

辽宁名校 **高考** 模拟

2007 辽宁第一卷

高考试题研究室 编

- 辽宁省实验中学
- 沈阳二中
- 东北育才中学
- 大连育明高中
- 大连二十四中
- 大连八中
- 鞍山一中
- 抚顺二中
- 本溪高中
- 锦州中学
- 葫芦岛高中
- 阜新高中
- 铁岭高中



数学

辽宁师范大学出版社

辽宁名校高考模拟

20072007

辽宁第一卷

高考试题研究室 编

- ◆ 辽宁省实验中学
- ◆ 沈阳二中
- ◆ 东北育才中学
- ◆ 大连育明高中
- ◆ 大连二十四中
- ◆ 大连八中
- ◆ 鞍山一中
- ◆ 抚顺二中
- ◆ 本溪高中
- ◆ 锦州中学
- ◆ 葫芦岛高中
- ◆ 阜新高中
- ◆ 铁岭高中

数学

辽宁师范大学出版社

·大连·

©高考试题研究室 2006

图书在版编目(CIP)数据

2007 辽宁第一卷. 数学/高考试题研究室编. —大连:
辽宁师范大学出版社, 2006. 8
ISBN 7-81103-453-0

I. 2... II. 高... III. 数学课—高中—习题—升学
参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 092076 号

出 版 人:程培杰

责任编辑:郭德才

责任校对:刘海莲

封面设计:方力颖

版式设计:孟 冀

出 版 者:辽宁师范大学出版社

地 址:大连市黄河路 850 号

邮 编:116029

营销电话:(0411)84206854 84215261 84259913(教材)

印 刷 者:大连华伟印刷有限公司

发 行 者:全国新华书店

幅面尺寸:210mm×285mm

印 张:10.5

字 数:345 千字

出版时间:2006 年 8 月第 1 版

印刷时间:2006 年 8 月第 1 次印刷

定 价:12.00 元

目 录

2007 年高考英语模拟试卷(一)	1
2007 年高考数学模拟试卷(二)	6
2007 年高考数学模拟试卷(三)	11
2007 年高考数学模拟试卷(四)	15
2007 年高考数学模拟试卷(五)	20
2007 年高考数学模拟试卷(六)	24
2007 年高考数学模拟试卷(七)	29
2007 年高考数学模拟试卷(八)	33
2007 年高考数学模拟试卷(九)	38
2007 年高考数学模拟试卷(十)	42
2007 年高考数学模拟试卷(十一)	47
2007 年高考数学模拟试卷(十二)	52
2007 年高考数学模拟试卷(十三)	56
2007 年高考数学模拟试卷(十四)	60
2007 年高考数学模拟试卷(十五)	64
2007 年高考数学模拟试卷(十六)	69
2007 年高考数学模拟试卷(十七)	73
2007 年高考数学模拟试卷(十八)	77
2007 年高考数学模拟试卷(十九)	82
2007 年高考数学模拟试卷(二十)	87
2007 年高考数学模拟试卷(二十一)	91
2007 年高考数学模拟试卷(二十二)	95
2007 年高考数学模拟试卷(二十三)	99
2007 年高考数学模拟试卷(二十四)	103
2007 年高考数学模拟试卷(二十五)	108
参考答案	112

2007 年高考数学模拟试卷(一)

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x \mid |2x+1| > 3\}$, $B = \{x \mid x^2 + x - 6 \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $[-3, -2] \cup (1, 2]$

B. $(-3, -2] \cup (1, +\infty)$

C. $(-3, -2] \cup [1, 2)$

D. $(-\infty, -3) \cup (1, 2]$

2. (理) 若 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x + a}{x^2 - x - 2} = \frac{5}{3}$, 则 a 的值是 ()

A. 2

B. -2

C. 6

D. -6

(文) 函数 $y = \frac{x+1}{x-1}$ ($x \neq 1$) 的反函数是 ()

A. $y = \frac{x-1}{x+1}$ ($x \neq -1$)

B. $y = \frac{1-x}{1+x}$ ($x \neq -1$)

C. $y = \frac{1+x}{1-x}$ ($x \neq 1$)

D. $y = \frac{x+1}{x-1}$ ($x \neq 1$)

3. 命题 P : 函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{6}) + 1$ 满足 $f(\frac{\pi}{3} + x) = f(\frac{\pi}{3} - x)$

