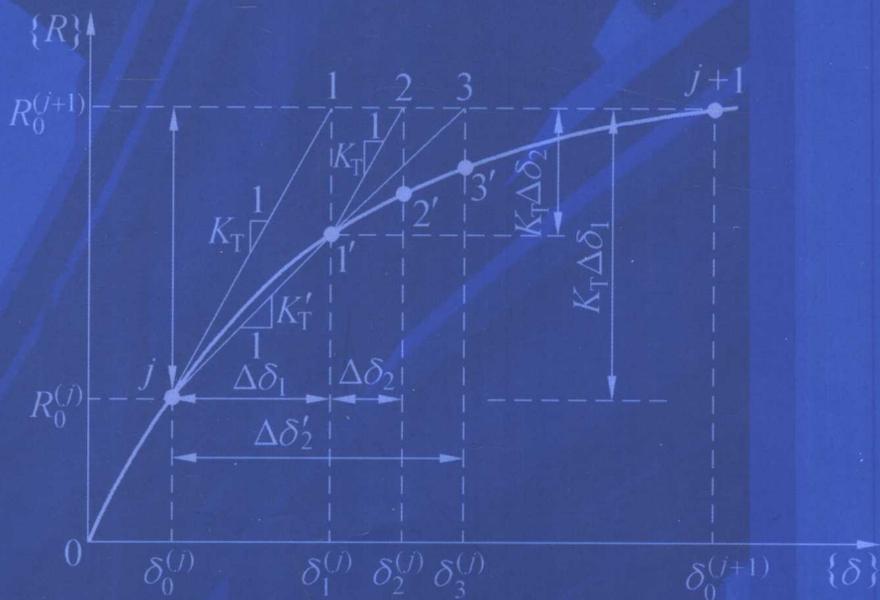


土木工程系列

高等学校“十一五”规划教材

钢筋混凝土结构 非线性分析

何政 欧进萍 编著



哈尔滨工业大学出版社

钢筋混凝土结构非线性分析

何 政 欧进萍 编著

哈尔滨工业大学出版社

内 容 简 介

本书介绍了钢筋混凝土结构构件非线性分析的理论和方法,涉及的分析领域包括非线性静力分析和非线性动力时程分析两方面。书中除介绍钢筋混凝土材料基本力学性能、混凝土破坏准则及其本构理论、混凝土裂缝的处理方法、非线性有限单元模型和非线性方程组求解方法外,还专门介绍了基于两大裂缝处理模型的非线性有限元分析方法和基于截面的构件非线性分析方法,给出了相应的计算步骤。最后,本书针对钢筋混凝土结构的非线性动力时程分析做了较系统、深入的介绍。书中所给的例题有助于读者理解和运用有关知识。

本书可作为高等院校土建类的研究生和高年级本科生教材,也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

钢筋混凝土结构非线性分析/何政,欧进萍编著. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2006.10

ISBN 7-5603-2438-X

I.钢… II.①何… ②欧… III.钢筋混凝土结构-非线性-结构分析 IV.TV375

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 124650 号

责任编辑 郝庆多

封面设计 卞秉利

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 18.25 字数 410 千字

版 次 2007 年 1 月第 1 版 2007 年 1 月第 1 次印刷

定 价 29.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前 言

混凝土是一种典型的弹塑性材料,钢筋混凝土是一种非线性程度更高的弹塑性材料,因此,钢筋混凝土结构的非线性问题是结构受力状态、损伤和破坏的基本问题。结构工程师早已不再仅只满足于采用弹性力学手段来对钢筋混凝土结构进行分析和设计了。目前采用非线性方法进行分析已经成为主流趋势,了解和掌握这门学科的基本概念是从事这项工作的必要前提。哈尔滨工业大学土木工程学院从结构工程、防灾减灾与防护工程以及工程力学等专业研究生 94 级起就开设了钢筋混凝土结构非线性分析课程,取得了良好的效果。本教材的主要目的就是试图使从事土木工程的专业人员掌握钢筋混凝土结构构件非线性分析的基本理论和方法,偏重于实用性。

本书在阐述钢筋混凝土材料的基本力学性能、混凝土的破坏准则和复杂应力下混凝土本构理论的基础上,对裂缝处理模型、钢筋混凝土有限单元模型进行了系统介绍和讨论,介绍了非线性静力平衡方程组的常用求解方法以及负刚度的处理方法。本书还专门编写了基于截面的构件非线性分析、修正斜压场模型和固定转角-软化桁架理论的原理及其在有限元中的应用等内容,最后针对钢筋混凝土抗震结构的非线性动力时程分析进行了较为系统的介绍。

