



高等院校规划教材

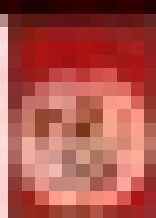
贾振华 主 编

离散数学

注重学科体系的完整性，兼顾考研学生需要
强调理论与实践相结合，注重培养专业技能



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn



清华大学出版社

ISBN 7-302-11143-9

离散数学

清华大学出版社

21 世纪高等院校规划教材

离散数学

贾振华 主编

中国水利水电出版社

内 容 提 要

离散数学是计算机科学基础理论的核心课程，是高等院校计算机专业必修的重要专业基础课程。本书介绍了离散数学的基础理论知识，全书共分 11 章：包括命题逻辑、谓词逻辑、集合、关系、函数、集合的基数、图论、欧拉图和哈密尔顿图、特殊图、代数结构、格与布尔代数等内容。

本书内容安排合理、体系严谨，叙述力求深入浅出、简明扼要，书中配有典型例题和习题，并与计算机科学的理论和实践紧密结合。

本书可作为高等院校计算机及其相关专业离散数学课程的教材，也可供从事计算机工作的科学技术人员及其相关人员使用或参考。

本书电子教案可从中国水利水电出版社网站 <http://www.waterpub.com.cn/softdown/> 下载。

图书在版编目 (CIP) 数据

离散数学 / 贾振华主编. —北京：中国水利水电出版社，2007

21 世纪高等院校规划教材

ISBN 978-7-5084-4266-2

I. 离… II. 贾… III. 离散数学—高等学校—教材 IV. O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 144191 号

书 名	离散数学
作 者	贾振华 主编
出版 发行	中国水利水电出版社 (北京市三里河路 6 号 100044) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 63202266 (总机)、68331835 (营销中心)、82562819 (万水) 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	北京蓝空印刷厂
规 格	787mm×1092mm 16 开本 15.75 印张 388 千字
版 次	2007 年 2 月第 1 版 2007 年 2 月第 1 次印刷
印 数	0001—4000 册
定 价	24.00 元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

21世纪

高职高专新概念教材

免费提供电子教案 免费源代码下载

本套教材已出版百余种，发行量均达万册以上，深受广大师生和读者好评，近期根据作者自身教学体会以及各学校的使用建议，大部分教材推出第二版对全书内容进行了重新审核与更新，使其更能跟上计算机科学的发展、跟上高职高专教学改革的要求。



21世纪

高职高专规划教材

21世纪

高职高专计算机科学规划教材



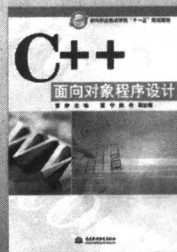
十五

软件职业技术学院“十一五”规划教材

强调实践 面向就业 产学结合

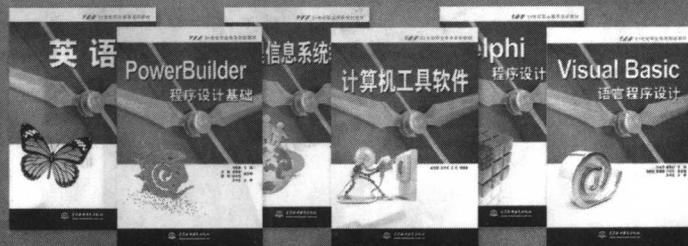
本套丛书特点：

- 以实际工程项目为引导来说明各知识点，使学生学为所用。
- 突出实习实训，重在培养学生的专业能力和实践能力。
- 内容衔接合理，采用项目驱动的编写方式，完全按项目运作所需的知识体系设置结构。
- 配套齐全，不仅包括教学用书，还包括实习实训材料、教学课件等，使用方便。



