

高級中學課本代數第三冊
教學參考資料

江蘇教育學院數學教研組編



江蘇人民出版社

高級中学課本代数第三册
教学参考資料

江苏教育学院数学教研組編

江苏省书刊出版業允許証出〇〇一號

江苏人民出版社出版

南京湖南路十一号

江苏省新华书店发行 江苏新华印刷厂印刷

开本287×1092 耗1/32 印張3 5/16 字数79,000

一九五八年十月第一版

一九五八年十月南京第一次印刷

印数 1—5,000

統一書号： 7100·554

定 价：(5)二角二分

712
C256

前 言

1. 这本教学参考資料是根据1958年3月第1版上海第7次印刷的“高級中学課本代数第三册”的内容編写的。

2. 本教学参考資料供教师在教学中作参考之用。

3. 本教学参考資料是按一学期上課十七周,复习一周,共十八周的时间編写的。

4. 本教学参考資料内容分“教学目的”、“教材研究”、“教学建議”三項:

(1)教材研究里包括教材的主要精神、教学重点以及内容分析。

(2)教学建議里包括每一单元的教学时数,各課时的教学内容、要求、教法建議以及課外作业。

以上兩項,供教师在鑽研教材和备課时作参考。

5. 由于編者限于水平,因此,本教学参考資料中难免有錯誤,希望教师們在教学实践中,多提出批評和意見。

編者 1958.7.

目 录

第 八 章 排列、組合和二項式定理	(1)
第一單元 排列、組合 (§109—§110)	(1)
第二單元 二項式定理 (§111—§114)	(18)
第 九 章 复 数	(32)
第一單元 复数 (§115—§122)	(32)
第二單元 复数的三角函數式 (§123)	(41)
第 十 章 不等式	(48)
第一單元 不等式 (§125—§132)	(48)
第二單元 方程的討論 (§133—§137)	(68)
第十一章 高次方程 (§138—§145)	(85)
复习提綱	(103)

第八章 排列、組合和二項式定理

在第二冊里，講解了一種自變量取自然數的函數——數列。在本章里，我們將討論其他自變量取自然數的函數——排列、組合和二項式定理。

本章主要講解二項式定理，但是二項式定理要用到組合數，組合數公式又是由排列數導出的；因此，本章先講解排列，從而講解組合，在這個基礎上再來講解二項式定理。

第一單元 排列、組合 (§109—§110)

教學目的：

一、使學生理解排列、組合的意義；從而能應用排列數和組合數的公式以解決有關問題。

二、使學生理解組合數的性質，為講解二項式定理作好準備。

三、通過本單元的教學，培養學生分析問題的能力。

教材研究：

一、在中學里講解排列、組合，主要的是為了講解二項式定理，因此，本單元只講有關排列、組合的簡單內容。

本單元的教材，分下面兩個部分：

1. 排列、組合的意義；
2. 排列數、組合數及其性質。

二、在實際生活中，往往碰到有關排列與組合的問題。

例1. 一條公路有五個車站，那末公路局要準備幾種車票？

例2. 電報號碼是用九個有效數字 1、2、3、4、5、6、7、8、9 和

数字 0 中四个数字所組成的，由这十个数字可以有多少个四个数字所組成的號碼？

这两个問題都是排列問題。

例3. 五队籃球队进行球賽，每一队都要与其他各队比賽一次，并且只比賽一次，那末有几場球賽？

例4. 用 x, y, z, u 四个字母，作一个三次齐次式，一共有多少項？

这两个問題都是組合問題。

現在我們来研究一下上面四个例子。

例1. 設这一条公路有 A, B, C, D, E 五个車站。那末，由 A 到 B 要一种車票，由 A 到 C 要一种車票，由 B 到 C 要一种車票，由 B 到 A 也要一种車票，由 C 到 A 也要一种車票，由 C 到 B 也要一种車票，等等。由此可知，对于五个車站里任何两个車站都需要备車票，并且由于这两个車站的順序不同，就要备許多不同的車票。

