

吴荣礼 刘颖 主编

土木工程力学

 东华大学出版社

土木工程力学

吴荣礼 刘颖 主编



 東華大學 出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

土木工程力学/吴荣礼、刘颖主编. —上海:东华大学出版社,
2007.3

ISBN 978-7-81111-175-0

I. 土… II. 吴… III. 刘… IV. 土木工程—工程力学 V. TU311

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第162240号

责任编辑 张益储

封面设计 吴丹红

土木工程力学

吴荣礼 刘颖 主编

2007年3月第1版	东华大学出版社	出版
2007年3月第1次印刷	上海市延安西路1882号	邮政编码:200051
	常熟市大宏印刷有限公司	印刷
	新华书店上海发行所	发行
	开本:787x1092 1/16	印张:27.25
	字数:777千字	印数:0001-4000

ISBN 978-7-81111-175-0/TU · 002

定价:49.00元

绪 论

一、土木工程力学的任务

任何建筑物在施工过程中和建成后的正常使用中，都要受到各种力的作用，如建筑物的自重，人、物、设备的重量，以及风压、雪压、地震力，等等，工程中把别的物体主动作用在研究对象上的力称为荷载或载荷，如果以整个建筑物作为研究对象，那么以上这些力都是荷载，如果以建筑物中某一构件，例如基础为研究对象，则由墙或柱传给基础的力也是荷载。

建筑物中承受或传递荷载起骨架作用的部分称为结构。在房屋建筑中，结构由屋架、梁、柱、板、墙、基础等构件组成。结构及组成结构的各个构件都要求在荷载作用下，能相对于地球保持静止状态，即静力平衡状态，简称平衡状态或静平衡或平衡。

除了平衡之外，建筑结构及构件还要求：（1）安全性，即具有足够的承载能力；（2）经济性。承载能力包括强度、刚度、稳定性三个方面，强度是指结构及构件抵抗破坏的能力；刚度是指结构及构件抵抗变形的能力；稳定性是指结构及构件保持原有平衡形式的的能力。经济性与安全性是矛盾的，过分强调经济性则安全性得不到保证，过分强调安全性则可能造成浪费。因此，经济性是指以最小的工程造价去获得最大的承载能力，例如根据内力在构件内部的分布规律及材料的力学性质，合理地选用工程材料，发挥各种材料的长处；合理地选择构件的截面形状及尺寸，使每一部分材料的潜能都发挥出来等等。

综上所述，土木工程力学的任务是：研究建筑结构及构件在荷载作用下的平衡和承载能力，以及常用工程材料的力学性质，为保证结构及构件的安全可靠和经济合理提供基础理论及计算方法。

二、土木工程力学的研究对象

凡是长度方向的尺寸比截面尺寸大得多的构件，在工程中称为杆件，如梁、柱等等。由杆件组成的结构称为杆件结构或杆系结构。这种结构是建筑物中应用最广泛的一种结构，也是土木工程力学的主要研究对象。

三、土木工程力学研究的内容

土木工程力学由三部分组成，其内容分别来自理论力学、材料力学和结构力学，也就是本教材中的第一、二、三篇。

第一篇的主要内容是静力学。静力学是理论力学的一部分，研究结构及构件平衡时，作用于其上的诸力之间的关系。力是物体间的相互机械作用。这种作用会使物体的运动状态发生变化，即力的运动效应或外效应，并且会使物体产生变形，即力的变形效应或内效应。

一个物体能不能处于静力平衡状态是有条件的。物体在荷载作用下总是存在着运动的趋势，阻止其运动的别的物体称为约束，例如楼板受到地球引力和其上人、物的重力作用，存在着下坠的趋势，梁或墙则阻止楼板向下运动，使楼板处于平衡。约束对物体的作用称为约束力。约束力是一种被动力，它随荷载的大小而变化，并与荷载成正比。当作用在物体上的荷载和约束力构成平衡力系时，则物体处于平衡状态，这就是物体平衡的条件。

第二篇的内容是材料力学。材料力学着重研究构件在外力作用下的强度、刚度和稳定性。当以一个构件或结构为研究对象时，作用在其上的荷载和约束力都是作用在该研究对象上的外力，而研究对象内部相连处面或点之间的作用力及反作用力称为该研究对象中该面或点的内力。