21世纪

职业教育规划教材



出版精品教材

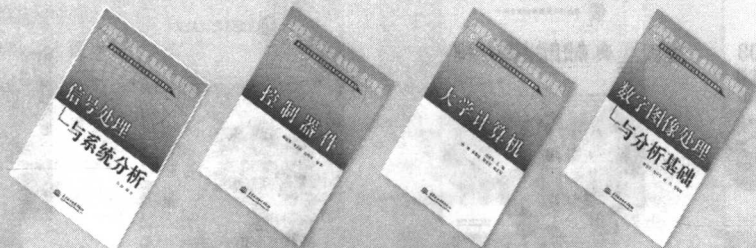
服务高校师生

面向21世纪 免费电子教案 教材立体化配套 免费提供样书

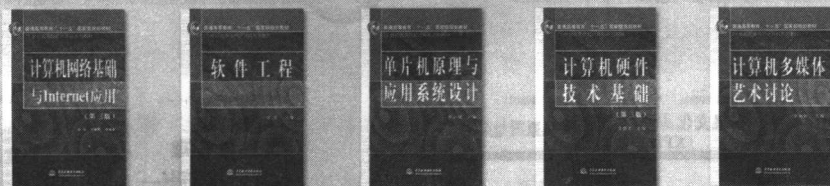


新世纪电子信息与自动化系列课程改革教材

名师策划 名师主理 教改结晶 教材精品



十五 普通高等院校“十一.五”国家规划教材



高等院校规划教材

适应高等教育的跨越式发展 符合应用型人才的培养要求

本套丛书是由一批具备较高的学术水平、丰富的教学经验、较强的工程实践能力的学术带头人和主要从事该课程教学的骨干教师通过分析研究了应用型人才与研究人才在培养目标、课程体系 and 内容编排上的区别，精心策划出来的。丛书共分3个层面，百余种。



高等院校计算机科学与技术规划教材



北京万水电子信息有限公司
Beijing Multi-Channel Electronic Information Co., Ltd.

地址：北京市海淀区长春桥路5号新起点嘉园4号楼1706室
电话：010-82562819

序

随着计算机科学与技术的飞速发展，计算机的应用已经渗透到国民经济与人们生活的各个角落，正在日益改变着传统的人类工作方式和生活方式。在我国高等教育逐步实现大众化后，越来越多的高等院校会面向国民经济发展的第一线，为行业、企业培养各级各类高级应用型专门人才。为了大力推广计算机应用技术，更好地适应当前我国高等教育的跨越式发展，满足我国高等院校从精英教育向大众化教育的转变，符合社会对高等院校应用型人才培养的各类要求，我们成立了“21世纪高等院校规划教材编委会”，在明确了高等院校应用型人才培养模式、培养目标、教学内容和课程体系的框架下，组织编写了本套“21世纪高等院校规划教材”。

众所周知，教材建设作为保证和提高教学质量的重要支柱及基础，作为体现教学内容和教学方法的知识载体，在当前培养应用型人才中的作用是显而易见的。探索和建设适应新世纪我国高等院校应用型人才培养体系需要的配套教材已经成为当前我国高等院校教学改革和教材建设工作面临的紧迫任务。因此，编委会经过大量的前期调研和策划，在广泛了解各高等院校的教学现状、市场需求，探讨课程设置、研究课程体系的基础上，组织一批具备较高的学术水平、丰富的教学经验、较强的工程实践能力的学术带头人、科研人员和主要从事该课程教学的骨干教师编写出一批有特色、适用性强的计算机类公共基础课、技术基础课、专业及应用技术课的教材以及相应的教学辅导书，以满足目前高等院校应用型人才培养的需要。本套教材消化和吸收了多年来已有的应用型人才培养的探索与实践成果，紧密结合经济全球化时代高等院校应用型人才培养工作的实际需要，努力实践，大胆创新。教材编写采用整体规划、分步实施、滚动立项的方式，分期分批地启动编写计划，编写大纲的确定以及教材风格的定位均经过编委会多次认真讨论，以确保该套教材的高质量和实用性。

教材编委会分析研究了应用型人才与研究型人才在培养目标、课程体系和内容编排上的区别，分别提出了3个层面上的要求：在专业基础类课程层面上，既要保持学科体系的完整性，使学生打下较为扎实的专业基础，为后续课程的学习做好铺垫，更要突出应用特色，理论联系实际，并与工程实践相结合，适当压缩过多过深的公式推导与原理性分析，兼顾考研学生的需要，以原理和公式结论的应用为突破口，注重它们的应用环境和方法；在程序设计类课程层面上，把握程序设计方法和思路，注重程序设计实践训练，引入典型的程序设计案例，将程序设计类课程的学习融入案例的研究和解决过程中，以学生实际编程解决问题的能力为突破口，注重程序设计的实现；在专业技术应用层面上，积极引入工程案例，以培养学生解决工程实际问题的能力为突破口，加大实践教学内容的比重，增加新技术、新知识、新工艺的内容。