在本书的编写过程中,哈尔滨工业大学土木工程学院博士研究生侯吉林撰写了 11.5 节的部分内容,在此表示感谢。

本书的出版得到了哈尔滨工业大学出版社郝庆多的大力支持,在本书出版之际,对哈尔滨工业大学出版社表示由衷的谢意。

由于本书涉及的相关领域较为宽广,加之作者水平有限,书中有不妥或错误之处,恳请读者指正。

编 者
2006 年 6 月

目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 钢筋混凝土受力特性	1
1.2 钢筋混凝土结构非线性分析的发展现状简述	2
1.3 钢筋混凝土结构非线性分析的意义和存在的问题	3
第 2 章 混凝土的基本力学性能	6
2.1 轴向受力力学性能	6
2.2 双轴应力下混凝土的力学性能	14
2.3 三轴应力下混凝土的力学性能	22
第 3 章 钢筋的基本力学性能	27
3.1 概 述	27
3.2 静力加载下钢筋的力学性能	27
3.3 重复加载下钢筋的力学性能	29
3.4 反复循环加载下钢筋的力学性能	30
第 4 章 钢筋与混凝土之间的粘结	37
4.1 概 述	37
4.2 粘结性能试验	38
4.3 粘结机理	43
4.4 影响钢筋粘结性能的因素	46
4.5 静力加载下粘结应力的计算	48
4.6 重复加载下的粘结性能	56
4.7 反复循环加载下的粘结性能	60
第 5 章 混凝土在复合应力下的破坏准则	69
5.1 概 述	69
5.2 基本预备知识	69
5.3 破坏曲面的特征	71
5.4 古典破坏准则	73
5.5 近代的和现代的破坏准则	76
5.6 其他破坏准则简介及各个准则间的比较	84

第 6 章 混凝土在复杂应力下的本构关系	88
6.1 概 述	88
6.2 预备知识	88
6.3 基于弹性的混凝土本构模型	99
6.4 基于经典塑性理论的混凝土本构模型	108
6.5 基于塑性 - 断裂理论的混凝土本构模型	114
6.6 对几种混凝土本构关系的简评	120
第 7 章 混凝土裂缝的处理	122
7.1 概 述	122
7.2 混凝土裂缝数学模型	123
7.3 混凝土开裂后释放应力的计算	133
7.4 裂后特征	140
7.5 应力重分布及其分析步骤	143
第 8 章 钢筋混凝土非线性有限单元模型	146
8.1 概 述	146
8.2 分离式模型	148
8.3 组合式模型	159
8.4 整体式模型	166
第 9 章 非线性静力平衡方程组的解法	168
9.1 概 述	168
9.2 荷载增量法	168
9.3 迭代法	170
9.4 增量法与迭代法的区别及混合法的使用	177
9.5 收敛准则	178
9.6 考虑负刚度的一些计算方法	181
第 10 章 钢筋混凝土非线性有限单元分析方法	195
10.1 概 述	195
10.2 基于修正斜压场理论的有限单元分析方法	195
10.3 基于固定角 - 软化桁架模型的有限单元分析法	202
10.4 关于 MCFT 和 FA - STM 的讨论	207
第 11 章 基于截面的钢筋混凝土构件非线性分析	209
11.1 概 述	209
11.2 利用纤维束模型进行 $M - \varphi$ 或 $M - N - \varphi$ 关系曲线的全过程分析	209

11.3	$M - N - \varphi$ 关系曲线的简化计算方法	212
11.4	钢筋混凝土构件非线性分析	216
11.5	钢筋混凝土连续梁受力全过程分析	221
第 12 章	钢筋混凝土结构地震反应时程分析	228
12.1	概 述	228
12.2	地震波的选取	232
12.3	结构振动分析模型	235
12.4	钢筋混凝土构件滞回特性及恢复力特性	239
12.5	恢复力模型的确定	243
12.6	结构振动微分方程	252
12.7	结构刚度矩阵	254
12.8	结构质量矩阵和阻尼矩阵	264
12.9	结构振动微分方程组的逐步积分法	266
12.10	$P - \Delta$ 效应的考虑与恢复力模型中拐点的处理	270
12.11	结构动力特性分析	274
12.12	一些专业非线性分析程序简介	278
参考文献	280