引起构件变形、破坏的直接原因是内力和材料的力学性质。内力是被动力，它随外力的大小而变化，当构件平衡时，内力与外力成正比。但是，内力不能随外力无限增大，因为内力大到一定程度时，材料会破坏，而构件失去平衡。

在外力作用下的一个构件或结构，何处会首先发生破坏呢？这就是要研究的强度问题。工程上把可能会首先发生破坏的截面称为危险截面，可能会首先发生破坏的点称为危险点，通过求出危险截面或危险点的内力，就能够判断该构件或结构是否满足强度要求，或确定许用的最大荷载值，或为其选择合适的材料、合理的截面形状及尺寸，达到既经济又安全的目的。工程上对各种构件或结构的变形都给予了一定的限制，当构件或结构的变形不超过这一限制，则认为满足刚度要求。与强度问题不同，刚度问题具有整体性，一个构件或结构的变形是整个构件或整个结构中每一个微分单元变形的积分。在建筑结构中可能会丧失稳定性的构件是压杆，当压杆的原有直线平衡形式突然变成弯曲的平衡形式时，将会产生严重的后果，如桥梁、房屋因柱子失去稳定性而倒塌，因此必须保证压杆的稳定性。

第三篇的内容是结构力学。结构力学是材料力学的延续，着重研究杆系结构内力与变形的计算原理与方法。实际建筑物的结构往往比较复杂，要想研究它的强度、刚度和稳定性，首先要建立能够代表它，并能进行计算的力学模型；其次要保证这个模型是几何不变体系，因为只有几何不变体系才能保持平衡，也才能作为建筑结构。

在建筑结构中，构件与构件之间以及结构与约束物之间的不同连接方式，会形成不同的结构形式，不同的结构形式则具有不同的力学特性与承载能力。建筑结构可以分为静定和静不定两种类型。当一个结构中的内力能够用静力平衡条件唯一确定时，称该结构为静定结构，反之为静不定结构，又称超静定结构。静不定结构中的内力会因为其他外在因素，如温度变化、装配时的尺寸误差、材料的收缩、约束物的位移等的作用而变化。在建筑物中，经常会采用具有对称性的结构。当作用在对称结构上的外力也对称时，则结构的变形对称；当作用在对称结构上的外力反对称时，则结构的变形反对称。利用这一对称性原理，可使计算过程得到简化。

四、土木工程力学与工程实践的关系

土木工程力学是一门工程技术类学科，不仅与工程实践有着密切的关系，而且是在人类长期生产实践中发生和发展的。我们的祖先在这方面有过杰出的成就，例如几千年来结构中广泛采用圆柱，1103年北宋李诫的《营造法式》中较合理地规定了矩形截面木梁的高宽比为3:2，北宋沈括的《梦溪笔谈》中关于964年重建杭州梵天寺木塔的一段叙述表明，《木经》作者喻皓当时已懂得增加结构内各部分的相互约束可以提高木塔刚度（整体性）的道理。又例如以隋代工匠李春建造的赵州桥为代表的众多石拱建筑中，充分发挥了石料的抗压性，以战国末期李冰在四川建造的藤索桥为代表，巧妙地利用了藤、竹索的抗拉能力等等。总之，在十四世纪以前，我国劳动人民在建筑力学方面积累了丰富的经验。由于封建社会的延续，束缚了生产力的发展，因而未能将这些经验上升到理论探索的阶段。

14世纪以后，欧洲封建社会渐趋解体，生产力随之迅速发展，开始建造各种新的建筑物以及车、船等各种机械，这时单凭经验已解决不了大量的实际问题，于是人们开始探索理论分析与实验研究相结合的科学途径。为了解决建造船只和水闸所需梁的尺寸，意大利科学家伽利略（Galileo）用实验的方法寻求梁的强度，1638年他发表了《两种新科学的对话》，一般认为这是第一部有关强度理论的著作。1678年英国科学家胡克（Hooke）发表了《关于弹簧》论文，文中根据实验研究结果提出了力与变形成正比的定律。随后，瑞士数学家欧拉（Euler）1744

