哥拉斯听后惊骇不已，他做梦也没有想到，自己的“万物皆数”的信条竟引出了一个与之相悖的结果。于是他下令封锁这一消息，告诉希帕索斯不准再谈，并且警告他不得泄露学派内的机密，否则将会被处死。

希帕索斯不怕威胁，又反复进行了研究。在确信他的研究无误之后，他想，不承认的存在，岂不就等于是说正方形的对角线没有长度吗？这简直是睁大眼睛说瞎话！为了发现真理、坚持真理，希帕索斯将自己的发现传了出去，结果招来杀身之祸。

希帕索斯以死为代价向世人公开“不可公度量”的发现，导致毕达哥拉斯学派“万物皆依赖于整数”的信条的破灭，造成了“逻辑上的丑闻”，从而引发了“第一次数学危机”；并导致古希腊数学从重视“数”到重视“形”（几何）的转变；表明在数学思维中直觉、经验、实验都不绝对可靠，必须采取逻辑推理和证明的方法，这对于古希腊几何学的发展和公理体系的建立都有重要意义。这些成果都极大地推动了数学的发展。

这个典型的历史数学事件说明了数学是动态发展的。

按照英国学者欧内斯特的观点，对于数学教师所具有的数学观念，大致有以下三种不同的类型。

（一）工具主义的数学观。这是指把数学看成适用于各种不同场合的事实性结论、方法和技巧的汇集，由于这些事实性结论、方法和技巧是为了不同的目的、彼此独立地发展起来的，因此，不能把数学看成一个高度统一的整体。

（二）静态、绝对主义的数学观。这是指把数学看成无可怀疑的真理集合，这些真理被很好地组织起来，构成了一个高度统一且十分严密的逻辑体系。

(三) 动态的、易谬主义的数学观。这是指把数学看成人类的一种创造性活动,从而,数学主要地就是一种探索活动,并一定包含有错误、尝试与改进的过程,因此,数学必然地处于不断的发展与变化之中。

如果一个教师具有“静态的、绝对主义的数学观”,那么他可能就会倾向于把数学知识看成是一种可以由教师传递给学生的纯客观的东西,从而,数学学习也就不应当是一种探索性的活动。

在《全日制义务教育数学课程标准》(以下简称《数学课程标准》)的第一部分前言中认为现代的数学观是:“数学是人们对客观世界定性把握和定量刻画、逐渐抽象概括、形成方法和理论,并进行广泛应用的过程。”可见,数学是人们对数学问题建模推广应用的过程,它应该是动态的、开放的、并非绝对正确的数学活动的结果。在某一阶段、某一社会,前人权威人士公认的正确数学结论不能看做绝对的真理,也许过段时间就会遭到后人的批判,数学在不断批判中得以动态发展。

由此可知,数学既不是客观世界的直接反映,也不是主观世界的自由捏造,它是人们对客观世界的主观能动的认识,在客观反映和主体建构逐渐趋于统一的过程中不断地动态发展。传统的静态的、绝对主义的数学观现在已经逐渐被动态的、易谬的数学观所取代。

目前大力倡导的“数学活动论”,其核心观点是指数学不应被看成事实性结论的汇集,而主要地应被看成人的一种创造性活动。那么,老师和学生都有责任审视数学知识的对与错,在学习公认的比较合理的数学知识的同时,都有责任不断修正、发展数学。

二 公众数学 未知数学 个体数学

数学是人们对数学问题建模推广应用的过程，它应该是动态的、开放的并非绝对正确的数学活动的结果，是模式的科学。笔者认为数学以公众数学、未知数学、个体数学这三种形态存在。

公众数学是指被数学共同体所一致接受的数学概念、方法、问题等数学体系，既包括数学知识成分，又包括数学观念成分。尽管某些数学概念在最初很可能只是少数人的“发明创造”，但是，一旦这些对象得到了“建构”，它们就立即获得了确定的“客观内容”，对此人们只能客观地加以研究，而不能再任意地加以改变。如：苹果数量是一个，用数字符号“1”表示，而不能再任意地用别的数学符号表示。

未知数学是指还没有被人们发现的数学模型或已经被某些人开发但还没有被数学共同体所一致接受的数学概念、方法、问题等数学。

个体数学是指存在于个体脑中的数学体系，它包括被个体接纳的部分公众数学和根据自己经验建模而成的暂时不为数学共同体所一致接受的数学。简而言之，个体数学中包括部分公众数学和未知数学。

公众数学、未知数学、个体数学总是不能完全统一。不管是公众数学和未知数学，还是个体数学，它们都有一部分与客观规律相一致，同时肯定有一部分与客观规律不一致。但人们始终在追求与客观规律相统一。

当数学权威共同体的数学认识不断发展的同时，其与客观

规律不一致的部分得以不断修正。如前面已经提到：毕达哥拉斯“万物皆数”的信条曾在当时一段时间内被看成是绝对的真理。但在公元前5世纪的一天，他的门徒希帕索斯第一个发现了无理数，修正了“万物皆数”的错误认识。

当学习者个体的数学认识不断发展、完善时，其与客观规律不一致的部分得以不断修正。这种情况在学习者身上是很常见的。学习者就是在对数学认识不断发展、修正中完善自我认知的。

每个学习者，既要善于理解公众数学，又要善于发现公众数学的不足之处，大胆表达自己的理解，努力开创未知数学，使自己独到的见解能为数学共同体接受，从而不断发展公众数学。

但值得注意的是，在现代社会中每个数学家都必然是作为相应的数学共同体的一员从事研究活动的，特别是个人的创造必须取决于数学共同体的“裁决”：只有为数学共同体所一致接受的数学概念、方法、问题等才能真正成为数学的成分；与此相反，如果一个数学家的“发明创造”由于某种原因始终未能及时在报刊杂志上或其他途径发表，那么其“发明创造”或许就不能成为真正的数学研究对象。由此可见，数学抽象活动的“自由性”并不等同于“任意性”；恰恰相反，在此应当说存在着一定的“客观”准则。

还有，科学家牛顿说过：“站在巨人的肩膀之上”。为了能在数学领域作出贡献，数学家个体应尽可能地与数学家群体保持密切的联系，从而及时了解新的研究成果，把握发展趋势，掌握新的、更为有效的研究方法等等。另外，考虑到每个数学家所必然具有的局限性：在今天要想通晓数学的所有分支，即使不说不可能，至少也是十分困难的，可以说，各个数学家的