第 1 章 绪 论

1.1 钢筋混凝土受力特性

1.1.1 混凝土

从宏观角度上来看,混凝土由水、水泥和粗细骨料组成;从细观角度来看,混凝土由砂浆和粗骨料两相复合材料组成。混凝土的力学特性不仅取决于构成混凝土的材料的本身性质,还取决于材料之间结合面的性质,受力后,混凝土微裂缝形成、扩展、贯穿,最后导致构件失效。混凝土的力学特性主要体现在以下几个方面。

1. 混凝土是一种非匀质、非等向的多相混合材料

造成这种非匀质性和非等向性的原因可能是原材料自身的特性,也可能是施工和操作方面的因素。

2. 混凝土裂缝的产生机制复杂

造成混凝土产生裂缝的原因往往是多方面的,如荷载、收缩、温度、湿度、内在原始缺陷等条件都能产生裂缝。此外,裂缝的出现和发展也呈现明显的随机性。

3. 组成混凝土变形的多元性

粗细骨料的弹性变形是可恢复的,而水泥凝胶体的粘性流动具有持时效应,构成混凝土塑性变形部分。此外,有限微裂缝的形成和扩展基本上不能恢复。当应力水平较低时,骨料的弹性变形占主要成分。随着应力的加大,水泥凝胶体的粘性流动变形逐渐增大;接近混凝土极限强度时,裂缝变形才有明显作用,但其变形值大,可超过其他两部分的变形之和,在极限强度后的下降段成为变形主体。在卸载过程中,骨料的弹性变形可全部恢复,而水泥凝胶体的粘性流动变形出现应变滞后现象。卸载后的混凝土残余变形,则由裂缝变形和粘性流动变形组成。

4. 应力状态和应力路径对混凝土力学性能影响显著

混凝土单轴受拉强度与其单轴受压强度的比值约为 $1/20 \sim 1/8$,相应的峰值应变比值约为 $1:20$,两者的破坏机理和形态差别显著。这种差别使得混凝土在多轴应力状态的强度、变形和破坏特征均随主应力比例的不同,而在很大幅度内变化。至于更复杂的受力与变形状态,如不均匀受力(存在应变梯度)、荷载(应力)多次重复作用、边界受有约束、达到相同应力值的途径不同等等,使混凝土不同的力学性能也有所差异。

5. 时间和环境条件对混凝土力学性能的影响

随着时间的延伸,水化作用将会更加充分,混凝土的强度和弹性模量会进一步得到提高。但与此同时,在应力的长期作用下,水泥凝胶体的粘性流动和内部微裂缝的发展也使得变形将随着时间而增大,混凝土的长期强度将有所降低。此外,温度和湿度条件也对混凝土的力学性能影响显著。

1.1.2 钢筋

相比于混凝土材料,钢筋性质在宏观力学性能上表现较为稳定。尽管从细观层面上来看,钢筋材料内部存在无序的位错现象。钢筋的“包兴格”效应(Bauschinger Effect)是指拉伸(或压缩)超过钢筋屈服点后再卸载和反向加载,会使得反向的屈服点降低。这种宏观的钢筋滞回塑性性能可以用金相学中的位错理论来解释。“包兴格”效应对钢筋混凝土的动力响应影响不可忽略。

1.1.3 混凝土与钢筋之间的粘结

粘结是钢筋与混凝土之间进行协同工作的前提条件之一。粘结力来源于化学胶结力、机械咬合力和摩擦力三个方面,在钢筋混凝土构件不同受力阶段和不同受力条件下,这三个方面的贡献是不同的。由于涉及混凝土、钢筋以及两者界面的非线性工作性能,粘结问题和混凝土裂缝问题是紧密相关的,也一同构成了钢筋混凝土非线性分析中的两大难点。

