

尖子生

(五、六年级)

数学

shuxue

●杨丽菊 主编

●拓展课本知识
■提高人文素质
▲造就尖子学生



上海远东出版社



尖子生 数学

(五、六年级)

杨丽菊 主编

 上海远东出版社

图书在版编目(CIP)数据

尖子生数学. 五、六年级/杨丽菊主编. —上海:上海
远东出版社, 2007

ISBN 978-7-80706-377-3

I. 尖... II. 杨... III. 数学课-小学-课外读物
IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 155853 号

尖子生数学

主 编 杨丽菊

编 委 袁 群 杨晓露 杨静华 许漪静 孙玉芳

周扣娣 丁熙琼 彭晓赢 乔正琴 朱 丽

陈 敏 钱晓雯 贺艳红 张 萍 陈守炜

冉继文

前言

中国古代有一句格言：“习之者不如好之者，好之者不如乐之者。”意思是说，学习任何一样东西，兴趣是非常重要的。学习数学同样如此。

《尖子生数学》根据学生的知识基础、心理特点，以及学习、生活中遇到的实际问题，设计编排了这套系列训练题。这些题目不仅对学生的数学思维进行了有效的训练，而且能激发学生学习数学的热情，培养学生学习数学的兴趣。

书中每一单元都有“听一听”或“读一读”，听听古今中外数学家的故事，读读经典的数学问题，让学生在学习数学的过程中学会欣赏和理解人类创造的文化成果。单元例题则采用了师生对话、学生对话等形式讲述思考方法、过程，让学生拓展思维，学会多种解题方法。这种形式更便于教师、家长对孩子进行辅导讲解，同时也有利于学生自学。在编排上除了有例题外，还有“试一试”和“练一练”，通过练习，进一步锻炼和提高学生观察问题、分析问题、解决问题的能力。

我们希望这一套书能进一步普及数学知识，使更多的学生喜爱数学；同时，也使喜爱数学的学生学到更多的知识和方法，得到更好的发展。

编者

目 录

1. 页码中的数字	1
2. 二进制	7
3. 图形的计数	15
4. 韩信点兵	23
5. 同余问题	29
6. 奇妙的幻方	33
7. 质数和合数	40
8. 分解质因数的妙用	48
9. 邮递员送信	55
10. 逻辑推理	60
11. 墓碑上的数学题	69
12. 九章算术	75
13. 列方程解应用题	82
14. 行程问题	86
15. 五连形	91
参考答案	97



1. 页码中的数字



我们把0、1、2、…、9称为“阿拉伯数字”，那么阿拉伯数字是不是由阿拉伯人发明的呢？其实，这些数字最早产生于印度。远在公元7世纪时，印度数字1、2、3……以及印度的计算方法就传到了阿拉伯，并且由阿拉伯人逐渐传播到欧洲各个国家。欧洲人误以为这是阿拉伯人发明的，就把它称为“阿拉伯数字”。这样流传了很多年，从此，人们将错就错，就把古代印度人发明的这些数字称为“阿拉伯数字”。

一本书的页码都是由一系列连续的自然数组成，而页码中每个自然数的大小是通过数字与数位来表达的，一个页码就有一个对应的自然数，它都包含了一个或几个数字，这样就发生了不少有关数位与数字的计算问题。

想一想?



一本书共有100页，在这本书的页码中共用了
()个数字。

页码1~9，每个页码用一个数字，9个页码共用
9个数字。



页码10~99，共 $99 - 9 = 90$ 页，每个页码用2
个数字，90个页码共 $2 \times 90 = 180$ 个数字。

页码100，用了3个数字。



我是这样想的：把这3段分别算出的数字的
个数相加，所得的和就是这本书的页码中共用了
多少个数字，这里用的是分段计算的方法。

$$\begin{aligned}
 &1 \times 9 + 2 \times (99 - 9) + 3 \\
 &= 1 \times 9 + 2 \times 90 + 3 \\
 &= 9 + 180 + 3 \\
 &= 192 (\text{个})
 \end{aligned}$$

所以，在这本书的页码中共用了 192 个数字。



试一试

一本杂志共有 240 页，在这本杂志的页码中共用了 () 个数字。



想一想?



一本《英汉字典》，所编页码共用了 3401 个数字，这本字典一共有 () 页。



页码 1 ~ 9 共用 9 个数字，页码 10 ~ 99 共用 180 个数字，页码 100 ~ 999 共用了 $3 \times (999 - 99) = 2700$ 个数字。



如果一本书正好是 99 页，那么共用了 $9 + 180 = 189$ 个数字；如果一本书正好是 999 页，那么共用了 $189 + 2700 = 2889$ 个数字。另外，页码 1000 ~ 9999，每个页码用 4 个数字。



这本字典的页码共用了 3401 个数字，而 $3401 > 2889$ ，所以这本书的页码超过 999。



要计算这本字典的页数，只要将 $3401 - 2889$ ，所得的差就是从 1000 页开始所用的数字个数的和。



我是这样想的：一般地，一本字典的页码很少会超过 9999，所以只要把这个差除以 4，所得的商与 999 相加就能求得这本字典的总页数。



我用列式计算：

$$1 \times 9 + 2 \times 90 + 3 \times 900 = 2889 \text{ (个)}$$

$$999 + (3401 - 2889) \div 4$$

$$= 999 + 512 \div 4$$

$$= 999 + 128$$

$$= 1127 \text{ (页)}$$

所以，这本字典一共有 1127 页。



试一试 2

一本小说书的页码中共用了 297 个数字，这本小说书共有 () 页。



想一想？



一本漫画书共 200 页，在这本书的页码中数字“1”出现了 () 次。

我用枚举法：“1”出现在个位上的数有：1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91, 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181, 191 共 20 个。