年推导出压杆弹性稳定的计算式，法国数学家泊松（Poisson）1829年算出各向同性材料的横向变形系数（即泊松比）为 0.25，两者虽然先有理论上结论，但是直到实验验证后才被广泛应用于工程实践。

最近几十年，随着新材料、新技术、新结构的不断涌现，各种力学新问题层出不穷，从而产生了许多新的力学分支。土木工程力学在现代工程实践中正日趋完善，计算机及新实验技术的发展又为土木工程力学的研究与应用提供了强有力的手段。

综上所述，土木工程力学与工程实践的关系是，一方面人们应用土木工程力学去指导工程实践，另一方面工程实践又不断地提出新问题，从而促进土木工程力学的发展。

土木工程力学是建筑类设计、施工等专业的专业基础课，又是从事土木工程的工程技术人员的必修课程。许多工程事故除了设计错误之外，都与施工人员不懂得土木工程力学有关，例如未经力矩平衡计算，而造成挑檐、阳台倾覆，塔吊倾翻；不懂内力分布规律配错受力筋而引起雨篷、楼梯折断；不懂几何不变体系的组成规则而造成脚手架倒塌等等。

土木工程力学是建立在实验基础上的理论，其中材料的力学性质更要靠实验来测定。因此，土木工程力学是一门理论与实验并重的课程。此外，在学习时还要注重掌握平衡、强度、刚度及稳定性的规律，要多做习题，熟能生巧，以备在工程设计或施工中，建造出安全可靠、经济适用的建筑物。

绪 论	1
第一篇: 土木工程力学基础知识.....	1
第一章 静力学的基本概念和公理.....	1
§1-1 静力学的任务、刚体的概念	1
§1-2 力的概念	1
§1-3 静力学公理	2
§1-4 约束和约束反力	4
§1-5 物体的受力分析和受力图	6
小结	8
思考题	9
习题	9
第二章 平面汇交力系.....	11
§2-1 力的分解和力的投影	11
§2-2 平面汇交力系的合成和平衡	12
小结	15
思考题	15
习题	15
第三章 平面力偶理论.....	18
§3-1 力对点的矩	18
§3-2 力偶的性质	19
§3-3 平面力偶系的简化和平衡	20
小结	21
思考题	22
习题	22
第四章 平面一般力系.....	23
§4-1 平面一般力系的简化	23
§4-2 平面一般力系的平衡和应用	26
§4-3 物体系统的平衡、静定和超静定问题的概念.....	29
§4-4 考虑摩擦时物体的平衡问题	31
小结	35
思考题	36
习题	36
第五章 空间一般力系.....	39
§5-1 力在空间直角坐标轴上的投影	39
§5-2 空间汇交力系的合成与平衡	40
§5-3 力对轴之矩	41
§5-4 力对点之矩与力对通过该点的轴之矩的关系.....	42
§5-5 空间一般力系向一点的简化	43
§5-6 空间一般力系简化的最后结果	44

§5-7 空间一般力系的平衡和应用	46
§5-8 重心和形心	48
小结	50
思考题	50
习题	50
第六章 截面的几何性质.....	53
§6-1 静矩	53
§6-2 惯性矩、极惯性矩和惯性积	54
§6-3 惯性矩的平行移轴公式和转轴公式	56
小结	59
思考题	60
习题	60
第二篇 材料力学	62
第七章 轴向拉伸与压缩.....	62
§7-1 材料力学概述	62
§7-2 轴向拉伸和压缩的内力	64
§7-3 轴向拉伸(压缩)杆横截面上的应力	66
§7-4 轴向拉伸或压缩杆的变形	67
§7-5 材料在拉伸和压缩时的力学性质	71
§7-6 杆件在拉、压时的强度计算	77
§7-7 拉、压超静定问题	80
§7-8 应力集中的概念	87
小结	88
思考题	90
习题	90
第八章 剪切与杆件联接部分的实用计算.....	97
§8-1 剪切变形的概念及实例	97
§8-2 杆件联接部分的实用强度计算	99
§8-3 焊接计算	104
小结	106
思考题	107
习题	107
第九章 扭转	109
§9-1 扭转的概念	109
§9-2 扭转的内力——扭矩	110
§9-3 圆轴扭转的应力与变形	111
§9-4 圆轴扭转的强度条件和刚度条件	114
§9-5 矩形截面杆在自由扭转时的应力	116
小结	118