1.2 钢筋混凝土结构非线性分析的发展现状简述

1967年3月,加州大学 Berkeley 分校的 Ngo 和 Scordelis 在期刊 ACI Structural Journal 上发表了一篇关于应用有限元分析方法分析三分点加载情况下钢筋混凝土简支梁的抗剪力学性能的论文:他们在梁中预留了斜裂缝,在界面的有限元建模中首次采用了双弹簧联系单元,并推导了其刚度矩阵显式表达式;对混凝土采用了弹性三角常应变单元;分析中采用了离散裂缝(Discrete Cracks)模型。通过对4根试验梁的分析,他们预测了梁中混凝土应力、钢筋应力、粘结力的分布规律。次年9月,Nilson在针对钢筋混凝土梁的有限元分析中,提出了基于多项式形式的非线性粘结-滑移本构关系,建立了混凝土非线性应力与应变关系以及边界裂缝模式。1969年,Lin和Scordelis采用分层法分析了钢筋混凝土受弯构件。1970年Franklin首次提出并后来被广泛应用的“分布裂缝”(Smeared Cracks)的概念。如果说 Ngo 和 Scordelis 开创了钢筋混凝土结构有限元分析和研究领域的话,那么在近40年的发展历史中,最具有里程碑意义的是由美国土木工程师协会(ASCE)于1977年组织的一个由19人组成的专业任务委员会,历时5年,总结和分析了该领域大量相关研究资料和成果,在1982年5月发表了长达545页的综述报告——Finite Element Analysis of Reinforced Concrete。该专业任务委员会也就是美国土木工程师协会和美国混凝土协会联合分委员会(Joint ASCE/ACI 447)的前身。自此,相关领域逐步进入研究热潮时期,无论在试验研究方面,还是在理论分析、程序编制以及工程实践应用方面,许多学者都做出了大量而卓越的贡献。在1982年之后,ASCE/ACI 447联合分委员会先后于1985年、1991年和2003年在日本东京、美国纽约和美国夏威夷成功组织召开了3次国际研讨会,起到了很好的推动作用。加州大学 Berkeley 分校在非线性分析程序编制方面的贡献,具有深远的影响,如 DRAIN-2D、DRAIN-2DX、DRAIN-3DX、SARCF、ANSR、NONSAP、SAP4、3DBASIS 等等。有些程序已经成功地演变为成熟的商业软件,如 SAP4 已发展成目前 CSI 公司的旗舰产品 SAP2000。其他国家在钢筋混凝土有限元分析方面起步也很快,比如日本、加拿大和欧洲部分国家。在1985年的国际研讨会上已多见日本学者的身影。目前,日本东京大学土木系 Maekawa 教授主持开发的 WCOMD 和 COM3 程序已经完全商业化,已被成功地应用于工程实践

中。自20世纪70年代末,加拿大多伦多大学也在该领域进行了大量的试验研究,在此基础上独立开发了非线性有限元程序,历经20多年形成了目前的VecTor系列程序。除了程序编制之外,有关试验研究也在不断深入地进行,主要集中在混凝土本构理论、裂缝建模及其处理、钢筋与混凝土之间粘结特性等方面。试验研究与程序编制是同时进行并相互协同发展的。

由于历史的原因,我国学者在当初接触世界前沿课题的机会和手段很缺乏,在这一领域的研究工作起步是在改革开放之后。同济大学的朱伯龙和董振祥于1985年1月编著出版的《钢筋混凝土非线性分析》成为我国第一本在该领域的研究专著,介绍了我国当时在该领域的初步研究成果。1985年3月,清华大学王传志和滕智明编写出版了《钢筋混凝土结构理论》。1986年,东南大学宋启根等人编写出版了《钢筋混凝土力学》。1988年,河海大学周氏等人将ASCE的大综述——Finite Element Analysis of Reinforced Concrete翻译成中文出版,这大大推进了该研究方向在我国的发展进程。清华大学在钢筋混凝土材料非线性力学性能方面做了许多基础性的工作,曾达到了国际先进水平,并于20世纪90年代出版了一系列相关著作。在这些著作和技术报告的推动下,从20世纪80年代末开始,同济大学、清华大学、东南大学、大连理工大学、哈尔滨建筑大学、重庆建筑大学等院校都积极开展了有关研究工作。

1.3 钢筋混凝土结构非线性分析的意义和存在的问题

1.3.1 钢筋混凝土结构非线性分析的意义

从理论上来说,进行非线性分析更能够反映结构的实际工作状态。按照线弹性理论方法求得的结构内力和变形不能反映实际情况,这是由于:(1)钢筋混凝土结构在绝大多数情况下处于塑性状态;(2)弹性分析不能较好地反映混凝土和钢筋之间的变形协调问题,不能反映节点的复杂受力状态和变形情况,不能合理反映在长期荷载作用下混凝土构件的内力和变形。

目前,混凝土构件截面设计内力基本上是通过弹性力学来分析得到的,而在进行截面配筋计算时截面所处的状态是极限承载力状态,钢筋和混凝土呈现典型的弹塑性特性,这是截面设计和内力分析中存在的一对矛盾,这种矛盾在设计规范中是通过引入折减系数或分项系数来调整的。采用非线性分析手段可以更加清楚地了解其中存在的问题和风险。

