

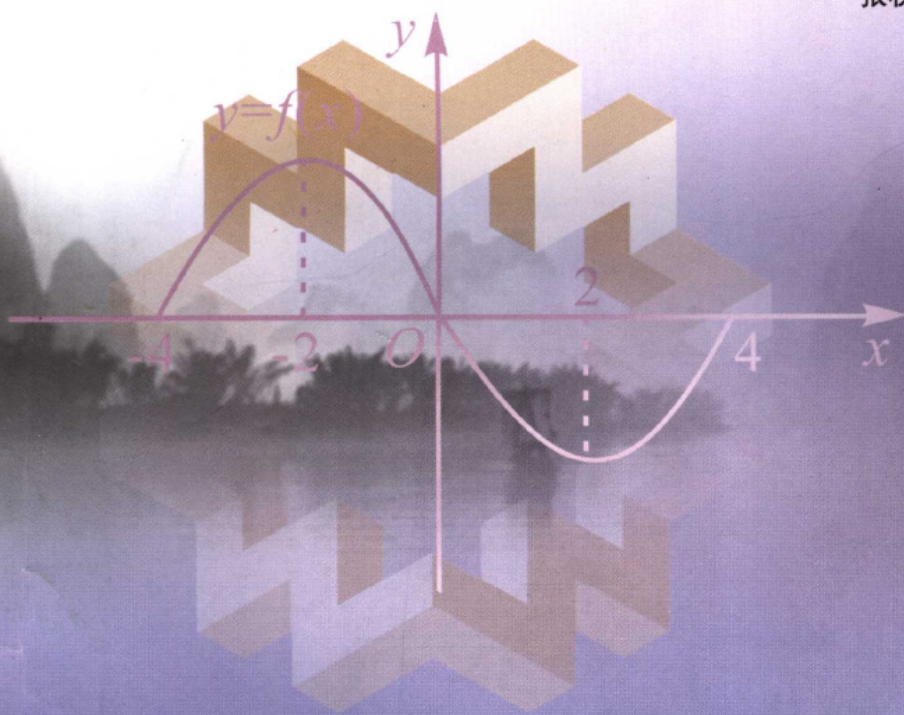
广西中等职业学校教材审定委员会 审定
• 广西中等职业学校文化基础课程教学用书 •

SHUXUE 数学

上册

(基本教材)

张秋立 主编



广西中等职业学校教材审定委员会 审定
·广西中等职业学校文化基础课程教学用书·

数学

上册 (基本教材)

张秋立 主编

广西中等职业学校教材审查委员会成员

主任委员: 郑作广

副主任委员: 张建虹

委员: 李栋学 罗 索 王春秋 彭友生
李跃进 程一波 邓庆文 黄 亮
黄琼念 沈立君 金绮玲 韦弢勇
李 江 钟畅武

《数学》改编工作小组成员

组 长: 吴德仕

成员 (按姓氏笔划排列): 兰张柳 汤 敏 张德彬 汪 茜

工作人员: 罗 索 黎家汉

广西中等职业学校文化基础课程教学用书

数 学

上册

(基本教材)

张秋立 主编

*

语 文 出 版 社 出 版

100010 北京朝阳门南小街 51 号

E-mail: ywp@ywcb.com

新华书店经销 煤炭工业出版社印刷厂印刷

*

787 毫米 × 1092 毫米 16 开本 7.25 印张

2006 年 7 月第 1 版 2006 年 7 月第 1 次印刷

定价: 9.90 元

ISBN 7 - 80184 - 683 - 4/G · 623

本书如有缺页、倒页、脱页, 请寄本社发行部调换。

前 言

为了贯彻《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》精神，体现“以服务为宗旨，以就业为导向”的职业教育办学指导思想，语文出版社与广西壮族自治区教育厅共同邀请职教文化基础课课程专家，教研经验丰富的职教教研员及执教一线的骨干教师，组成了教材编写队伍。在语文出版社原有的面向全国中等职业学校文化基础课教材《数学》的基础上，针对当前中等职业教育对文化基础课改革的新要求，结合广西壮族自治区中等职业教育和经济社会发展现状的特点改编而成的。