命题 Q : 函数 $g(x) = \sin(2x + \theta) + 1$ 可能是奇函数(θ 为常数); 则复合命题“ P 或 Q ”“ P 且 Q ”“非 Q ”为真命题的个数为 ()

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

4. 在公差为 2 的等差数列 $\{a_n\}$ 中, 如果前 17 项和为 $S_{17} = 34$, 那么 a_{12} 的值为 ()

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

5. 曲线 $y^2 \sin x + 2y - 1 = 0$ 先向左平移 π 个单位, 再向下平移 1 个单位, 得到的曲线方程是 ()

A. $(y-1)^2 \sin x - 2y + 3 = 0$

B. $(y-1)^2 \sin x + 2y - 3 = 0$

C. $(y+1)^2 \sin x - 2y - 1 = 0$

D. $(y+1)^2 \sin x + 2y + 1 = 0$

6. 函数 $y = (\frac{1}{2})^x$ 与函数 $y = -\frac{2^x}{16}$ 的图象关于 ()

A. 直线 $x = 2$ 对称

B. 点 $(4, 0)$ 对称

C. 直线 $x = 4$ 对称

D. 点 $(2, 0)$ 对称

7. (理) 已知函数 $f(x) = x \cdot \sin x$, 若 A, B 是锐角三角形两个内角, 则 ()

A. $f(-\sin A) > f(-\sin B)$

B. $f(\cos A) > f(\cos B)$

C. $f(-\cos A) > f(-\sin B)$

D. $f(\cos A) < f(\sin B)$

(文) 垂直于直线 $2x - 6y + 1 = 0$, 且与曲线 $y = x^3 + 3x^2 - 1$ 相切的直线方程是 ()

A. $3x - y - 2 = 0$

B. $3x - y + 2 = 0$

C. $3x + y - 2 = 0$

D. $3x + y + 2 = 0$

8. 若直线 $y = \frac{3}{2}x$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的交点在实轴上的射影恰好为双曲线的焦点, 则双曲线的离心率为 ()

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $2\sqrt{2}$

D. 4

9. 三棱锥 $A-BCD$ 中, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ 是全等的正三角形, 边长为 2, 且 $AD=1$, 则三棱锥 $A-BCD$ 的体积为 ()

A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{11}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{11}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

10. 口袋里放有大小相等的两个红球和一个白球, 有放回地每次摸取一个球, 定义数列 $\{a_n\}$:

$a_n = \begin{cases} -1 & \text{第 } n \text{ 次摸取红球} \\ 1 & \text{第 } n \text{ 次摸取白球} \end{cases}$, 如果 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 那么 $S_7=3$ 的概率为 ()

A. $C_7^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$ B. $C_7^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$
C. $C_7^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$ D. $C_7^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$

11. (理) 将正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的各面涂色, 任何相邻两个面不同色, 现在有 5 个不同的颜色, 并且涂好了过顶点 A 的 3 个面的颜色, 那么其余 3 个面的涂色方案共有 ()

A. 15 种 B. 14 种 C. 13 种 D. 12 种

(文) 从 5 位男同学和 4 位女同学中选出 3 位同学分别担任数、语、外三科的课代表, 要求选出的 3 位同学中男女都要有, 则不同的选派方案共有 ()

A. 210 种 B. 630 种 C. 420 种 D. 840 种

12. 已知函数 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ 在区间 $[-1, 2]$ 上是减函数, 那么 $b+c$ ()

A. 有最大值 $\frac{15}{2}$ B. 有最大值 $-\frac{15}{2}$
C. 有最小值 $\frac{15}{2}$ D. 有最小值 $-\frac{15}{2}$

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分.

13. 在 $(1-x^3)(1+x)^{10}$ 的展开式中, x^5 的系数为 _____.

14. 已知向量 $\vec{a} = (6, 2)$, $\vec{b} = \left(-4, \frac{1}{2}\right)$, 直线 l 过点 $A(3, -1)$ 且与向量 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 垂直, 则直线 l 的方程为 _____.

15. $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的增函数, 对正实数 x, y 都有: $f(xy) = f(x) + f(y)$ 成立. 则不等式 $f(\log_2 x) < 0$ 的解集为 _____.

16. 将正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折成直二面角 $A-BD-C$, 有如下四个结论:

① $AC \perp BD$ ② $\triangle ACD$ 是等边三角形
③ AB 与平面 BCD 成 60° 的角 ④ AB 与 CD 所成的角为 60°

其中真命题的编号是 _____ (写出所有真命题的编号)

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边是 a, b, c , 且 $a^2 + c^2 - b^2 = \frac{1}{2}ac$.