对钢筋混凝土结构进行非线性分析还可以获取大量的结构响应反馈信息,如应力演变、变形发展过程和损伤累积情况等,而这些信息往往是不能通过常规分析手段所能得到的。即便常规手段能得到这类信息,信息也是不完整和不准确的。非线性分析可作为一种虚拟试验的仿真手段,以弥补试验研究中的不足。不过,完全离开试验研究背景的非线性分析方法或程序,很难准确预测构件的实际工作性能。

1.3.2 需进一步研究的工作

建立适当的、可行的混凝土多轴本构关系是一切工作的基础。目前针对混凝土材料所提出的本构模型有很多种,但仍很难对这些模型进行一个整体的优劣评价,原因在于复杂应力状态下的混凝土力学性能试验数据严重缺乏,不足以用来校核这些模型。从这个角度来看,建立复杂应力情况下混凝土本构模型和相关的试验研究工作是密不可分的。

研究动力荷载作用下钢筋与混凝土之间粘结性能是了解混凝土结构力学性能退化的关键

环节之一。由于混凝土材料自身存在较大的离散性,研究动力荷载作用下的粘结性能难度较大。非线性分析中的钢筋混凝土单元刚度矩阵与粘结性能密切相关。

围绕着裂缝的发生和发展,很多学者进行了大量的试验,也提出了不少裂缝处理模型,如修正斜压场模型和软化桁架理论等。但这些模型或理论基本上都是针对钢筋混凝土薄膜单元来提出的,能否适用于三维空间受力情况现在还很难说。即便在二维受力情况下,关于裂缝处理模型的争论也一直存在。如果裂缝处理模型不能很好地建立,就不能合理地确定混凝土单元的刚度矩阵。从这一点来说,裂缝处理方式是否科学、合理,直接对分析结果产生重大影响。

使用过非线性分析程序的人都有体会,在有些建模基本准确的情况下有时就是得不到收敛解,有时即使得到收敛解,也非正解。这就说明了非线性方程组求解器的稳定性和精确性对分析结果的重要意义。这就要求使用者在建模过程中要充分考虑问题的复杂性,注意尽量少地选择状态变化剧烈的单元。当然,也要求开发出性能更为稳定、精度更高以及计算效率更高的求解器。

1.3.3 非线性分析程序

经过了近 40 年的发展,目前众多的非线性分析程序性能到底如何?这是一个大家都非常关注的问题。无论是否算做正式,国内外都进行过类似于“猜谜”的竞赛游戏,就是事先公开详细的材料力学性能信息、结构构件几何尺寸、加载装置、加载方案以及测试方案,然后邀请相关单位或个人使用自编或非自编的程序对结构响应进行预测,在上交预测结果后公布有关试验数据并与各个预测值进行比较。多次竞赛结果表明,预测值之间的差别较为明显。1981 年在 Delft 举办的国际桥梁工程师协会(IABSE)研讨会曾广泛组织了这么一次竞赛,其中涉及的 4 块钢筋混凝土板在加拿大多伦多大学土木工程系试验室完成试验工作。这次竞赛收集了大概 30 个对强度和荷载-变形曲线的预测结果,多数结果来源于当时该领域一流的研究人员。后来揭示的试验结果表明:在预测板的抗剪强度方面差异性较大,荷载-变形曲线预测结果的差异性更大。在 1995 年,日本核能工程公司(NUPEC)也组织了一次对动荷载作用下三维剪力墙性能的预测竞赛,组织单位收到的预测结果超过 30 个。这次的试验结果表明:总体来看,所有程序在预测强度方面要好于 14 年前的情况,但是在变形预测方面仍然不够理想。国内在这个方面也举办过类似的竞赛,1996 年 6 月,中国长江三峡开发总公司技术委员会在湖北宜昌召开了三峡深孔配筋设计计算机软件研讨会。会议的目的是对参加三峡工程深孔配筋优化计算分析的各个单位所用的钢筋混凝土非线性有限元程序进行对比,分析对象是武汉水利电力大学承担试验的三峡电站引水压力管道钢衬钢筋混凝土大比例平面应力模型。参加的单位有中国水利科学研究院、河海大学、清华大学、长江水利科学研究院四家,要求对初裂荷载、各个加载阶段的材料应力、裂缝发生和发展、裂缝间距以及裂缝宽度等进行预测。与试验结果对比表明:在初裂荷载、混凝土开裂前材料应力以及开裂后钢筋应力等方面各预测值比较接近;但在裂缝发生、发展、裂缝宽度等方面,预测结果存在明显的差异性。最后建议各个计算单位研究选用不同的混凝土应力与应变关系曲线进行对比分析。