思考题	119
习题	120
第十章 弯曲内力	122
§10-1 平面弯曲概念及实例	122
§10-2 梁横截面上的内力—剪力和弯矩	124
§10-3 剪力方程和弯矩方程及剪力图、弯矩图	126
§10-4 荷载集度、剪力、弯矩三者间的微分关系及作图法	129
小结	133
思考题	134
习题	134
第十一章 弯曲应力	137
§11-1 梁的正应力	137
§11-2 梁的正应力强度计算	143
§11-3 梁横截面上的剪应力和强度条件	148
§11-4 提高梁弯曲强度的措施	155
§11-5 弯曲中心的概念	158
§11-6 两种材料制成的组合梁	159
小结	161
思考题	162
习题	163
第十二章 梁的变形	166
§12-1 概述	166
§12-2 梁的挠曲线的近似微分方程式	167
§12-3 积分法计算梁的位移	168
§12-4 叠加法计算梁的位移	173
小结	176
思考题	176
习题	177
第十三章 应力状态分析	179
§13-1 应力状态的概念	179
§13-2 轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力	181
§13-3 纯剪切应力状态	183
§13-4 平面应力状态分析——解析法	185
§13-5 平面应力状态分析——图解法	190
§13-6 梁内主应力、主应力迹线	196
§13-7 强度理论	198
小结	202
思考题	203
习题	203

第十四章	组合变形.....	206
§14-1	组合变形的概念	206
§14-2	斜弯曲	206
§14-3	偏心压缩(拉伸)	214
§14-4	弯曲与扭转组合变形	221
	小结	223
	思考题	224
	习题	225
第十五章	压杆稳定	229
§15-1	压杆稳定的概念	229
§15-2	细长压杆的临界力	230
§15-3	临界应力和欧拉公式的适用范围	231
§15-4	压杆的稳定计算、折减系数	234
§15-5	提高压杆稳定性的措施	240
	小结	240
	思考题	241
	习题	242
第三篇	结构力学	244
第十六章	结构的计算简图.....	244
§16-1	结构力学的概述	244
§16-2	杆系结构的计算简图	247
§16-3	荷载的分类	253
	小结	253
	思考题	254
第十七章	平面体系的几何组成分析.....	255
§17-1	概述	255
§17-2	几何不变体系的简单组成规则	258
§17-3	规则中的特殊情况分析	261
§17-4	体系几何组成与静力特性的关系	262
	小结	263
	思考题	263
	习题	264
第十八章	静定结构受力分析.....	266
§18-1	单跨静定梁	266
§18-2	静定多跨梁和静定平面刚架	272
§18-3	三铰拱	279
§18-4	静定平面桁架	282
	小结	286
	思考题	287

习题	288
第十九章 静定结构的位移计算.....	292
§19-1 概述	292
§19-2 实功与虚功	292
§19-3 单位荷载法	293
§19-4 剪力与轴力对位移的影响	298
§19-5 图乘法	301
§19-6 支座移动和温度改变引起的位移	307
§19-7 互等定理	309
小结	311
思考题	312
习题	312
第二十章 超静定结构与力法.....	315
§20-1 超静定结构的概念	315
§20-2 力法的基本原理及其典型方程	318
§20-3 对称性利用	325
§20-4 力法的计算校核	329
§20-5 支座移动时超静定结构计算	329
小结	332
思考题	333
习题	333
第二十一章 位移法及力矩分配法.....	336
§21-1 位移法的一般概念	336
§21-2 未知量数目与基本结构	338
§21-3 位移法典型方程式	340
§21-4 系数和自由项的计算	342
§21-5 按转角位移公式及平衡条件计算的位移法.....	347
§21-6 对称性的利用	348
§21-7 力矩分配法	351
§21-8 迭代法的基本原理; 用迭代法计算无侧移刚架.....	365
小结	370
思考题	371
习题	371
第二十二章 结构在移动荷载下的计算.....	374
§22-1 影响线的概念	374
§22-2 静力法作简支梁、伸臂梁的影响线	375
§22-3 间接荷载作用下的影响线	378
§22-4 桁架的影响线	380
§22-5 影响线的应用	382