改编工作遵循以下原则：

1. 基础性原则 以实用与适用为准绳，选择基础性、经典性内容。教材编写与职教培养目标相符，适合多数入学学生数学基础水平。

2. 实用性原则 符合职校生思维特点，对定理、公式不强调推导、证明，突出应用，使学生学习后会用、会算即可。

3. 功能性原则 与岗位接轨，为职业目标和专业课服务，内容编排不追求全面，而是针对不同专业配备不同的学习内容。

4. 导学性原则 时刻关注教师的方法性教学，做到既方便教师教，又能够指导学生

学习。

5. 分层性原则 与学生接轨，给不同学习水平、不同专业的学生不同的发展空间。在习题设置上做到与教学内容匹配，习题难度分出不同层次。

本套教材的特点有：

1 立足基础，服务于专业的模块化设置

本教材立足于职业教育所需培养的不同岗位群，围绕各类岗位的不同需求进行设计。教材编写采用“基本教材”加“专业模块”的形式。

基本教材包含的教学内容满足各类专业的基本需求，通过基本教材的学习使学生获得中等职业教育数学课最基本的数学知识与技能，为学生进一步学习专业知识提供基本保证，这些内容也提供了使学生作为一个公民应具备的基本数学素养。

专业模块适用于不同岗位群的不同需求，根据专业大类分为：文科、财经及服务类和理工科类，既满足不同专业需要又可满足学生个性化学习的需求。

2 更新编排体系，使学生对数学的学习实现螺旋上升

与以往教材相比，本套教材的编排体系、内容选择均作了比较大的调整。基于“以服务为宗旨，以就业为导向”的指导思想，我们删减了很多“繁、难、偏、旧”的教学内容以及与专业学习无关的数学内容，使教学内容突出基础性、经典性与专业性的结合，弱化定理证明，强化结论性与应用性。

(1) 增加复习内容

鉴于目前学生入学水平参差不齐的情况，教材在各章教学内容中针对学习需要，将

初中阶段的重要数学知识与基本技能进行必要的复习提示，形式上以“返灰”的图框与正文加以区别。此外教材特别在第一章前设置了预备知识篇，将初中知识进行整理，供教师指导学生复习使用。

(2) 教材在内容的选择和编排上进行了较大的调整

教材弱化了逻辑用语，指、对数的计算与证明以及抽象的函数等内容，突出了实际应用能力的培养和数学模型的建立。

教材拆分了三角和解析几何的内容。首先将三角拆分为两部分，第一部分为任意角三角函数，放在基本教材中。第二部分为三角函数的性质与图像（文科、财经及服务类）或三角函数的计算与应用（理工科类），分别放在专业模块中。使学生在认识了基本三角函数知识的基础上，结合专业特点或了解图形与性质或注重计算与应用。其次将解析几何拆分为直线与圆和二次曲线两部分。文科、财经及服务类专业只学直线与圆部分，理工科类专业两部分都学。这样根据专业不同，教师可选择所需的教学内容，减轻学生的负担，将“以就业为导向”落实到实处。

此外，教材根据专业需求，对部分专业精减了立体几何教学内容。

(3) 增加计算器教学

计算器的工具性近些年来日益突出，随着计算器功能的不断增强，它已成为学生学习工作不可或缺的得力助手。因此教材对教学内容中涉及到的有关计算器的计算内容进行了比较详细的介绍，同时在附录中专门介绍了计算器的各种常用功能和基本运算方法。

(4) 练习、习题设置的层次性与功能性

本套教材的编写不是一味地精简教学内容，而是希望学生不但要学得精，还要掌握得牢。因此教材在练习、习题的设置上分为三个层次，其中正文中设置的“练一练”是教师在教学中指导学生完成的练习；随堂练习则是教师在一课时教学内容中让学生独立完成的练习；每章后的复习题可作为学生的全章的复习使用。学生助学手册中的练习教师可作为课后作业使用。这样设置的目地是希望学生学有所得，将知识点落到实处，体现数学学科的基础性。

3 突出学法教育、体现人文关怀

教材注重让学生参与实现教学目标的过程，突出对学生学习方法的培养，寓教学方法于教材之中。教材十分重视让学生经历认知过程和探索过程，语言叙述通俗易懂，符合学生的年龄特征，同时精选了很多励志的阅读内容。