例2. 0000、1111、1112、2111、1122、1212、1234等都是电报號碼。这样的問題，就是从十个数字中用四个数字組成一个號碼，但是號碼中的数字可以重复，也可以不重复(如0000，0重复四次；1112，1重复三次；1234数字不重复)。如果把一个號碼的数字調換位置，就得到不同的號碼(如1112和2111两个號碼都是用三个1和一个2組成的，它們是两个不同的號碼；同样1122和1212也是不同的號碼)。

例3. 設 A, B, C, D, E 五队籃球队进行球賽。 A 和 B 要比賽一次， A 和 C 要比賽一次，等等。比賽表上就不要再排一次 B 和 A 的比賽或 C 和 A 的比賽了。这样的問題，是五队里每两队有一場且只有一場比賽，这两队沒有順序关系。

例4. 象 x^3 (即 $x \cdot x \cdot x$)， x^2y (即 $x \cdot x \cdot y$)， xyz 等都是这个三次齐次式里的項。也就是說，三次齐次式里的每一項是由 x, y ,

z, u 四个字母里取三个所組成, 但是字母可以重复, 也可以不重复 (如 x^3 取三个字母都是 x , x^2y 里有两个字母是 x , xyz 字母不重复)。如果把一项里的字母調換位置 (如把 $x^2y = x \cdot x \cdot y$ 換成 $x \cdot y \cdot x$, xyz 換成 yzx 等), 所得的項还是原来的項。因此, 这样的問題, 对于字母的順序无关。

由上面的分析, 可以知道这四个例子有共同的地方: 从若干个元素里 (如五个車站, 十个数字, 五队籃球队, 四个字母等), 每次取出几个元素 (如一种車票关系两个車站, 一个號碼要四个数字, 一場比賽要两个球队, 一項要三个字母等)。

它們也有不同的地方:

(1) 例 1 把两个車站互相調換位置, 就需要不同的車票; 例 2 把四个数字調換位置就組成不同的號碼。这类問題, 与元素的順序有关。例 3 把两队位置調換, 是同一場比賽; 例 4 把三个字母位置調換, 得到相同的項。这类問題, 与元素的順序无关。

因此, 排列問題和組合問題的区别, 只在于元素的順序有关和无关。

由此可知, 要研究一个問題是排列問題还是組合問題, 只要用一个排列或組合, 把里面的元素調換位置, 如果得到不同的結果, 这个問題就是排列問題; 如果得到相同的結果, 这个問題就是組合問題。例如“三个人互贈照片, 共計需要几張照片”是一个排列問題, 因为甲送乙照片, 乙送甲照片是不同的。又如“三人相互握手, 共握手几次”是一个組合問題, 因为甲和乙握手与乙和甲握手是同一次握手。

(2) 例 1 和例 2 也是不同的。在例 1 里, 每两个不同的車站需要备車票; 在例 2 里, 电报號碼里数字可以相同。也就是說, 前者每次所取的元素不能重复, 后者每次所取的元素准許重复。同样例 3 每次所取的元素不能重复, 例 4 每次所取的元素准許重复。

課本中§109排列的定义是“从 m 个元素里，每次取出 n 个元素，按照一定的順序摆成一排，叫做从 m 个元素里每次取出 n 个元素的排列”；在这个定义里沒有提出“不准重复”。接着指出“在本書中只研究从 m 个各不相同的元素里每次取出 n 个各不相同的元素的排列”，这就是說我們只研究不准重复的排列問題。§110組合的定义是“从 m 个元素里，每次取出 n 个元素，不管怎样的順序并成一組，叫做从 m 个元素里每次取出 n 个元素的組合”；在这个定义里也沒有提出“不准重复”。接着也指出“在本書中，只研究从 m 个各不相同的元素里每次取出 n 个各不相同的元素的組合”，这就是說我們只研究不准重复的組合問題。很明显，研究不准重复的排列和組合問題，必須有 $1 \leq n \leq m$ 。如果研究准許重复的排列和組合問題，則 n 就不一定小于或等于 m 。例如我們可以从1、2、3三个数字組成四个数字的号碼(如1111, 1112, 1123等)；又如可以用 x 、 y 两个文字写出三次齐次式(如 $x^3 + y^3$, $x^2y + xy^2$)。