§22-6 简支梁的内力包络图和绝对最大弯矩	389
§22-7 连续梁的内力包络图	391
小结	392
思考题	392
习题	392
附录 I 一些常用几何量和力学量的单位换算表	394
附录 II 常用截面几何性质	395
附录 III 型钢表	396
习题答案	412

第一篇：土木工程力学基础知识

第一章 静力学的基本概念和公理

§ 1-1 静力学的任务、刚体的概念

静力学研究物体在力作用下处于平衡的规律及其应用。平衡是物体机械运动的一种特殊状态。对于一般工程问题，平衡是指物体相对于地球保持静止或作匀速直线运动的状态。

当物体平衡时，作用在物体上的力必须满足一定的条件；反之，满足一定条件的力才能使物体平衡。静力学的任务之一就是阐明这些平衡条件。

静力学中采用的力学模型是刚体，故静力学又称为刚体静力学。所谓刚体，就是指在力的作用下不变形的物体。实际上，任何物体在力的作用下都将发生不同程度的变形。在许多工程问题中，物体的变形非常微小，对静力学所研究的问题来说，忽略掉它们的变形，不会对研究的结果发生显著的影响，同时能大大减少问题的复杂程度。但是，在工程实际问题中，有时也常需要考虑物体的变形，这种问题将在第二和第三篇中研究。

在静力学中我们将着重研究以下三个基本问题：

1. 物体的受力分析及受力图的画法；
2. 作用在刚体上的力系的简化；
3. 刚体在各种力系作用下的平衡条件及其应用。

§ 1-2 力的概念

力是物体间的相互机械作用，这种作用使物体改变运动状态（外效应）和使物体变形（内效应）。实践证明力对物体的效应取决于力的三要素，即力的大小、方向和作用点。

力的大小表示物体之间机械作用的程度。在国际单位制中，力的单位是牛顿（N）或千牛顿（KN）， $1\text{KN} = 1000\text{N}$ 。在工程单位制中，力的单位为公斤力。1公斤力等于9.82牛顿，即 $1\text{kgf} = 9.82\text{N}$ 。

力的方向，也就是力作用的方位和指向。

力的作用点，也就是力作用的部位。

通过力的作用点，而沿力的方向的直线，称为力的作用线。

物体所受的力通常有体积力和表面力两种。体积力是物体的每个质点都受到力的作用，这种力属于场力，例如重力等。表面力属于接触力，是物体在与其它物体直接接触的表面上所受到的力，例如讲台对楼板的压力等。体积力和表面力都是分布力。若物体的体积或接触面面积很小，可以近似地看成作用在一个点上，这种力称集中力。此外，在研究受力物体的平衡问题（外效应）时，分布力也常常用与之等效的合力来代替。

力是一种矢量，可以用黑体字母（如 \mathbf{F} 、 \mathbf{P} ）或普通字母加“ \rightarrow ”（如 \vec{F} 、 \vec{P} ）表示，而力的大小则用普通字母（如 F 、 P ）表示，使用时应注意区别。

为了便于分析研究，通常用一段带有箭头的直线表示力的三要素：线段的长度按一定比例尺表示力的大小，线段的方位和箭头指向表示力的方向，线段的起点（或终点）表示力的作用点。线段旁边可用字母注明该力的名称。在有些情况下，如果我们在图中不强调力的大小，则线段的长度往往不是严格地按比例尺画出，如图 1-1 所示。

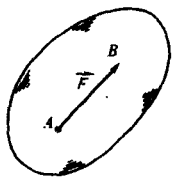


图 1-1 作用在物体上的一群力称力系。如果所有力的作用线都在同一平面内，则力系称为平面力系；否则称为空间力系。当所有力的作用线汇交于同一点时，则力系称为汇交力系，当所有力的作用线互相平行时，则力系称为平行力系；否则称为一般力系。