(1) 在概念、定理、公式、例题后，安排“想一想”，“议一议”等内容，提出具有启发性的问题，让学生进行思考，讨论。

(2) 让学生根据要求自己编制题目的内容可以把课堂教学变成师生共同活动的过程。

(3) 教材中的例题中除了给出解答，还在解法前安排分析，解法后安排说明或小结，为学生自学创造条件。

(4) 每章后的“归纳与总结”，在本章知识要点部分采用填空式，目的是提高学生在复习过程中的主动参与性；章末的“阅读空间”更是希望结合学习内容，提高学生数学文化修养，激励他们主动学习的热情。

4 注重现实性与科学性

在教材的编写中，我们以科学的教育理论为依据，紧密结合职业教育的实际需求，走创新之路，努力编出职教特色。

针对职业学校文化课课时安排的特点，本套教材的整体教学任务控制在1学年完成。其中基本教材使用时间为第一学期，课时约需62课时；专业模块使用时间为第二学期，其中文科、财经及服务类专业模块课时约需65课时，理工科专业模块约需72课时。

本册教材主编是张秋立。参加本册教材编写方案设计及主要作者有：曹学清，陈继泽，高广志，黄伟伟，沈宗玖，徐承潮，张程，张秋立。

编者
2006年6月

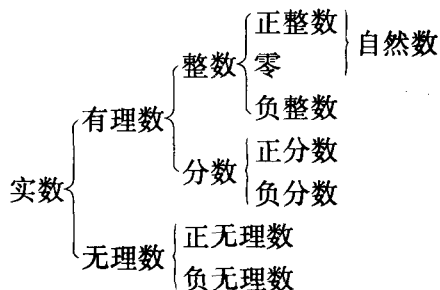
目 录

预备知识篇	(1)
第一章 集合	(11)
§ 1.1 集合及其表示法	(12)
§ 1.2 集合的关系与运算	(15)
归纳与总结	(21)
第二章 不等式	(25)
§ 2.1 不等式的性质	(26)
§ 2.2 不等式的解法	(28)
§ 2.3 列不等式解应用题	(35)
归纳与总结	(37)
第三章 函数	(41)
§ 3.1 函数的概念	(42)
§ 3.2 函数的性质	(47)
§ 3.3 函数的应用	(51)
归纳与总结	(55)
第四章 指数函数与对数函数	(61)
§ 4.1 指数	(62)
§ 4.2 指数函数	(65)
§ 4.3 对数	(69)
§ 4.4 对数函数	(73)
§ 4.5 指数函数与对数函数的应用	(76)
归纳与总结	(78)
第五章 任意角的三角函数	(83)
§ 5.1 任意角的三角函数	(84)
§ 5.2 同角三角函数的基本关系式	(93)
§ 5.3 求三角函数值	(94)
归纳与总结	(97)
[附录] 函数型计算器的使用	(101)

预备知识篇

一、实数

1. **实数**：有理数和无理数统称为实数。



2. **有理数**：整数和分数统称为有理数。

3. **无理数**：无限不循环小数称为无理数。

4. **数轴**：规定了原点、正方向和单位长度的直线，叫做数轴，实数与数轴上的点一一对应，即数轴上的每一个点都表示惟一的实数；反之，每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示。

5. **相反数**：只有符号不同的两个数，叫做互为相反数，零的相反数是零。

在数轴上，互为相反的两个点关于原点对称，即分别在原点两侧，且到原点的距离相等。

6. **倒数**：1除以某数的商叫做这个数的倒数，零没有倒数。

7. **绝对值**：一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零。即

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

从数轴上看，一个数的绝对值就是表示这个数的点离开原点的距离。

8. **实数的大小比较**：数轴上任一点所对应的数总大于该点左边任一点所对应的数，即正数大于零，零大于负数，两个正数相比较，绝对值较大的数较大；两个负数相比较，绝对值较大的数反而较小。

9. **实数的基本运算**：实数可以进行加、减、乘、除、乘方运算；而在开方运算中，任何实数都可以开奇次方，而只有非负实数才可以开偶次方。

10. **实数的四则运算法则**：

加法：同号两数相加，取原来的符号，并把绝对值相加；异号两数相加，取绝对值较大的数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值，任何数与零相加等于原数，互为相反数的两数相加等于零。

减法：减去一个数，等于加上这个数的相反数。

乘法：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘. 零乘以任何数都得零. 任何数乘以 1 都等于原数.