三、用1、2、3、4四个数字組成三个数字的号碼(不准重复)有：

123, 132, 213, 231, 312, 321,

124, 142, 214, 241, 412, 421,

134, 143, 314, 341, 413, 431,

234, 243, 324, 342, 423, 432。

每一个号碼就是从四个数字里每次取出三个数字的排列，这样的排列的种数(或簡称排列数)是24(即共有24个排列)。我們所要討論的不是如何把元素排列，而是問排列的种数有多少，也就是說求 A_m^n (从 m 个不同的元素里每次取 n 个不同的元素的排列的种数用 A_m^n 表示，准許重复的排列的种数不用这个記号表示)。 A_m^n 的公式为：

$$A_m^n = m(m-1)(m-2)\cdots(m-n+1),$$

最后的因子 $m-n+1$ 是由 $A_m^1, A_m^2, A_m^3, A_m^4, A_m^5, \dots$ 的最后的因子推出来的:

A_m^1 的最后的因子 $= m = m-1+1,$

A_m^2 的最后的因子 $= m-1 = m-2+1,$

A_m^3 的最后的因子 $= m-2 = m-3+1,$

A_m^4 的最后的因子 $= m-3 = m-4+1,$

A_m^5 的最后的因子 $= m-4 = m-5+1,$

.....,

所以 A_m^n 的最后的因子 $= m-n+1.$

注: 課本中第2頁里求 A_m^2 , 排的矩形更正如下:

m 列 $\left\{ \begin{array}{l} ab, ac, ad, \dots, ak, al; (m-1 \text{ 个排列}) \\ ba, bc, bd, \dots, bk, bl; (m-1 \text{ 个排列}) \\ \dots\dots\dots \\ la, lb, lc, \dots\dots\dots, lk. (m-1 \text{ 个排列}) \end{array} \right.$

就是說, 最后一列的最末一个排列 " lk " 要与前面的列的最末一个排列 al, bl 等对齐。課本中的排法很容易使学生模糊, 以为最后一列只有 $m-2$ 个排列。

全排列数用 P_m 表示: $P_m = m!$ ($m!$ 讀作 m 的阶乘)。

組合与組合的种数(簡称組合数), 同样是有区别的。例如由甲、乙、丙、丁四个人选出三个人, 有

甲、乙、丙, 甲、乙、丁, 甲、丙、丁, 乙、丙、丁四种, 每一种就是从四个人选出三个人的組合。这样的組合种数是 4。从 m 个不同元素里每次取 n 个不同元素的組合的种数用 C_m^n 表示(不用这个記号表示准許重复的組合种数)。我們所要討論的不是如何把元素組合, 而是問組合的种数有多少, 也就是說求 C_m^n 。

我們知道, 如果把這個例子里的甲、乙、丙, 甲、乙、丁, 甲、丙、丁, 乙、丙、丁四种組合的每一种里的三个元素顛倒它們的順序, 則每一种就得到 $P_3 = 3! = 6$ 个排列。这样就变成从四个元

素每次取出三个元素的排列問題了，它的排列数是 A_4^3 。由此可知，排列数 A_4^3 是組合数 C_4^3 的 $3!$ 倍，于是，有

$$A_4^3 = P_3 C_4^3, \text{ 或 } C_4^3 = \frac{A_4^3}{P_3}.$$

由此可以推出：

$$A_m^n = P_n C_m^n \text{ 或 } C_m^n = \frac{A_m^n}{P_n},$$

$$\text{即 } C_m^n = \frac{m(m-1)(m-2)\cdots(m-n+1)}{n!}$$

組合数的另一个公式是 $C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$ 。在計算組合数的值时，用第一个公式比較方便，但是如果研究組合数的性質，那末常常需要用第二个公式。例如課本中証明公式 $C_m^n = C_m^{m-n}$ 就是应用第二个公式来証的；同頁例2求証： $C_m^n + C_m^{n-1} = C_{m+1}^n$ 也是应用第二个公式来証的。