§ 1-3 静力学公理

力的基本性质可以概括在几个已由实践证实的公理中，在阐明这些公理以前，需提出一些有关定义。

若物体在某一力系作用下保持其静止或运动状态不变时，该力系称为平衡力系。平衡力系中的任一力对其余的力来说都称为平衡力。若作用于物体上的已知力系可用另一力系来代替而不改变物体的原有状态，则称这两个力系等效。若一个力和一个力系等效，则称这个力是该力系的合力；这个等效力系中的各个力称为其合力的各分力，把各分力代换成合力的过程，称为力系的合成；把合力代换成几个分力的过程，则称为力的分解。

静力学的全部理论，建立在下面五个公理的基础上。

一、两力平衡公理

受二力作用的刚体处于平衡状态的充要条件是：这两个力等值、反向、共线。

以后经常遇到只在两点各受一个集中力作用而平衡的构件，这种构件称二力构件，如图 1-2b 所示。如果二力构件是一根直杆，则称二力杆或链杆，如图 1-2a 所示。二力平衡是受力刚体平衡的最简单情况，此二力也构成最简单的平衡力系，而刚体在任何复杂力系作用下的平衡问题都可化为二力平衡问题。

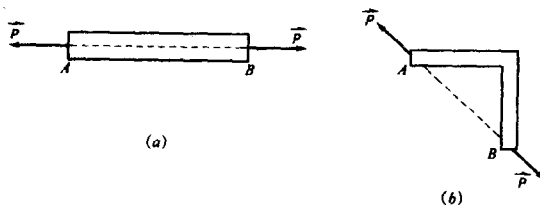


图 1-2

二、加减平衡力系公理

加上或减去一个平衡力系，不改变原力系对刚体的外效应。

推论（力的可传性）：作用在刚体上任何一个力，可以沿其作用线移至刚体内任意一点，而不改变它对于刚体的外效应。

证明：

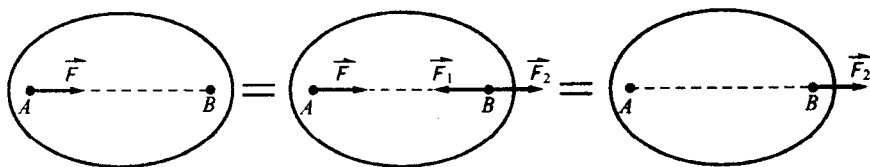


图 1-3

设力 \vec{F} 作用于刚体上 A 点, B 为其作用线上任意一点, 如图 1-3 所示。今在 B 点沿 AB 线加上等值而反向的两个力 \vec{F}_1 与 \vec{F}_2 , 并令其大小都等于 \vec{F} 。由于 \vec{F}_1 与 \vec{F}_2 为平衡力系, 所以加上之后不改变 \vec{F} 对刚体的原有效应。同时看到, 在 \vec{F} 、 \vec{F}_1 和 \vec{F}_2 三个力组成的力系中, \vec{F} 和 \vec{F}_1 也是一个平衡力系, 因此, 除去这两个力, 也不改变 \vec{F} 对刚体的原有效应。除去 \vec{F} 与 \vec{F}_1 后, 剩下一个作用于 B 点的 \vec{F}_2 。 \vec{F} 和 \vec{F}_2 具有相同的作用线, 相同的大小与相同的指向, 这就相当于把原来作用于 A 点的力 \vec{F} 沿着作用线移到了任意一点 B 。

上述性质称为力在刚体上的可传性。大家都有这样的体会, 在水平道路上用水平压力推车或用水平拉力拉车 (图 1-4), 可以产生同样效果 (压力是指力的箭头指向物体, 拉力是指力的箭头背离物体)。由此可见, 作用于刚体上的力是滑动矢量。