除法：零不能作除数，除以一个不为零的数等于乘上这个数的倒数.

11. 分数运算法则：

加法：同分母的两个分数相加，分母不变，分子相加；异分母的两个分数相加，先通分将其化为同分母，再作加法.

乘法：两个分数相乘，分子乘分子，分母乘分母.

12. 分数的基本性质：分数的分子和分母同乘以或同除以一个非零的实数，分数值不变.

13. 最简分数：分子与分母互质的分数叫做最简分数.

14. 约分：利用分数的基本性质把任何一个分数化为最简分数的过程叫做约分.

15. 通分：利用分数的基本性质把分母不同的分数化为分母相同的分数的过程叫通分.

16. 偶数：如果一个整数能被 2 整除，那么这个整数叫做偶数.

17. 奇数：如果一个整数不能被 2 整除，那么这个整数叫做奇数.

例 1 桂林—北海高速公路途经桂林市、柳州市、南宁市、钦州市与北海市，如果以南宁市为起点站 O ，往北有柳州市 (B 点) 222 公里，桂林市 (A 点) 373 公里，往南有钦州市 (C 点) 119 公里，北海市 (D 点) 239 公里，若以向北方向为正方向，将各点放在数轴上.

(1) 试用数轴表示上述 A 、 B 、 C 、 D 点的位置；(2) 求钦州市与柳州市之间的距离；(3) 求桂林市与北海市之间的距离.

解：(1) 如图 1 所示，设在数轴上以南宁市为原点 O ，正向为向北方向.

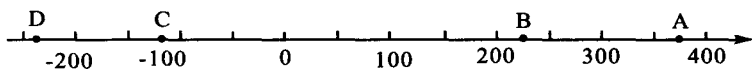


图 1

(2) 钦州市与柳州市之间的距离是

$$|BC| = 222 - (-119) = 341 \text{ (公里)};$$

(3) 桂林市与北海市之间的距离是

$$|AD| = 373 - (-239) = 612 \text{ (公里)}.$$

例 2 把下列数按从小到大的顺序排列：

$$5.5, \frac{3}{2}, -1, -3.2, 0, 10.$$

解：从小到大顺序排列： $-3.2, -1, 0, \frac{3}{2}, 5.5, 10.$

例 3 比较下列四对算式结果的大小：

(1) $4^2 + 5^2$ 与 $2 \times 4 \times 5$;

(2) $(-1)^2 + 2^2$ 与 $2 \times (-1) \times 2$;

(3) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2$ 与 $2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$; (4) $3^2 + 3^2$ 与 $2 \times 3 \times 3$.

解: (1) $\because 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41, 2 \times 4 \times 5 = 40;$

$\therefore 4^2 + 5^2 > 2 \times 4 \times 5.$

(2) $\because (-1)^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5, 2 \times (-1) \times 2 = -4;$

$\therefore (-1)^2 + 2^2 > 2 \times (-1) \times 2.$

(3) $\because \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{13}{36}, 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{12}{36},$

$\therefore \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 > 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}.$

(4) $\because 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18, 2 \times 3 \times 3 = 18,$

$\therefore 3^2 + 3^2 = 2 \times 3 \times 3.$

综合以上四例可以记住以下结论: $a^2 + b^2 \geq 2ab.$

随堂练习 1

1. 下列各数哪些是正数, 哪些是负数, 哪些是整数, 哪些是分数?

$-8, \frac{1}{3}, 0, -1\frac{3}{8}, 3.7, 10, -10.8.$

2. 2003年12月桂林市资源县某天上午的温度是 5°C , 中午上升了 2°C , 傍晚由于强冷空气南下, 到晚上又下降了 10°C , 请问晚间的温度是多少摄氏度?