四、第9頁的公式 $C_m^n = C_m^{m-n}$ 和例2 $C_m^n + C_m^{n-1} = C_{m+1}^n$ 在下一单元二項式定理的討論中常要用到。在本节里，課本中講解了公式 $C_m^n = C_m^{m-n}$ 的一个应用：即若 $n > \frac{m}{2}$ ，則 $m-n < \frac{m}{2}$ ，

应用这个公式，可以使組合数的計算簡化。例如 C_{100}^{97} 的分子和分母都要有97个数相乘，但 $C_{100}^{97} = C_{100}^3$ ，用 C_{100}^3 来計算，則分子和分母都只有三个数相乘。

这两个公式也可以从組合的定义直接求出。例如在 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五个人中选出三个人的方法有 C_5^3 个，这个問題，也可以这样来看：从这五个人中不选出2（即 $5-3$ ）个人的方法（也就是选出3个人的方法）有 C_5^{5-3} 个。因而 $C_5^3 = C_5^{5-3}$ ，由此，知 $C_p^n = C_p^{m-n}$ 。

又如用上面同样的例子，在 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五个人中选出三个人，所选的三个人可能沒有 A ，也可能有 A 。我們把选出三

个人中没有 A 的种数算出,再把有 A 的种数算出,相加就得到我們所要求的种数。事实上,如果选出的三人没有 A ,那末,这三个人一定是由 $B、C、D、E$ 四人中选出的,所以有 C_4^3 种方法;如果选出的三人中有 A ,则除了 A 外还要选出两个人,这两个人就要由 $B、C、D、E$ 四人中选出,所以有 C_4^2 种方法。于是,有 $C_4^3 + C_4^2 = C_5^3$ 。由此,知 $C_m^n + C_m^{n-1} = C_{m+1}^n$ 。

五、 $m! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (m-2)(m-1)m$ 。由此可知 m 是一个不小于 1 的整数,且较大数的阶乘是较小数阶乘的倍数。例如 $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$, 而 $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$, 所以 $5! = 5 \times 4 \times 3!$ 。因此,知道 $4! = 24$, 就很容易求得 $5! = 5 \times 24 = 120$, $6! = 6 \times 5! = 720$ 等等。同样,我們有 $\frac{8!}{4!} = 8 \times 7 \times 6 \times 5$; $\frac{1}{(m-2)!} + \frac{1}{(m-1)!}$ 的最小公分母是 $(m-1)!$ 等。

在組合的定义里,我們有 $1 \leq n \leq m$ 。但是对于組合数公式 $C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$, n 就不能等于 m , 因为如果 $m = n$, 则分母里的因子 $(m-n)! = 0!$, 按阶乘的定义,它是无意义的。如果要使公式 $C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$ 在 $n = m$ 时也能适用,就必须給予 $0!$ 的意义。我們知道 $C_m^m = 1$, $C_m^m = \frac{m!}{m!(m-m)!} = \frac{1}{0!}$, 因此, $0!$ 唯一可能的值只有 1 (这样的討論不是說 $0! = 1$, 而是說如果公式 $C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$ 当 $n = m$ 时也能适用,那末 $0!$ 应当怎样来定义)。由此我們給出 $0!$ 的定义:規定 $0! = 1$ 。

其次在組合定义里, $1 \leq n \leq m$, 因此 C_m^0 也是沒有意义的。公式 $C_m^n = C_m^{m-n}$ 在 $m = n$ 时就无意义。为了使公式 $C_m^n = C_m^{m-n}$ 在 $m = n$ 时也有意义,就必须規定 C_m^0 的意义。我們知道 $C_m^m = 1$, 因此我們就規定 $C_m^0 = 1$ 。