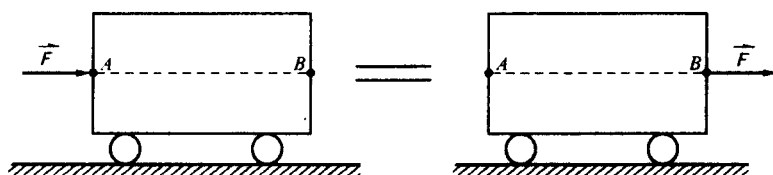


图 1-4

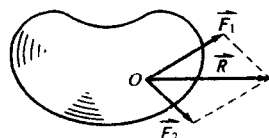


图 1-5

这时力的作用点位置已不再是决定其效应的要素之一, 而是由作用线取代。因此, 作用于刚体上的力的三要素是: 力的大小、方向和作用线位置。

显然, 公理二及其推论都只适用刚体而不适于变形体。对于变形体, 作用力能产生内效应, 当力沿作用线移动时, 将改变它的变形效应。这时必须把力看作是定位矢量。

三、力的平行四边形法则

作用在刚体上同一点的两个力的合力等于这两个力的矢量和, 即合力的大小及方向由这两个力所构成的平行四边形的对角线来表示 (图 1-5)。 \vec{R} 表示力 \vec{F}_1 和 \vec{F}_2 的合力, 即 $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ 。

推论 (三力平衡定理) 当刚体受不平行的三个力作用而平衡时, 则此三力的作用线必共面且汇交于一点。

证明: 设刚体受不平行的三力 \vec{F}_1 、 \vec{F}_2 和 \vec{F}_3 作用处于平衡状态 (图 1-6)。由二力平衡条件知 \vec{F}_1 必与 \vec{F}_2 、 \vec{F}_3 二力的合力 \vec{R}_{2-3} 相平衡, 分别将 \vec{F}_2 、 \vec{F}_3 移到它们作用线的交点 O 点, 并求出它们的合力 \vec{R}_{2-3} , \vec{F}_1 和 \vec{R}_{2-3} 共线。因此 \vec{F}_1 、 \vec{F}_2 、 \vec{F}_3 三力的作用线共面, 且汇交于一点 O 点。

四、作用和反作用定律 (牛顿第三定律)

两物体间的作用力和反作用力, 总是等值、反向、共线, 并同时分别作用在这两个物体上。

这个公理告诉我们, 宇宙中的力的作用总是成对出现。如果我们知道了甲物体对乙物体的作用力的大小和方向, 根据这个公理就可知道乙物体对于甲物体的反作用力的大小和方向。

必须注意，作用和反作用公理中的一对力和两力平衡公理中的一对力虽然有些相似，但却截然不同，作用力和反作用力分别作用在不同的两个物体上（不一定是刚体）；而两力平衡公理中的一对力则是作用在同一刚体上的。

在分析一物体的受力情况时，只考虑别的物体给它的力，而它给别的物体的力（即反作用力），则不应考虑在内。

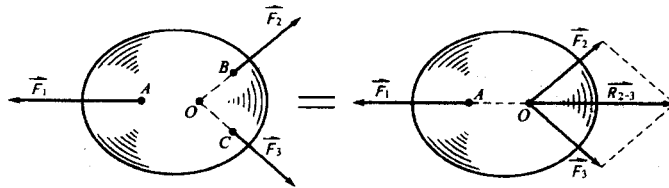


图 1-6

五、刚化原理

当变形体在已知力系作用下平衡时，若将它刚化为刚体，则平衡状态不变。

由此原理可知，若一力系能使变形体平衡，则它也必能使刚体平衡，但反之则不一定正确。例如一对等值、反向、共线的拉力能使绳索平衡，也能使刚性杆平衡；但是一对等值、反向、共线的压力只能使刚性杆平衡，而不能使绳索平衡。这是由绳索只能受拉而不能受压的性质所决定的。

应用刚化原理，可以将刚体的平衡条件用来解决变形体在同样力系作用下的平衡问题。

§ 1-4 约束和约束反力

一、主动力和约束（反）力

主动作用在物体上的能改变物体运动状态的力称为主动力。主动力的三要素一般都是已知的，以楼板为例，楼板的自重以及人、讲台、桌子、椅子等施加给楼板的力都是主动力。

要使物体按照人们所需要的规律运动，还必须通过相接触的其它物体对物体的运动施加各种限制条件，例如，用链条限制吊灯的运动，用轨道限制车辆的运动，用墙限制楼板的运动，等等。这些限制物体运动的条件称为约束，提供这些限制条件的物体称为约束物体。习惯上将约束条件和约束物体统称为约束，不作严格区分。约束对物体的反作用力称为约束反力或约束力或反力。例如，链条对吊灯的拉力，墙对楼板的支承力等都是约束力。