(1) 求 $\sin^2 \frac{A+C}{2} + \cos 2B$ 的值;

(2) 若 $b=2$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

18. (本题满分12分)

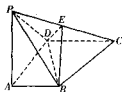
旅游公司为3个旅游团提供4条旅游线路,每个旅游团任选其中一条.

- (1) 求3个旅游团选择3条不同线路的概率;
- (2) 求恰有2条线路没有被选择的概率;
- (3) 求选择甲线路旅游团数的期望.

19. (本题满分12分)

如图:四棱锥 $P-ABCD$ 底面为一直角梯形, $AB \perp AD$, $CD \perp AD$, $CD = 2AB$, $PA \perp$ 面 $ABCD$, E 为 PC 中点.

- (1) 求证:面 $PDC \perp$ 面 PAD ;
- (2) 求证: $BE \parallel$ 平面 PAD ;
- (3) 假定 $PA = AD = CD$,求二面角 $E-BD-C$ 的平面角的正切值.



(第19题)

20. (本题满分 12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足: $a_1 = b_1 = 6, a_2 = b_2 = 4, a_3 = b_3 = 3$, 且数列 $\{a_{n+1} - a_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 是等差数列, 数列 $\{b_n - 2\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 是等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 是否存在 $k \in \mathbf{N}^*$, 使 $a_k - b_k \in (0, \frac{1}{2})$? 若存在, 求出 k ; 若不存在, 说明理由.

21. (本题满分 14 分)

双曲线 C 的渐近线方程为 $x \pm 2y = 0$, 点 $A(5, 0)$ 到双曲线 C 上动点 P 的距离的最小值为 $\sqrt{6}$.

(1) 求双曲线方程;

(2) 若过 $B(1, 0)$ 点的直线 l 交双曲线 C 上支一点 M , 下支一点 N , 且 $4\overrightarrow{MB} = 5\overrightarrow{BN}$, 求直线 l 的方程.

22. (本题满分12分)

(理) 设函数 $f(x) = \frac{1-x}{ax} + \ln x$ 在 $[1, +\infty)$ 上为增函数.

(1) 求正实数 a 的取值范围;

(2) 若 $a = 1$, 求证: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n} < \ln n < n + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n-1}$ ($n \in \mathbf{N}^*$ 且 $n \geq 2$).

(文) 已知 $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2ax^2 - 3x$ ($a \in \mathbf{R}$).

(1) 当 $|a| \leq \frac{1}{4}$ 时, 求证: $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 内是减函数;

(2) 当 $a > \frac{1}{4}$ 时, 求证: $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 内有极值, 是极大值.

2007 年高考数学模拟试卷(二)

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若复数 z 满足 $z(1+2i) = 3+4i$, 则 z 等于 ()

- A. $-1+4i$ B. $2+4i$ C. $2+i$ D. $-1+2i$

2. (理) 设集合 $M = \{x | x \geq 2\}$, $P = \{x | x > 1\}$, 那么“ $x \in M \cup P$ ”是“ $x \in M \cap P$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

(文) 已知 $\triangle ABC$ 中, $\tan \frac{A+B}{2} = \sin C$, 则 $\angle C$ 等于 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

3. 已知 $f(x) = \begin{cases} x-4 & (x \geq 6) \\ f(x+2) & (x < 6) \end{cases}$, 则 $f(3) =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. (理) 如果 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 且 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, 那么 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha =$ ()

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ B. $-\frac{2\sqrt{2}}{5}$ C. $\frac{4\sqrt{2}}{5}$ D. $-\frac{4\sqrt{2}}{5}$

(文) 若函数 $y = 2\log_4 x$ 的值域为 $[-1, 1]$, 则它的反函数的值域是 ()

- A. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}\right]$ B. $[-1, 1]$
C. $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ D. $\left(-\infty, \frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup [\sqrt{2}, +\infty)$

5. (理) 若圆 $x^2 + y^2 - ax + 2y + 1 = 0$ 和圆 $x^2 + y^2 = 1$ 关于直线 $y = x - 1$ 对称, 过点 $C(-a, a)$ 的圆 P 与 y 轴相切, 则圆心 P 的轨迹方程是 ()