本套规划教材的编写原则是：

在编写中重视基础，循序渐进，内容精炼，重点突出，融入学科方法论内容和科学理念，反映计算机技术发展要求，倡导理论联系实际和科学的思想方法，体现一级学科知识组织的层次结构。主要表现在：以计算机学科的科学体系为依托，明确目标定位，分类组织实施，兼容互补；理论与实践并重，强调理论与实践相结合，突出学科发展特点，体现

学科发展的内在规律；教材内容循序渐进，保证学术深度，减少知识重复，前后相互呼应，内容编排合理，整体结构完整；采取自顶向下设计方法，内涵发展优先，突出学科方法论，强调知识体系可扩展的原则。

本套规划教材的主要特点是：

(1) 面向应用型高等院校，在保证学科体系完整的基础上不过度强调理论的深度和难度，注重应用型人才的专业技能和工程实用技术的培养。在课程体系方面打破传统的研究型人才培养体系，根据社会经济发展对行业、企业的工程技术需要，建立新的课程体系，并在教材中反映出来。

(2) 教材的理论知识包括了高等院校学生必须具备的科学、工程、技术等方面的要求，知识点不要求大而全，但一定要讲透，使学生真正掌握。同时注重理论知识与实践相结合，使学生通过实践深化对理论的理解，学会并掌握理论方法的实际运用。

(3) 在教材中加大能力训练部分的比重，使学生比较熟练地应用计算机知识和技术解决实际问题，既注重培养学生分析问题的能力，也注重培养学生思考问题、解决问题的能力。

(4) 教材采用“任务驱动”的编写方式，以实际问题引出相关原理和概念，在讲述实例的过程中将本章的知识点融入，通过分析归纳，介绍解决工程实际问题的思想和方法，然后进行概括总结，使教材内容层次清晰，脉络分明，可读性、可操作性强。同时，引入案例教学和启发式教学方法，便于激发学习兴趣。

(5) 教材在内容编排上，力求由浅入深，循序渐进，举一反三，突出重点，通俗易懂。采用模块化结构，兼顾不同层次的需求，在具体授课时可根据各校的教学计划在内容上适当加以取舍。此外还注重了配套教材的编写，如课程学习辅导、实验指导、综合实训、课程设计指导等，注重多媒体的教学方式以及配套课件的制作。

(6) 大部分教材配有电子教案，以使教材向多元化、多媒体化发展，满足广大教师进行多媒体教学的需要。电子教案用 PowerPoint 制作，教师可根据授课情况任意修改。相关教案的具体情况请到中国水利水电出版社网站 www.waterpub.com.cn 下载。此外还提供相关教材中所有程序的源代码，方便教师直接切换到系统环境中教学，提高教学效果。

总之，本套规划教材凝聚了众多长期在教学、科研一线工作的教师及科研人员的教学科研经验和智慧，内容新颖，结构完整，概念清晰，深入浅出，通俗易懂，可读性、可操作性和实用性强。本套规划教材适用于应用型高等院校各专业，也可作为本科院校举办的应用技术专业的课程教材，此外还可作为职业技术学院和民办高校、成人教育的教材以及从事工程应用的技术人员的自学参考资料。

我们感谢该套规划教材的各位作者为教材的出版所做出的贡献，也感谢中国水利水电出版社为选题、立项、编审所做出的努力。我们相信，随着我国高等教育的不断发展和高校教学改革的不断深入，具有示范性并适应应用型人才培养的精品课程教材必将进一步促进我国高等院校教学质量的提高。

我们期待广大读者对本套规划教材提出宝贵意见，以便进一步修订，使该套规划教材不断完善。

前 言

离散数学是现代数学的一个重要分支，它的研究对象是各种离散量的结构及离散量之间的关系，在数据结构、编译系统、程序设计语言、数据库原理、操作系统、人工智能、计算机图形学、软件工程、网络与分布式计算以及计算机体系结构等领域中都得到广泛的应用。因此，离散数学是计算机专业学生的一门重要的专业基础课程。