约束力的大小通常都是未知的，须根据物体的受力情况，应用静力学习理论求解得知。在静力学中，一般情况下约束力与主动力成正比，并随主动力增大而增大，随主动力减小而减小，所以约束力属于被动力。

约束力的方向总是与约束所能限制的物体运动方向相反，它与约束的类型，即约束与物体的连接方式有关。例如链条限制吊灯向下运动，所以它对吊灯的约束力铅垂向上。

约束力的作用点是物体与约束相连接或接触的点。

二、常见的约束类型及其约束反力

1. 柔体约束（图 1-7）

柔体包括绳索、链条、皮带等，它只能阻止物体沿着柔体的中心线离开柔体运动。所以，

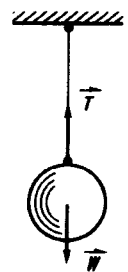


图 1-7

柔体的约束反力沿着柔体中心线背离物体，即只能承受拉力，通常以 \vec{T} 、 \vec{S} 表示。

2. 光滑面接触约束

当两物体接触面上的摩擦力很小而忽略不计时，就是光滑接触面。当物体搁置在约束上，两者接触面为光滑接触面时，不论接触面的形状如何，约束只能限制物体沿接触点的接触面公法线，向约束（物）的方向运动，而不能阻止其它方向的运动。所以光滑接触面的约束反力通过接触点，沿接触面公法线，指向物体，使物体受压，通常以 \vec{N} 表示，如图 1-8。

图 1-9 说明物体受光滑接触面的约束时，其约束反力的表示方法。

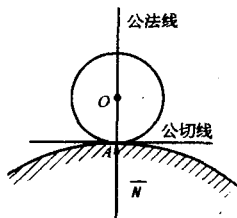


图 1-8

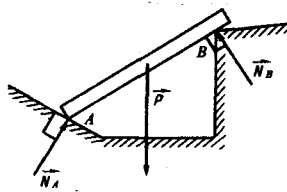


图 1-9

3. 铰链支座和铰链约束

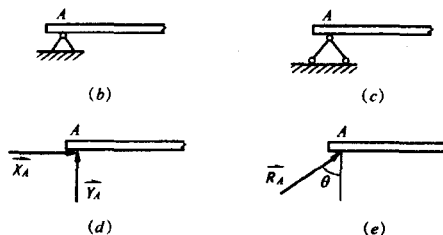
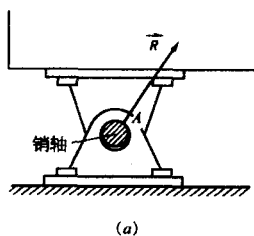


图 1-10

工程上常用一种叫做支座的部件，将一个构件支承于基础或另一静止的构件上。若将构件用圆柱形光滑销轴与固定支座连接，该支座就成为铰链支座，也称固定铰链支座。图 1-10a 是一种铰链支座示意图。销钉不能阻止构件转动，也不能阻止构件沿销轴轴线移动，而只能阻止构件在垂直于销轴轴线的平面内的移动。当构件有运动趋势时，构件与销轴可沿圆柱面的任一母线（在图上为 A 点）接触。又因假设销轴是光滑圆柱形的，故可知约束反力必作用于接触点 A 并通过销轴中心，如图 e 中的 \vec{R} 。但接触点 A 不能预先确定， \vec{R} 的方向实际是未知的。可见，铰链支座的约束反力在垂直于销轴轴线的平面内，通过销轴中心，方向不定。图 b 及 c 是铰链支座的两种简化表示法。铰链支座的约束反力一般表示为两个互相垂直的力，如图 d，指向待定；也可表示为一个未知的角度和一个未知大小的力，如图 e。

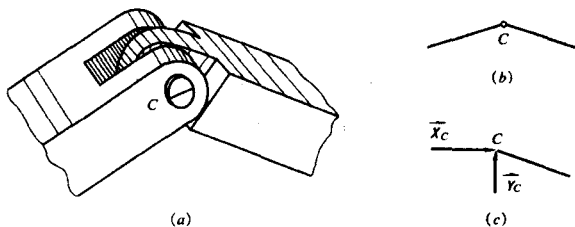


图 1-11