我觉得太麻烦了，我是这样想的：个位上出现数字“1”是每10个连续页码中出现一次“1”，即1, 11, 21, 31, ……，191。 $200 \div 10 = 20$ 个。十位上出现数字“1”是每100个连续页码出现10次“1”，即10~19, 110~119，所以共出现 $10 \times 2 = 20$ 个。百位上出现数字“1”是从100~199共100次。

在这本书的页码中数字“1”出现的次数： $20 + 20 + 100 = 140$ （次）。

所以，在这本书的页码中数字“1”出现了140次。



试一试3

在1~200的自然数中数字“0”出现了（ ）次。



练一练

1. 一本杂志共179页，在这本书的页码中共用了（ ）个数字。
2. 为了给一本长篇小说书的各页标上页码，印刷工人用了3289个数字，这本书共（ ）页。
3. 在1~100的奇数中，数字“3”共出现了（ ）次。

2. 二进制



钱经理经营着一家皮球批发店，虽然每天工作量很大，但是他的工作效率特别高，只要顾客一报出需要皮球的只数，如果数目不大，他不需要一只一只数，就能立刻从货架上拿起几只已包装好的盒子交给顾客，从不出错。有一天，另一家批发店的胡经理假装顾客来买 145 只皮球，钱经理立即拿了分别装有 1、16、128 只皮球的盒子给他。胡经理一看，果然正确。于是他又说是自己弄错了，是需要 123 只皮球。这一回，钱经理给了他分别装有 1、2、8、16、32、64 只皮球的 6 个盒子，胡经理一加又正确。胡经理回到家中，一直琢磨钱经理独特的货物包装形式，终于明白了其中的窍门，原来钱经理用了二进制的道理。



读一读

计数时，我们通常使用十进制，十进制用到0、1、2、3、4、5、6、7、8、9这十个数字，采用“满十进一”的进位法则。

实际上我们还会接触到一些其他进位制：如1小时=60分，1分钟=60秒，就采用了“六十进制”；一年有12个月，采用了“12进制”等等。

二进制的特点是“满二进一”，因此用二进制记数只需要“0”和“1”两个数字。在二进制中，0表示什么也没有，有一个记作“1”，2个记作“10”，读作“一零”，3个记作“11”，依此类推。下面就是十进制和二进制的对照表：

十进制数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
二进制数	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	

为了便于区分，一般用 $(10)_{10}$ 、 $(10)_2$ 分别表示十进制和二进制这两种不同进位制的数。十进制的计数单位是：一、十、百、千、万……，即 10^0 、 10^1 、 10^2 、 10^3 、 10^4 ……；二进制的计数单位是 2^0 、 2^1 、 2^2 、 2^3 、 2^4 ……。从右往左列成表格：

.....	第七位	第六位	第五位	第四位	第三位	第二位	第一位	位数
.....	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	二进制单位
.....	64	32	16	8	4	2	1	相当于十进制的数



想一想?

把下面的二进制数化成十进制数。

$$(11011)_2 = (\quad)$$

$$(101010)_2 = (\quad)$$

$$(110110)_2 = (\quad)$$



先找到每一位表示的计数单位:

第五位	第四位	第三位	第二位	第一位
1	1	0	1	1
2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

再将题目写成数码与计数单位连乘的积,再计算:

$$\begin{aligned}(11011)_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 16 + 8 + 0 + 2 + 1 = (27)_{10}\end{aligned}$$



这个方法很简单,我来试试。

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ (101010)_2 & & & & & \\ = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \\ = 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 1 = (43)_{10} \end{array}$$





我发现这里用“1”乘和用“0”乘这两步可以省略。

$$(1101110)_2 = 2^5 + 2^4 + 2^2 + 2^1 = 32 + 16 + 4 + 2 = (54)_{10}$$



在熟记前面两张表格的基础上我们可以将二进制数改写成十进制数,但在化的过程中要注意计数单位不能搞错,同时熟记它们的值。



试一试1

将下列二进制数化成十进制数。

$$(1011)_2 = (\quad)$$

$$(10001)_2 = (\quad)$$

$$(11111)_2 = (\quad)$$

想一想?

我们已经将一些二进制数通过表格化成了十进制数,那么能不能仍用这个表格,反过来将十进制数化成二进制数呢?

$$(45)_{10} = (\quad)$$

$$(133)_{10} = (\quad)$$

$$(210)_{10} = (\quad)$$



先把十进制数写成二进制单位相加的和,再从右往左排列二进制单位,看哪一位上没有用0占用。

$$(45)_{10} = 32 + 8 + 4 + 1 = 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0$$

.....	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
.....	1	0	1	1	0	1

所以, $(45)_{10} = (101101)_2$



我来做第二题:

$$(133)_{10} = ()$$

$$(133)_{10} = 128 + 4 + 1 = 2^7 + 2^2 + 2^0$$

.....	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
.....	1	0	0	0	0	1	0	1

$(133)_{10} = (10000101)_2$



将十进制化成二进制数，还可采用“除二取余法”，最后把所有的余数从下往上的顺序写出来。

2 45	余数
2 22	 1
2 11	 0
2 5	 1
2 2	 1
2 1	 0
0	 1

$$(45)_{10} = (101101)_2$$

2 133	余数
2 66	 1
2 33	 0
2 16	 1
2 8	 0
2 4	 0
2 2	 0
2 1	 0
0	 1

$$(133)_{10} = (10000101)_2$$

我觉得这种方法更简洁。

2 210	余数
2 105	 0
2 52	 1
2 26	 0
2 13	 0
2 6	 1
2 3	 0
2 1	 1
0	 1

$$\text{所以 } (210)_{10} = (11010010)_2$$