通过对离散数学的学习，不仅能使学生掌握进一步学习其他课程所必需的数学基础知识，还可以培养学生的抽象思维能力和严密的逻辑推理能力，同时也可以提高学生发现问题、分析问题和解决问题的能力。

本书是编者在多年离散数学教学实践经验的基础上，针对应用型本科教学的特点，参考了国内外多种教材编写而成的。应用型本科注重理论，以够用为限，重点突出，加强理论与实际的联系。本书力求理论体系完整、科学严谨，内容叙述深入浅出、简明扼要，概念尽量用例子加以说明。本书强化基本概念的理解，注重基本理论的证明方法。书中配有典型例题，各章后面配有适量典型习题供学生练习。

全书共分 11 章，主要内容有：

第 1 章和第 2 章分别介绍命题逻辑和谓词逻辑的基本概念、等值演算和推理理论。第 3 章至第 6 章为集合论，介绍了集合的基本概念和运算、二元关系、函数、基数等内容。第 7 章至第 9 章为图论，介绍了图的基本概念、图的矩阵表示、欧拉图、哈密尔顿图、树、平面图等内容。第 10 章和第 11 章为代数系统，介绍了代数系统、半群、独异点、群、环、域、格、有补格、分配格和布尔代数等内容。

本书第 1 章至第 3 章由贾振华编写，第 4 章由贾振华和李新荣共同编写；第 5 章和第 6 章由李瑛编写；第 7 章和第 8 章由李新荣编写；第 9 章至第 11 章由黄中升编写。赵辉、李杰、崔玉宝、赵丽艳等同志参加了部分章节的习题编写和校对工作。

在编写过程中，作者参考了大量的离散数学教材和相关的文献资料，从中汲取了许多好的思想，引用了不少有用的素材，在此一并向有关作者表示感谢。还要感谢中国水利水电出版社的编辑和领导以及院系领导对教材出版的支持和帮助。

由于作者水平有限，书中难免出现一些错误和不妥之处，敬请读者不吝指正。作者电子邮箱：jiazhenhualf@163.com。

编 者

2006 年 10 月

目 录

序
前言

第一部分 数理逻辑

第 1 章 命题逻辑	2
本章学习目标	2
1.1 命题和命题联结词	2
1.1.1 命题	2
1.1.2 命题联结词	3
1.2 命题公式与解释	7
1.2.1 命题公式	7
1.2.2 命题公式的解释	9
1.3 真值表与等价公式	10
1.3.1 真值表	10
1.3.2 命题公式的分类	11
1.3.3 等价公式	12
1.3.4 代入规则和替换规则	15
1.4 对偶定理	19
1.5 范式	20
1.5.1 合取范式和析取范式	20
1.5.2 主析取范式和主合取范式	22
1.6 公式的蕴涵	27
1.6.1 蕴涵的概念	27
1.6.2 蕴涵式的证明方法	28
1.6.3 基本蕴涵式	29
1.7 其他联结词与最小联结词组	29
1.7.1 其他联结词	29
1.7.2 最小联结词组	32
1.8 命题逻辑推理理论	33
1.8.1 命题逻辑推理理论	33
1.8.2 推理规则	35
1.8.3 判断有效结论的常用方法	36
本章小结	39
习题一	40

第2章 谓词逻辑	43
本章学习目标.....	43
2.1 谓词逻辑命题的符号化.....	43
2.1.1 个体词与谓词.....	43
2.1.2 量词.....	45
2.1.3 谓词逻辑中命题的符号化.....	45
2.2 谓词逻辑公式与解释.....	47
2.2.1 谓词逻辑的合式公式.....	47
2.2.2 谓词的约束和替换.....	49
2.2.3 谓词逻辑公式的解释.....	50
2.3 谓词逻辑公式的等价与蕴涵.....	52
2.3.1 谓词逻辑的等价公式.....	52
2.3.2 谓词逻辑的蕴涵公式.....	55
2.3.3 多个量词的使用.....	56
2.4 前束范式.....	57
2.5 谓词逻辑的推理理论.....	59
本章小结.....	63
习题二.....	63