虽然这些所谓的“竞赛”并不具有足够的权威性,但是从另外一个角度揭示了一些问题。从时间发展的角度来看,非线性分析程序在预测强度方面正逐步趋于成熟,但在预测变形方面仍显得不够精确,这主要取决于材料的本构模型;从横向比较来看,各个程序差别仍然较为明显。为此,ASCE/ACI 447 联合分委员会在网络上组织发布了一系列钢筋混凝土构件的试验数

据,这些试验数据分别来源于:(1)由美国科罗拉多州立大学 Boulder 分校 Saouma 教授和 Puntel 博士组织的“往复循环荷载下结构混凝土界面性能”的试验研究结果;(2)由日本东京大学 Shiohara 教授组织的“地震作用下钢筋混凝土梁柱节点反应”的试验研究结果;(3)由加拿大多伦多大学进行的针对 2 个工字型钢筋混凝土剪力墙的拟静力侧向加载试验研究成果;(4)由奥地利 Innsbruck 大学 NW - IALADTG3 组织的针对混凝土节点/界面问题的试验研究结果;(5)由美国太平洋地震工程研究中心发布的性能数据库,该数据库含有超过 400 个钢筋混凝土柱的侧向加载试验数据。此外,加州大学 Berkeley 分校的 Fenves 教授于 2001 年建立了开放式的地震工程仿真系统(Open SEES),该系统是一种针对地震工程中应用有限元方法进行仿真的软件框架,是一种开放式平台,而不是源程序。Open SEES 是由一系列软件模块集成的框架,它为各个有关地震工程仿真程序提供了一个展示和校准的公共平台,目的在于改进这些程序中可能存在的建模和计算问题。

第 2 章 混凝土的基本力学性能

2.1 轴向受力力学性能

2.1.1 单调单轴受压

2.1.1.1 试验研究

如图 2.1 所示,混凝土在单调单轴压力作用下,当应力水平小于单轴强度的 30% 时,应力应变基本呈线性;当应力水平达到单轴强度的 80% ~ 90% 时,非线性已经很明显,此处应力称为临界应力,这一阶段为稳定裂缝的扩展阶段。对应峰值应力的应变一般为 0.002 左右,其大小随着混凝土强度等级不同而有所不同。在到达峰值应力之后,混凝土进入软化阶段,破坏时的极限应变的大小随着混凝土强度的不同而有所差别。对于普通混凝土, ϵ_{cu} 取为 0.003 ~ 0.004。

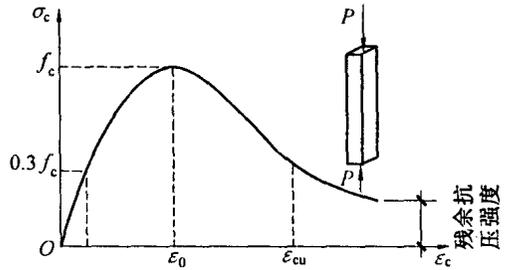


图 2.1 轴压混凝土构件的力学性能

除了强度等级对混凝土的应力应变曲线有影响之外,试验方法、侧向约束条件等都对其有影响。混凝土的泊松比一般在 0.15 ~ 0.22 之间变化,代表值可取为 0.20。

2.1.1.2 应力 - 应变曲线

迄今为止,已有不少学者提出了混凝土受压应力 - 应变关系曲线,由数学表达的形式可分为多项式、指数式、三角函数和有理分式等。

1. 我国《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2002) 中的表达式

如图 2.2 所示,应力 - 应变关系曲线由抛物线的上升段和水平段组成,它们的数学表达式分别为

$$\sigma_c = f_c [1 - (1 - \epsilon_c / \epsilon_0)^n] \quad 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_0 \quad (2.1a)$$