六、演算排列、組合的問題是沒有一定的方法可以遵循的,而且計算的結果往往得到很大的数,要驗證这个結果的正确性

也是有很大困难的。因此，在演算一个问题时，我们必须很好的把这个問題詳細的分析，把各方面都考虑到。一般的問題，要注意下面两点：

① 首先判定这个问题是一个排列問題还是一个組合問題(判定的方法可參看教材研究二)。

② 在問題里，有没有条件限制？例如习题三十四第9題的(2)：由0、1、2、3、4、5六个数字作一个不同数字的五位数，这个问题就有条件限制，就是五位数的万位上数字不能为0，否則就不是五位数。这样的問題，一般的最好先演算受条件限制的那一部分，而后再演算其余的部分。在这个問題里，我們知道，万位上的数字有5种方法选择(即1、2、3、4、5五个数字里任选一个)，而千位上数字、百位上数字、十位上数字和个位数字就在其余的五个数字(即除去万位上已选定的数字外)里任选四个的排列。因此，我們有 $5 \times A_5^4 = 5 \times 120 = 600$ ，即得到不同数字的五位数共有600个。

又如习题三十四第10題的(2)，某两人(設为A、B)必須坐在两端，先把两端座位上的方法的种数求得，再求其他座位上的方法的种数。这里两端座位上的方法的种数是 P_2 (因为两个座位，由两个人坐，右A左B和右B左A是两种不同的方法)，其余的座位上的方法的种数有 P_5 。因此，有 $P_2 \times P_5 = 2 \times 120 = 240$ ，即有240种坐法。

在演算排列和組合的問題时，往往要把排列数或組合数相加或相乘。学生常不易判別在什么时候应当用乘法，在什么时候应当用加法。我們知道，如果在每次所取的既要有甲，又要有乙，这时就要把甲的排列数或組合数与乙的排列数或組合数相乘。例如在五个男生中选三人，四个女生中选两人成立一組参加辯論会，这样的問題說明这个組里既要有三个男生，又要有两个女生，所以选的方法共有 $C_5^3 \times C_4^2$ 种。事实上，每一种三个男生的

選法，總可以和女生 C 的 4 種選法里的每一種選法成立一組。男生選法共有 C_5^3 種，所以總共選法 $C_5^3 \times C_4^2$ 種。

如果說，在五個男生中選出三人或者在四個女生中選出三人，就是說，每次所取的是甲也可以，是乙也可以，二者只取其一，這時就用加法。象這個問題，就得到 $C_5^3 + C_4^3$ 種選法。

有些問題是比較複雜的，例如習題三十四第30題的(1)，把6本書平均分給甲、乙、丙三個學生，每人2本。設這6本書為 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 。我們可以把 A 、 B 兩本書給甲， C 、 D 兩本書給乙， E 、 F 兩本書給丙；我們也可以把 A 、 B 兩本書給乙， C 、 D 兩本書給甲， E 、 F 兩本書給丙，這樣的給法與上面的給法不同。因此，某某兩本書給不同的人，得到不同的方法。這個問題，我們可以這樣做：把甲、乙、丙三個學生排好，先取兩本書給甲（這兩本書可以是 A 、 B ，也可以是 C 、 D 等），有 C_6^2 種方法；再從其餘四本書里取兩本書給乙（這兩本書可以是 C 、 D ，也可以是 A 、 B 等），有 C_4^2 種方法；最後將其餘兩本書給丙，有 C_2^2 種方法。因此共有 $C_6^2 \times C_4^2 \times C_2^2 = 15 \times 6 \times 1 = 90$ 種方法。

如果把這6本書平均分成三份，每份2本，那末 A 、 B 、 C 、 D 和 E 、 F 與 C 、 D ， A 、 B 和 E 、 F 就沒有區別了。原來 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 的順序更動共有 $3!$ 種，現在只有1種，所以這樣的問題的答案等於 $\frac{1}{3!} C_6^2 \times C_4^2 \times C_2^2 = \frac{1}{6} \times 90 = 15$ 。