- A. $y^2 - 4x + 4y + 8 = 0$ B. $y^2 - 2x - 2y + 2 = 0$
C. $y^2 + 4x - 4y + 8 = 0$ D. $y^2 - 2x - y + 1 = 0$

(文) 直线 $x + 2y = 0$ 截圆 $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$ 所得的弦长为 ()

- A. 4 B. $2\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{5}$ D. 10

6. 一工厂生产了某种产品 24000 件, 它们来自甲、乙、丙 3 条生产线. 现采用分层抽样的方法对这批产品进行抽样检查. 已知从甲、乙、丙 3 条生产线依次抽取的个体数恰好组成一个等差数列, 则这批产品中乙生产线生产的产品数量是 ()

- A. 12000 B. 6000 C. 4000 D. 8000

7. 下列函数中, 既在 $(0, \pi)$ 内是增函数, 又是以 2π 为最小正周期的偶函数的是 ()

- A. $y = \frac{1}{2} \sin x$ B. $y = 1 - \cos^2 \frac{x}{2}$
C. $y = 2 \cos x$ D. $y = \tan \frac{x}{2}$

8. 已知 $-3 < x < 0$, 则 $y = x\sqrt{9-x^2}$ 的最小值为 ()
 A. $-\frac{9}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{9}{2}$

9. 一个球与一个正三棱柱的三个侧面和两个底面都相切, 已知这个球的体积是 $\frac{32}{3}\pi$, 那么这个三棱柱的体积是 ()

A. $96\sqrt{3}$ B. $16\sqrt{3}$ C. $24\sqrt{3}$ D. $48\sqrt{3}$

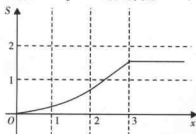
10. 已知正数数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, 且对于任意大于 1 的整数 n , 点 $(\sqrt{a_n}, \sqrt{a_{n-1}})$ 总在直线 $x - y - \sqrt{3} = 0$ 上,

则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{(n+1)^2} =$ ()

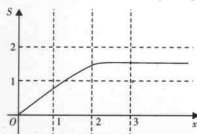
A. 0 B. 1 C. 2

D. 3

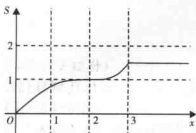
11. 如图, 在 $\triangle AOB$ 中, 点 $A(2,1)$, $B(3,0)$, 点 E 在射线 OB 上自 O 开始移动. 设 $OE = x$, 过 E 作 QB 的垂线 l , 记 $\triangle AOB$ 在直线 l 左边部分的面积为 S , 则函数 $S = f(x)$ 的图象是



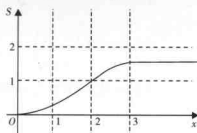
A



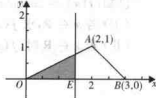
B



C



D



(第 11 题)

12. 已知集合 $P = \{x | 1 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{Z}\}$, 直线 $y = 2x + 1$ 与双曲线 $mx^2 - ny^2 = 1$ 有且只有一个公共点, 其中 $m, n \in P$, 则满足上述条件的双曲线共有 ()
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

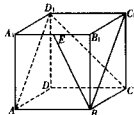
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分.

13. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 1 \end{cases}$, 则 $z = x + 2y$ 的最小值为_____.

14. 用 0, 1, 2, 3, 4 这五个数字组成无重复数字的五位数, 其中恰有一个偶数夹在两个奇数之间的五位数共有_____个.

15. 已知向量 $\vec{a} = (-2, -1)$, $\vec{b} = (t, 1)$, 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角, 则实数 t 的取值范围是_____.

16. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, E 是 A_1B_1 的中点, 则下列四个命题:



(第 16 题)

- ① 点 E 到平面 ABC_1D_1 的距离是 $\frac{1}{2}$;
- ② 直线 BC 与平面 ABC_1D_1 所成的角等于 45° ;
- ③ 空间四边形 $ABCD_1$ 在正方体六个面内的射影围成的面积最小值为 $\frac{1}{2}$;
- ④ BE 与 CD_1 所成的角为 $\arcsin \frac{\sqrt{10}}{10}$.

其中真命题的编号是_____。(写出所有真命题的编号)

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 12 分)

已知: $f(x) = 2a\cos^2 x + \sqrt{3}a\sin 2x + a^2$ ($a \in \mathbf{R}, a \neq 0$ 为常数).

- (I) 若 $x \in \mathbf{R}$, 求 $f(x)$ 的最小正周期;
- (II) 若 $x \in \mathbf{R}$ 时, $f(x)$ 的最大值小于 4, 求 a 的取值范围.