$$\sigma_c = f_c \quad \epsilon_0 < \epsilon_c \leq \epsilon_{cu} \quad (2.1b)$$

$$n = 2 - (f_{cu,k} - 50) / 60 \quad (2.2)$$

式中

$$\epsilon_0 = 0.002 + 0.5(f_{cu,k} - 50) \times 10^{-5} \quad (2.3)$$

$$\epsilon_{cu} = 0.0033 - (f_{cu,k} - 50) \times 10^{-5} \quad (2.4)$$

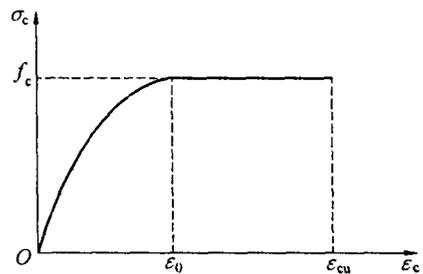


图 2.2 规范建议的曲线

当 $n > 2.0$ 时,取 2.0;当 $\epsilon_0 < 0.002$ 时,取 0.002;当 $\epsilon_{cu} > 0.0033$ 时,取 0.0033。式中, $f_{cu,k}$ 为混凝土立方体抗压强度标准值; ϵ_0 和 ϵ_{cu} 分别为峰值压应变和极限压应变,分别由式(2.3)和式(2.4)计算。

2. Hognestad 表达式

Hognestad 建议的受压应力 - 应变曲线如图 2.3 所示,它由抛物线的上升段和斜直线的下降段组成,分别表示为

$$\sigma_c = \sigma_0 \left[2 \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right] \quad 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_0 \quad (2.5a)$$

$$\sigma_c = \sigma_0 \left[1 - 0.15 \left(\frac{\epsilon_c - \epsilon_0}{\epsilon_{cu} - \epsilon_0} \right) \right] \quad \epsilon_0 < \epsilon_c \leq \epsilon_{cu} \quad (2.5b)$$

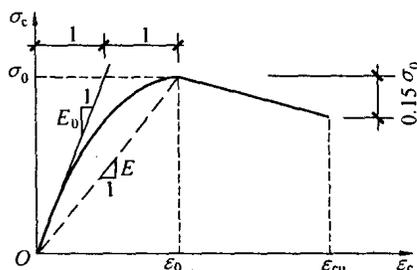


图 2.3 Hognestad 建议的曲线

Hognestad 建议在理论分析时取 $\epsilon_{cu} = 0.0038$, 在设计中 ϵ_{cu} 取为 0.003, 并建议 $\epsilon_0 = 2\sigma_0/E_0$, E_0 为混凝土的受压初始弹性模量, σ_0 建议取为 $0.85 f'_c$ (f'_c 为混凝土圆柱体抗压强度)。

3. Saenz 等人的改进表达式

Saenz 等人在 Elwi 和 Murry 工作的基础上提出了一个由下式表达的受压应力 - 应变关系通用全曲线, 即

$$\sigma_c = \frac{E_0 \epsilon_c}{1 + \left(R + \frac{E_0}{E} - 2 \right) \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) - (2R - 1) \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 + R \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^3} \quad (2.6)$$

式中

$$R = \frac{E_0/E(\sigma_0/\sigma_{cu} - 1)}{(\epsilon_{cu}/\epsilon_0 - 1)^2} - \frac{1}{\epsilon_{cu}/\epsilon_0} \quad (2.7)$$

式中, E 为峰值应力对应的割线模量, $E = \sigma_0/\epsilon_0$; σ_{cu} 为对应于 σ_{cu} 处的应力水平, 分析中可考虑取为 $(0.80 \sim 0.85)\sigma_0$, ϵ_{cu} 可取 $0.003 \sim 0.004$ 。

如果令 $\sigma_0 = \sigma_{cu}$ (即 $R = 0$), 式(2.6) 则简化为

$$\sigma_c = \frac{E_0 \epsilon_c}{1 + \left(\frac{E_0}{E} - 2 \right) \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) + \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2} \quad (2.8)$$

Sargin 于 1971 年对式(2.8) 进行了改进, 得到

$$\sigma_c = \sigma_0 \frac{A \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) + (D - 1) \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2}{1 + (A - 2) \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) + D \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2} \quad (2.9)$$

式中, $A = E_0/E$; D 为影响下降段的主要参数, D 值越小, 下降段越陡峭。

由于式(2.6)、(2.8) 和(2.9) 具有全曲线形式, 在有限元分析软件中常被采用。

4. 过镇海等人的表达式

清华大学过镇海等人根据上升段和下降段曲线形状的几何特点, 分别采用不同的方程, 提

出了双参数模型,该模型在峰值点处符合连续条件,并能针对不同的混凝土材料调整曲线的形状。具体表达形式为

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_0} = a \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) + (3 - 2a) \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 + (a - 2) \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^3 \quad 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_0 \quad (2.10a)$$