這個問題的(2)和(3)的算法，又與(1)不同。(2). 甲得1本有 C_6^1 種方法，乙得2本有 C_5^2 種方法，丙得3本有 C_3^3 種方法，故共有 $C_6^1 \times C_5^2 \times C_3^3$ 種方法。(3). 可以甲得1本，也可以乙得1本，也可以丙得1本，因此，要把(2)的結果再用 $3!$ 乘，得 $3! C_6^1 \times C_5^2 \times C_3^3$ 。

總之，要演算排列或組合的問題，是沒有一定的法則的，應

当首先要將問題的各方面考慮到。現在把習題三十四其餘的問題和複習題八有關這類問題的答案寫在下面，供教師在演算時作參考。

習題三十四：9. (3) $A_5^1 + A_5^2 + A_5^3 + A_5^4 + A_5^5$, (4) $3P_3 + 4 \times P_4$; 10. (1) $6!$; (3) $4 \times 6!$; 11. (1) $P_3 \times (2+3+4+5) \times 4$, (2) $P_3 \times (2+3+4+5) \times (1000+100+10+1)$; 20. (2) $C_n^2 - n$; 21. $C_{10}^2 - C_3^2 + 1$; 23. (1) C_{m+1}^n , (2) C_m^n , (3) C_m^{n-1} , (4) $C_{m+1}^n = C_m^n + C_m^{n-1}$; 24. (1) C_{50}^3 , (2) $2C_{50}^4$, (3) C_{50}^5 , (4) $2C_{50}^4 + C_{50}^3$; 25. $2^6 - 1$; 27. A_5^2, C_5^2 ; 28. $C_{80}^3 \times C_3^1$; 29. $C_5^3 \times C_4^2 \times 5!$

複習題八：5. (1) $A_5^1 + 5A_5^1 + 5A_5^2 + 5A_5^3 + 5A_5^4 + 5A_5^5$, (2) $2 \times 3 \times 4! + A_3^2 \times 4!$, (3) $A_4^2 + 3 \times A_3^1$, (4) $4 \times P_5 - 1$; 6. (1) $2! \times 7!$, (2) $8! - 2! \times 7!$, (3) $4! \times 4!$; 7. (1) $C_7^2 \times C_8^2$, (2) $C_8^2 \times C_7^2 + C_8^3 \times C_7^1 + C_8^4$; (3) $C_8^3 + C_6^1 \times C_8^2 + C_6^2 \times C_8^1 + C_6^3$; (4) $C_7^1 \times C_8^3 + C_7^3 + C_8^1$; 8. (1) C_n^2 , (2) C_n^2 ; 9. (1) $C_m^2 \times C_n^2$, (2) $C_{n+2}^2 \times C_{n+2}^2 - 1$; 10. (1) $C_7^1 + C_7^2 + C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^7 = 2^7 - 1 = 127$; (2) $2^4 - 5$; 11. (1) $A_8^4 \times 4!$, (2) $C_5^2 \times 4! \times 4!$.

教學建議：

一、這一章對學生來說是有困難的，教師在講解時，應着重講清排列和組合，排列和排列數、組合和組合數的區別；在講解例題時，指出如何判定所解的問題是排列問題還是組合問題，並需要指導學生如何進行分析問題。

二、本單元授課八課時。

三、各課时的教学内容和作业：

1. 第一課时：

課題：§109. 排列。

教学要求：使学生理解排列的意义和排列数的公式。

教法建議：

(1) 告訴学生，在第二册里，我們講解了自然数集合上的函数——数列，本章講解另一种自然数集合上的函数。

(2) 用公路局須备車票的种数和电报号码的例子(參看教材研究二的例1和例2)以及課本中的例來講解排列的意义(在排列的定义里沒有指出 $1 \leq n \leq m$ ，因为这个定义也包含准許重复的排列——參看教材研究二)。在講解排列定义时，教师要着重指出下面两点：

(一) 順序有关，为下面講解組合作好准备；

(二) 用課本中的例题說明每一种选法就是一个排列。

(3) 指出本节只講解簡單的排列問題，即从 m 个不同的元素里，每次取出 n 个不同的元素的排列，也就是說，我們不研究象电报号码那样的問題。因此，就有 $1 \leq n \leq m$ 。进而着重指出我們所討論的不是問如何排列，而是求排列的种数(学生在学习这一章时，往往不知道要求什么，所以这一点要着重提出)。指出記号 A_m^n 只表示从 m 个不同元素里每次取出 n 个不同元素的排列数。