18. (本题满分 12 分)

(理) 某中学篮球队进行投篮训练, 每人在一轮练习中最多可投篮 4 次, 现规定一旦命中即停止该轮练习, 否则一直投到 4 次为止. 已知运动员甲的投篮命中率为 0.7.

- (I) 求一轮练习中运动员甲的投篮次数 ξ 的分布列, 并求出 ξ 的期望 $E\xi$ (结果保留两个有效数字);
- (II) 求一轮练习中运动员甲至少投篮 3 次的概率.

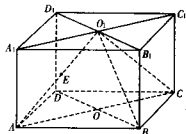
(文) 甲、乙两人各进行 3 次投篮, 甲每次投中的概率为 $\frac{1}{2}$, 乙每次投中的概率为 $\frac{3}{4}$.

- 求: (I) 甲恰好投中 2 次的概率;
- (II) 乙至少投中 2 次的概率;
- (III) 乙恰好比甲多投中 2 次的概率.

19. (本题满分12分)

如图,直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的高为3,底面是边长为4且 $\angle DAB = 60^\circ$ 的菱形, $AC \cap BD = O$, $A_1C_1 \cap B_1D_1 = O_1$, E 是 O_1A 的中点.

- (I) 求二面角 O_1-BC-D 的大小;
 (II) 求点 E 到平面 O_1BC 的距离.



(第19题)

20. (本题满分12分)

(理) 已知 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 3mx + 4$ (其中 m 为常数) 有极大值5.

- (I) 求 m 的值;
 (II) 求曲线 $y = f(x)$ 过原点的切线方程.

(文) 已知 $f(x) = ax - x^2$ 在区间 $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ 内是增函数.

- (I) 求实数 a 的取值范围;
 (II) 若 $f(x)$ 极小值为 -2 , 求实数 a 的值.

21. (本题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $S_n = \frac{n}{2}a_n$ ($n \in \mathbf{N}^+$), S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和, $a_2 = 1$.

(I) 求 a_n ;

(II) 证明: $\frac{3}{2} \leq \left(1 + \frac{1}{2a_{n+1}}\right)^n < 2$.

22. (本题满分 14 分)

在平面直角坐标系中, 已知向量 $\overrightarrow{OF} = (c, 0)$ (c 为常数, 且 $c > 0$), $\overrightarrow{OG} = (x, x)$ ($x \in \mathbf{R}$), $|\overrightarrow{FG}|$ 的最小值为 1, $\overrightarrow{OE} = \left(\frac{a^2}{c}, t\right)$ (a 为常数, 且 $a > c$, $t \in \mathbf{R}$), 动点 P 同时满足下列三个条件:

① $|\overrightarrow{PF}| = \frac{c}{a} |\overrightarrow{PE}|$; ② $\overrightarrow{PE} = \lambda \cdot \overrightarrow{OF}$ ($\lambda \in \mathbf{R}$, 且 $\lambda \neq 0$); ③ 动点 P 的轨迹 C 经过点 $B(0, -1)$.

(I) 求曲线 C 的方程;

(II) 是否存在方向向量为 $\hat{m} = (1, k)$ ($k \neq 0$) 的直线 l , l 与曲线 C 相交于 M, N 两点, 使 $|\overrightarrow{BM}| = |\overrightarrow{BN}|$, 且 $\overrightarrow{BM}$ 与 $\overrightarrow{BN}$ 的夹角为 60° ? 若存在, 求出 k 值, 并写出直线 l 的方程; 若不存在, 请说明理由.

2007 年高考数学模拟试卷(三)

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $P = \{0, 1\}$, 集合 $Q = \{y \mid y = 1 - x, x \in P\}$, 则 P 与 Q 的关系是 ()

- A. $P = Q$ B. $P \supseteq Q$ C. $P \subseteq Q$ D. $P \cap Q = \emptyset$

2. 已知 a, b 均是实数, 则“ $a^2 + b^2 < 1$ ”是“ $(a-1)(b-1) > 0$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. (理) 复数 $\frac{1-\sqrt{3}i}{(1+i)^2}$ 等于 ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
C. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

(文) 下列函数, 值域是 $(0, +\infty)$ 的是 ()

- A. $y = x^2 - 2x + 2$ B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{1-x}$
C. $y = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^x} - 1$ D. $y = |\log_2 x^2|$