3. 求下列各数的绝对值:

$5, -3, 0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, 3-\pi.$

4. 计算: $3\frac{16}{17} \times 4 + \frac{5}{17} - 2^4.$

二、代数式

1. **代数式**: 由运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)把数或表示数的字母连结而成的式子叫做代数式. 单独一个数或者一个字母也是代数式. 用数值代替代数式里的字母, 计算后所得的结果, 叫做代数式的值.

$$\text{代数式} \begin{cases} \text{有理式} \begin{cases} \text{整式} \begin{cases} \text{单项式} \\ \text{多项式} \end{cases} \\ \text{分式} \end{cases} \\ \text{无理式} \end{cases}$$

2. **整式**: 单项式和多项式统称整式.

单项式: 由数字与字母经有限次相乘而得的式子, 叫做单项式. 单独一个数或字母也是单项式.

多项式: 几个单项式的代数和叫做多项式. 在多项式中, 每个单项式叫做多项式的项(包括符号在内); 不含字母的项, 叫做常数项; 次数最高的项的次数, 叫做多项式的次数.

3. 整式的加减法

加减法：就是合并同类项，如有括号，先去掉括号，再合并同类项。

合并同类项：在多项式中，所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项，叫做同类项。合并同类项的方法是：把同类项的系数相加，所得的结果作为和的系数，字母和字母的指数不变。

去括号法则：如果括号前面是加号，则去掉括号，括号内的各项不变号；如果括号前面是减号，则去掉括号，括号内的各项都变号。

4. 整式的乘法

幂的运算法则：

$$\begin{aligned} a^m \cdot a^n &= a^{m+n}, \\ a^m \div a^n &= a^{m-n} \quad (a \neq 0, m > n), \\ (a^m)^n &= a^{mn}, \\ (ab)^n &= a^n b^n. \end{aligned}$$

单项式乘单项式：把系数的乘积作为积的系数，并把同底的幂相乘，对于只有一个单项式里有的字母，连同其指数作为积的一个因式。

单项式乘多项式：用单项式去乘多项式的每一项，再把所有的积相加，即

$$a(b+c-d) = ab + ac - ad.$$

多项式乘多项式：用一个多项式的每一项去乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加，即

$$(a+b)(m+n) = am + an + bm + bn.$$

乘法公式：

$$\begin{aligned} (a \pm b)^2 &= a^2 \pm 2ab + b^2. \\ (a+b)(a-b) &= a^2 - b^2. \end{aligned}$$

5. 多项式的因式分解：把一个多项式化为几个整式的乘积的形式，叫做多项式的因式分解。常用的方法有提公因式法、公式法、分组分解法、十字相乘法等。

6. 分式：设 A 、 B 是两个整式，且 B 中含有字母，则式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式，(其中 $B \neq 0$)，分子与分母没有公因式的分式，叫做最简分式。

7. 分式的基本性质：

$$\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}, \quad \frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M} \quad (M \text{ 为不等于零的整式}).$$

8. 分式的符号法则：分式的分子、分母与分式本身的符号，改变其中任何两个，分式的值不变。

9. 分式的运算：

加减法： $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd}$;

乘法： $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$;

除法： $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$;

乘方: $\left(\frac{a^n}{b}\right) = \frac{a^n}{b^n}$.

10. **二次根式:** 正数 a 的正的平方根, 叫做 a 的算术平方根, 零的平方根是零. 式子 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 叫做二次根式. 如果二次根式的被开方数不含分母, 且其中每一个因式的指数都小于 2, 那么它叫做最简二次根式; 几个二次根式化成最简二次根式以后, 如果被开方数相同, 那么这几个二次根式叫做同类二次根式.

11. **二次根式的运算:**

加减法: 先把各根式化为最简根式, 再合并同类根式.

乘法: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$).

除法: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$).

分母有理化: 如果分母中含有二次根式, 通过将分子、分母同时乘以一个适当的二次根式, 而将分母化为有理数的过程叫做分母有理化. 其中适当的二次根式是指分母的有理化根式. 在二次根式中, 常见的互为有理化因式的有 \sqrt{a} 与 \sqrt{a} , $a + \sqrt{b}$ 与 $a - \sqrt{b}$, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 与 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ 等.