第二部分 集合论

第3章 集合	68
本章学习目标.....	68
3.1 集合的概念与表示.....	68
3.1.1 集合的基本概念.....	68
3.1.2 集合的表示.....	68
3.1.3 集合之间的关系.....	69
3.2 集合的运算.....	72
3.2.1 集合的交运算.....	72
3.2.2 集合的并运算.....	73
3.2.3 集合的补.....	74
3.2.4 集合的对称差.....	75
3.3 包含排斥原理.....	76
本章小结.....	79
习题三.....	79
第4章 关系	82
本章学习目标.....	82
4.1 序偶与笛卡儿积.....	82
4.1.1 有序 n 元组.....	82
4.1.2 笛卡儿积的概念.....	83

4.1.3	笛卡儿积的性质.....	83
4.2	二元关系及其表示.....	85
4.2.1	二元关系的概念.....	85
4.2.2	二元关系的表示.....	86
4.3	关系的运算.....	88
4.3.1	关系的交、并、差、补运算.....	88
4.3.2	关系的复合运算.....	89
4.3.3	关系的逆运算.....	92
4.4	关系的性质.....	93
4.4.1	自反性和反自反性.....	93
4.4.2	对称性和反对称性.....	94
4.4.3	传递性.....	94
4.4.4	关系性质的判定.....	95
4.5	关系的闭包.....	100
4.6	等价关系与集合的划分.....	105
4.6.1	等价关系.....	105
4.6.2	等价类.....	106
4.6.3	集合的划分.....	106
4.7	相容关系.....	109
4.7.1	相容关系.....	109
4.7.2	覆盖.....	110
4.8	偏序关系.....	112
4.8.1	偏序关系.....	112
4.8.2	哈斯图.....	113
4.8.3	全序关系.....	114
4.8.4	良序关系.....	116
	本章小结.....	117
	习题四.....	117
第5章	函数.....	120
	本章学习目标.....	120
5.1	函数的概念.....	120
5.2	函数的性质.....	121
5.3	复合函数和逆函数.....	124
5.3.1	复合函数.....	124
5.3.2	逆函数.....	125
5.4	置换.....	127
	本章小结.....	128
	习题五.....	128

第6章 集合的基数	130
本章学习目标	130
6.1 基数的概念	130
6.2 可数集和不可数集	132
6.2.1 可数集	132
6.2.2 不可数集	134
6.3 基数的比较	134
本章小结	136
习题六	136

第三部分 图论

第7章 图	140
本章学习目标	140
7.1 图的基本概念	140
7.1.1 图论的发展	140
7.1.2 图的基本概念	141
7.2 通路与回路	146
7.3 图的连通性	148
7.3.1 无向图的连通性	148
7.3.2 有向图的连通性	150
7.4 图的矩阵表示	153
7.4.1 图的邻接矩阵	153
7.4.2 图的关联矩阵	155
7.4.3 有向图的可达矩阵	156
7.5 图的应用	158
7.5.1 带权图的最短通路	158
7.5.2 带权图的关键路径	161
本章小结	162
习题七	163
第8章 欧拉图与哈密尔顿图	166
本章学习目标	166
8.1 欧拉图	166
8.1.1 欧拉图的定义	166
8.1.2 欧拉图的判定	167
8.1.3 求欧拉回路的算法	168
8.1.4 欧拉图的应用	169
8.2 哈密尔顿图	170
8.2.1 哈密尔顿图	170
8.2.2 哈密尔顿图的判定	170

本章小结.....	171
习题八.....	172
第9章 特殊图	173
本章学习目标.....	173
9.1 树.....	173
9.1.1 无向树.....	173
9.1.2 生成树与最小生成树.....	175
9.1.3 有向树与根树.....	177
9.2 二部图.....	180
9.3 平面图.....	182
9.3.1 平面图的定义.....	182
9.3.2 欧拉公式.....	183
9.3.3 库拉托夫斯基定理.....	185
9.3.4 平面图的对偶图.....	186
本章小结.....	188
习题九.....	188