4. 已知 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x-3y+3 \geq 0 \\ 2x-y-2 \leq 0 \\ 2x+3y+6 \geq 0 \end{cases}$, 则 $x^2 + y^2$ 的最大值为 ()

- A. 4 B. 9 C. $\frac{29}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

5. 从 1, 3, 5, 7, 9 中任取 3 个数字, 从 2, 4, 6, 8 中任取 2 个数字组成没有重复数字的 5 位数, 一共可以组成 ()

- A. 720 个 B. 1440 个 C. 7200 个 D. 4320 个

6. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 异面直线 AC 与 BC_1 所成的角是 ()

- A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°

7. 设双曲线以椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 长轴的两个端点为焦点, 其准线过椭圆的焦点, 则双曲线的渐近线的斜率为 ()

- A. ± 2 B. $\pm \frac{1}{2}$ C. $+\frac{4}{3}$ D. $+\frac{3}{4}$

8. $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = \sqrt{3}, \vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$, 且 $\vec{c} \perp \vec{b}$, 向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是 ()

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

9. 设 a, b 为不同直线, α, β, γ 为不同平面, 下面能推出 $\alpha \parallel \beta$ 的是 ()

- A. $a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel b$ B. $a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel \alpha, b \parallel \beta$
C. $a \perp \alpha, b \perp \beta, a \parallel b$ D. $a \perp \gamma, \beta \perp \gamma$

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = b \cos C$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()
- A. 锐角三角形 B. 直角三角形
C. 钝角三角形 D. 不能确定
11. (理) 已知一个等差数列前 12 项的和为 78, 前 12 项中奇数项的和与偶数项的和之比为 6:7, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{(2n+1)^2}$ 的值为 ()
- A. 4 B. $\frac{1}{4}$ C. 8 D. $\frac{1}{8}$
- (文) 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, 且对任意大于 1 的正整数 n , 点 (a_n, a_{n-1}) 在直线 $x - y - 6 = 0$ 上, 则该数列第 5 项到第 10 项的和是 ()
- A. 210 B. 242 C. 250 D. 252
12. 函数 $y = f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) 满足 $f(x+2) = f(x)$, 且 $x \in (-1, 1]$ 时, $f(x) = |x|$, 则函数 $y = f(x)$ 的图象与函数 $y = |\log_3 |x||$ 的图象的交点个数是 ()
- A. 8 B. 6 C. 4 D. 3

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分.

13. 已知 $a = \sin 15^\circ - \cos 15^\circ$, $b = \sin 10^\circ - \cos 10^\circ$, 则 a, b 的大小关系是_____.
14. 一个正方体内接于表面积为 4π 的球, 则正方体的全面积为_____.
15. 已知 $f(x) = 1 - 3(x-1) + 3(x-1)^2 - (x-1)^3$, 则 $f^{-1}(x) =$ _____.
16. (理) 已知直线 $l: y = kx + b$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A, B 点, 且 $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}$ ($\vec{i}, \vec{j}$ 分别是与 x 轴、 y 轴同方向的单位向量), 则直线 l 截抛物线 $y^2 = -bx$ 所得弦长为_____.
- (文) 直线 $l: 2x + y + c = 0$ 过抛物线 $y^2 = 2x$ 的焦点, 则直线 l 截抛物线所得弦长为_____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 12 分)

已知 $\tan\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$.

(1) 求 $\tan a$ 的值;

(2) 求 $\frac{\sin 2a + \cos 2a}{\cos\left(\frac{\pi}{4} + a\right)\sin\left(\frac{\pi}{4} - a\right)}$ 的值.

18. (本题满分12分)

设数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \frac{5}{6}$, 若二次方程 $a_{n-1}x^2 - a_nx + 1 = 0$ ($n \in \mathbb{N}^*$ 且 $n \geq 2$) 都有根 α, β , 且满足 $3\alpha - \alpha\beta + 3\beta = 1$.

(1) 求证: $\{a_n - \frac{1}{2}\}$ 为等比数列;

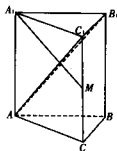
(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. (本题满分12分)

如图, 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $BC = 1$, $AA_1 = \sqrt{6}$, M 是 CC_1 中点.

(1) 求证: $A_1M \perp$ 平面 AB_1C_1 ;

(2) 求平面 AB_1C_1 与平面 ABB_1 所成锐二面角的余弦值.



(第19题)