例 1 判断下列各式哪些是代数式, 哪些不是代数式.

(1) $a^2 + ab + b^2$; (2) $S = \pi R^2$; (3) $\frac{3}{4}$; (4) $a^2 - b^2 \geq 0$; (5) $\frac{x+y}{2x-y}$.

解: (1)、(3)、(5) 是代数式, (2)、(4) 不是代数式.

例 2 当 $x = -1$ 及 $x = 0$ 时, 分别求 $ax^2 + bx + c$ 的值. (a, b, c 均已知)

当 $x = -1$ 时, $ax^2 + bx + c = a(-1)^2 + b(-1) + c = a - b + c$;

当 $x = 0$ 时, $ax^2 + bx + c = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$.

例 3 化简: $8a^2b - \{8a^2b + [3ab - (8a^2b - ab)] - 3ab\}$.

解: 原式 $= 8a^2b - 8a^2b - [3ab - (8a^2b - ab)] + 3ab$
 $= -3ab + 8a^2b - ab + 3ab = 8a^2b - ab$.

例 4 分解因式:

(1) $8x^2 - 16xy + 4x$; (2) $\frac{1}{4}a^3 - 4a$;

(3) $2x^3 - x^2 - 2x + 1$; (4) $2x^2 - 11x + 12$.

解: (1) 用提取公因式法:

原式 $= 4x(2x - 4y + 1)$.

(2) 先用提公因式法, 再用公式法:

原式 $= \frac{1}{4}a(a^2 - 16) = \frac{1}{4}a(a+4)(a-4)$.

(3) 采用分组分解法:

原式 $= (2x^3 - x^2) + (-2x + 1) = x^2(2x - 1) - (2x - 1)$
 $= (x^2 - 1)(2x - 1) = (x+1)(x-1)(2x - 1)$.

(4) 采用十字相乘法:

\therefore 二次项系数 $2=2 \times 1$, 常数项 $12=-3 \times (-4)$,

$$\begin{array}{r} 2 \quad -3 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 1 \quad -4 \end{array} \quad 2 \times (-4) + 1 \times (-3) = -11,$$

$\therefore 2x^2 - 11x + 12 = (2x - 3)(x - 4)$.

例5 判断下列根式是否是二次根式.

(1) $\sqrt{-a^2}$; (2) $\sqrt{(-3)^2}$; (3) $\sqrt{|2x|}$; (4) $\sqrt{-32}$.

解: (1) $\sqrt{-a^2}$, 仅当 $a=0$ 时, 才是二次根式, 而 $a \neq 0$ 时, $-a^2 < 0$ 就不是二次根式.

(2) $\because (-3)^2 > 0, \therefore \sqrt{(-3)^2}$ 是二次根式.

(3) $\because |2x| \geq 0, \therefore \sqrt{|2x|}$ 是二次根式.

(4) $\because -32 < 0, \therefore \sqrt{-32}$ 不是二次根式.

例6 计算: $6\sqrt{\frac{2}{3}} + 3\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}\sqrt{54}$.

解: 先把各个二次根式化成最简二次根式, 再合并同类二次根式.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 6\sqrt{\frac{2 \times 3}{3 \times 3}} + 3\sqrt{\frac{3 \times 2}{2 \times 2}} - \frac{1}{3}\sqrt{9 \times 6} \\ &= 2\sqrt{6} + \frac{3}{2}\sqrt{6} - \sqrt{6} \\ &= \left(2 + \frac{3}{2} - 1\right)\sqrt{6} \\ &= \frac{5}{2}\sqrt{6}. \end{aligned}$$

随堂练习 2

1. 当 $a=1, b=2$ 时, 分别求 $a^2+2ab+b^2$ 与 $(a+b)^2$ 的值.

2. 化简: $(5a^2-3ab)+(-9a^2-7ab)$.

3. 计算:

(1) $(x-1)(x+6)$; (2) $(x-2)(x+3)$;

(3) $(a+b)(a-6b)$.

4. 分解因式:

(1) $4x^4-9x^2y^2$; (2) $x^2-10x+25$;

(3) $3a^5-a^4-3a^3b^2+a^2b^2$; (4) $2x^2+7x-15$.