(4) 講解排列数的公式和例1及例2(本課时不講例3至例6)。講到阶乘时，应指出 $m!$ 里的 $m \geq 1$ ；較大数的阶乘是較小数的阶乘的倍数(參看教材研究五)。

(5) 要学生計算习题三十四第2題的(3)和第3題的(1)。

課外作业：习题三十四：2的(2)，(4)；3的(2)，(3)；4的(2)，(3)；5的(2)，(4)；6的(2)。

2. 第二課時:

課題: §109. 排列(續)。

教學要求: 使學生學會如何判定一個問題是排列的問題。

教法建議:

(1) 這一課時只講例 3 和例 4。

(2) 提問排列的意義和排列數、全排列數的公式以及階乘的意義。

(3) 講解例 3 和例 4 時, 要向學生指出如何判定這類問題是排列的問題(如例 3 可指出 1234 和 4321 是兩個不同的數, 所以在這個問題里把數字的位置調換, 就得到不同的數; 例 4 可指出按 $A、B、C、D、E$ 的順序排在書架上和按 $B、A、C、D、E$ 順序排在書架上的排法是不同的)。

(4) 在講解例 4 後, 指出要驗證所得的結果的正確性是比較困難的(象例 4 只有從 9 本書里每次取 5 本排在書架上看是不是有 15120 種排法, 這樣做很困難), 因此, 必須事先很好的把問題詳細的考慮。

(5) 再用“20 個人互贈照片, 一共要多少照片?”結合提問來進行講解。

課外作業: 習題三十四: 7; 8; 9 的(1)。

注: 在布置作業時, 要向學生規定在作習題時應說明為什麼這類的問題是排列問題。

3. 第三課時:

課題: §109. 排列(續)。

教學要求: 使學生會解較複雜的排列問題。

教法建議:

(1) 提問排列的意義、排列數的公式以及如何判定某一個問題是排列問題。

(2) 講解例 5 和例 6。在講解時, 教師應將每一個例題的敘

述按步写出,因为这一部分就是对于问题的分析,所以非常重要(在布置作业时,也要向学生要求把这一部分按步写出)。

(3)可以告诉学生,这类问题也可以按如下的作法(参看教材研究六):

例5、百位上的数字只能是1、2、3、4、5、6、7、8、9九个数字,所以共有9种方法选择,其余两位上的数字(即十位上的数字和个位上的数字),就在其余9个数字中每次取两个数字,有 A_9^2 种方法。于是,得 $9 \times A_9^2$ 。

例6、其中有一个儿童不站在排头,也不站在排尾,故排头和排尾的站法只有在其他5个儿童里每次取2个儿童,即 A_5^2 ,其余的四个位置的站法是 P_4 。于是,得 $A_5^2 \times P_4$ 。

(4)可用习题三十四第9题的(3)和第11题的(1)结合提问来讲解。

课外作业:习题三十四:9的(2),(4);10;11的(2)。

4. 第四课时:

课题:§110. 组合。

教学要求:使学生理解组合的意义、组合数公式及其性质。

教法建议:

(1)提问排列的意义及排列数公式。

(2)用篮球比赛和齐次式的例子(参看教材研究二的例3和例4)以及课本中的例题讲解组合的意义,并着重指出排列与组合的区别(即前者有顺序关系,后者不管顺序)。在组合定义里没有规定 $1 \leq n \leq m$,因为这个定义也包括准许重复的组合(参看教材研究二)。用课本中的例说明每一种选法就是一个组合。

(3)指出本节只讲解简单的组合问题,即从 m 个不同的元素里,每次取出 n 个不同的元素的组合,这时,就需要 $1 \leq n \leq m$ 。在本节里,我们讲解的不是如何组合,而是求组合的种数。记号 C_m^n 只表示这类简单组合的种数。