第四部分 代数系统

第10章 代数结构	192
本章学习目标.....	192
10.1 二元运算及其性质.....	192
10.1.1 二元运算.....	192
10.1.2 二元运算的性质.....	194
10.2 代数系统.....	196
10.3 群的定义.....	198
10.3.1 半群.....	198
10.3.2 群.....	199
10.3.3 群的性质.....	200
10.4 子群.....	202
10.4.1 子群.....	202
10.4.2 子群的判定.....	203
10.5 阿贝尔群和循环群.....	204
10.5.1 阿贝尔群.....	204
10.5.2 循环群.....	205
10.6 置换群与伯恩赛德定理.....	206
10.6.1 置换群.....	206
10.6.2 伯恩赛德定理 (Burnside).....	209
10.7 陪集与拉格朗日定理.....	211
10.7.1 陪集.....	211

10.7.2 正规子群和商群	213
10.7.3 拉格朗日定理	214
10.8 群的同态与同构	215
本章小结	217
习题十	218
第 11 章 格与布尔代数	221
本章学习目标	221
11.1 格的定义和性质	221
11.1.1 格的定义	221
11.1.2 格的对偶原理	222
11.1.3 格的性质	222
11.1.4 子格和格的同态	225
11.2 分配格和有补格	227
11.2.1 模格	227
11.2.2 分配格	227
11.2.3 有界格	229
11.2.4 有补格	229
11.3 布尔代数	230
11.3.1 布尔代数的定义及性质	230
11.3.2 布尔代数的同构与同态	231
11.3.3 布尔代数的表示理论	234
本章小结	235
习题十一	236
参考文献	238

第一部分 数理逻辑

研究人的思维形式和规律的科学，称为逻辑学。根据所研究的对象和方法的不同，逻辑学主要分为：辩证逻辑、形式逻辑和数理逻辑。

数理逻辑是用数学上的形式化方法研究逻辑推理过程和规律的一种理论。它引入了一套形式化的符号体系，规定推理规则，从而使推理在形式上像代数演算一样简单。因此数理逻辑又称为符号逻辑。数理逻辑和计算机的发展密切相关，在开关线路、机器证明、自动化系统、编译原理及算法设计等方面得到了广泛的应用。

数理逻辑主要包括五部分：逻辑演算、证明论、公理化集合论、模型论和递归函数论。本书仅介绍计算机科学领域中所必需的数理逻辑中最基本的内容：命题逻辑和谓词逻辑，通过对这部分的学习，读者应掌握数理逻辑的基本观点和方法。

第1章 命题逻辑

本章学习目标

本章介绍命题逻辑（也称命题演算）的基本概念、等值演算以及推理理论。

命题逻辑是以命题为基本对象的数学化的逻辑系统，是数理逻辑中最基本的内容。通过对本章的学习，读者应掌握以下内容：

- 命题的概念、分类、表示，命题联结词的定义
- 命题变元、命题公式
- 最小联结词组
- 基本等价式、蕴含式
- 对偶的概念与对偶定理
- 范式及主范式的概念
- 命题演算的推理方法

1.1 命题和命题联结词

1.1.1 命题

定义 1.1.1 具有确定真假意义的陈述句，称为命题。命题只有两种可能的结果：“真”或“假”，称为命题的真值，其中真值为真（常用“1”或“T”表示）的命题为真命题，真值为假（常用“0”或“F”表示）的命题为假命题。

例 1.1.1 判断下列语句是否为命题，若是命题，判断其真值。

- (1) 10 是素数。
- (2) $f(x)=x^2$ 在 $[a, b]$ 上连续。
- (3) 北京是中国的首都。
- (4) $1001+11=1100$
- (5) 请勿喧哗！
- (6) 你记住了吗？
- (7) 这个风景真美呀！
- (8) $x+y=7$ 。

解 (1) ~ (4) 是命题，因为它们都是具有真假意义的陈述句。(1) 是假命题，(2)、(3) 是真命题；(4) 在二进制中为真，在十进制中为假，故需根据所处环境才能确定真值；(5) ~ (8) 都不是命题，(5) 是祈使句，(6) 是疑问句，(7) 是感叹句，在 (8) 中， x, y 是变量，无法判断其真假。