5. x 取何值时, (1) $\sqrt{3x+5}$; (2) $\sqrt{2x-3}$ 才有意义.

6. 化简:

(1) $\sqrt{(x-5)^2} (x \geq 5)$; (2) $\sqrt{(x-2)^2} (x \leq 2)$.

7. 计算: $5\sqrt{8} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - 2\sqrt{18}$.

三、方程(组)

1. 同解原理:

方程两边都加上同一个数或同一个整式, 所得方程与原方程是同解方程;

方程两边都乘以不等于零的同一个数, 所得方程与原方程是同解方程.

2. 一元一次方程: 形如 $ax + b = 0$ ($a \neq 0$) 的方程, 叫做一元一次方程, 它的解是: $x = -\frac{b}{a}$.

3. 一元二次方程: 形如 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的方程叫做一元二次方程, 其中 $\Delta = b^2 - 4ac$ 叫做根的判别式.

当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不等实根, 它们分别是

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等实根, 它们是

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a};$$

当 $\Delta < 0$ 时, 方程没有实根.

如果 x_1, x_2 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两个根, 则有

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

4. 一次方程组: 由几个一次方程组成, 且会有两个(或三个)未知数的方程组叫二元(或三元)一次方程组. 一次方程组的解法一般有代入消元法和加减消元法.

例 1 解方程: $\frac{3x-1}{3} - \frac{3x-2}{5} - \frac{x+3}{4} = \frac{2}{3}$.

解: 去分母两边乘以分母的最小公倍数 60,

$$20(3x-1) - 12(3x-2) - 15(x+3) = 40,$$

去括号 $60x - 20 - 36x + 24 - 15x - 45 = 40$.

移项合并同类项 $9x = 81$,

$$\therefore x = 9.$$

例 2 用适当方法解一元二次方程: $x(x-2) = 80$.

解: 先移项化成标准形式:

$$x^2 - 2x - 80 = 0.$$

方法1: 用因式分解法, 方程左边分解因式, 得

$$(x+8)(x-10) = 0.$$

由 $x-10=0$, 得 $x_1 = 10$,

由 $x+8=0$, 得 $x_2 = -8$.

\therefore 原方程的根为 $x_1 = -8, x_2 = 10$.

方法2: 求根公式法, 由 $a=1, b=-2, c=-80$, 得

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-80) = 4 + 320 = 324 > 0,$$

∴ 方程有两个不等实根:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{324}}{2 \times 1} = \frac{2 \pm 18}{2},$$

即 $x_1 = \frac{2+18}{2} = 10, x_2 = \frac{2-18}{2} = -8.$

例3 用两种方法解二元一次方程组

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3, & \text{①} \\ x + y = 4. & \text{②} \end{cases}$$

解法1: 用代入法: 由②, 得

$$y = 4 - x, \quad \text{③}$$

把③代入①, 得

$$2x - 3(4 - x) = 3,$$

即 $2x + 3x - 12 = 3,$

∴ $x = 3.$

把 $x = 3$ 代入③, 得

$$y = 4 - 3 = 1.$$

∴ 原方程组的解是 $\begin{cases} x = 3, \\ y = 1. \end{cases}$

解法2 用加减消元法:

把②两边乘以3, 得

$$3x + 3y = 12, \quad \text{④}$$

① + ④, 得

$$5x = 15,$$

∴ $x = 3.$

把 $x = 3$ 代入②, 得

$$3 + y = 4,$$

∴ $y = 1.$

∴ 原方程组的解是 $\begin{cases} x = 3, \\ y = 1. \end{cases}$

随堂练习 3

1. 解方程: $\frac{x+1}{2} - \frac{x-2}{3} = 1.$

2. 用适当的方法解一元二次方程:

(1) $x^2 - 5x + 6 = 0;$

(2) $(x-2)(x-3) = 12;$

(3) $2x^2 - 5x + 3 = 0;$

(4) $4x^2 + 12x + 13 = 0.$

3. 解二元一次方程组 $\begin{cases} 2x + 3y = 11, \\ 4x - y = 1. \end{cases}$