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_0} = \frac{\left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)}{\alpha \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} - 1 \right)^2 + \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)} \quad \epsilon_c > \epsilon_0 \quad (2.10b)$$

式中,系数 $a = E_0/E$ (混凝土受压初始弹性模量与其峰值割线模量的比值); α 为下降段曲线的形状控制参数。 a 、 α 以及峰值应变 ϵ_0 根据混凝土的品种(普通混凝土、陶粒、水泥砂浆)、强度等级、水泥标号来查表取值。

2.1.1.3 对上述应力 - 应变曲线的评价

1. 受压全曲线的几何特点

混凝土棱柱体的受压变形和破坏过程决定了其应力 - 应变全曲线的形状,它具有如下特点。

- (1) 当应变为零时,应力为零。
- (2) 在曲线的上升段,随着应变数值的增大,曲线上点的切线斜率单调减小,无拐点。
- (3) 位于峰值点时,其切线斜率存在,且为零。
- (4) 在曲线的下降段,存在拐点,该点处的二阶导数为零。
- (5) 当应变区域无穷时,曲线上点的切线斜率趋于零。

2. 上述四种应力 - 应变关系曲线的评价

结合上述关于混凝土单轴受压应力 - 应变曲线的几何特点来对前面提到的几种建议公式做一扼要的比较。

(1) 我国《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2002) 提出的曲线考虑了不同类型混凝土在受压时峰值应变与极限压应变的变化情况,它由抛物线的上升段和水平段两部分组成,应用简便,但是没有完整考虑混凝土抗压能力的衰减性质。

(2) Hognestad 提出的曲线抓住了主要特征,在设计和分析中得到了广泛应用,但是峰值点处导数不连续,给数值求解带来一定的困难。

(3) Saenz 等人和 Sargin 建议的全曲线形式的表达式克服了分段表达式的缺点,直接采用一个曲线来描述混凝土受压性能的应变强化和应变软化性能,形式统一,且在峰值点处导数连续,适于在有限元分析程序中使用,但在工程应用上不是特别方便。

(4) 过镇海等人建议的表达式考虑的影响因素更加全面,体现了应力 - 应变曲线的几何特点,峰值点处导数连续,是一种精细型的本构关系,适用于结构构件的非线性分析。但在设计中应用较为繁琐。

实际运用时,需根据分析对象的特点、分析手段以及要求的分析精度来进行选择。

2.1.2 重复压力作用下混凝土的力学性能

2.1.2.1 重复压力作用下混凝土的力学性能

所谓的重复压应力作用是指在不出现拉应力的情况下,作用在截面的压应力经历加载、卸载和再加载过程,应力路径只位于受压象限内。对应地,所谓的反复循环应力作用是指截面上

存在拉应力和压应力的交替变化,应力路径占据全部 4 个象限。在重复压应力作用下,混凝土的刚度和强度都会出现一定程度的衰减,尤其当压应力水平高于 $0.6f_c$ 时,衰减幅度更加明显,具体的力学性能特点如下(图 2.4)。

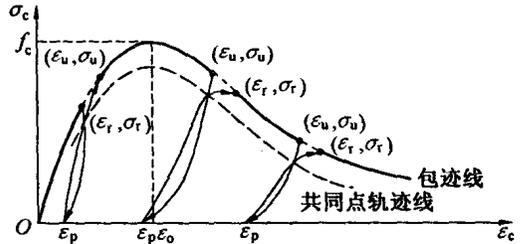


图 2.4 重复压力作用下混凝土的力学性能

(1) 重复荷载作用下混凝土的抗压强度、弹性模量、峰值应变与单调荷载下的没有显著差异,最大的偏差在 15% 左右。因而,在多数情况下,可以采用单调荷载作用下得到的混凝土应力应变关系曲线作为重复荷载作用下应力应变曲线的包迹线。

(2) 对于每个循环,都会形成一个滞回曲线,每条滞回曲线的面积等于在这一循环内所耗散的能量。

(3) 随着卸载点处应变的增大,卸载点处的初始刚度逐渐降低。在卸载路径上,卸载刚度(卸载曲线的切向斜率)也随着应变的减小而减小。

(4) 共同点轨迹线。共同点轨迹线是指在包迹线上的任一点卸载后再加载,加、卸载应力应变曲线的交点的连线,该轨迹相应数值与包迹线的比值在 0.86 ~ 0.93 之间变化。当应力 - 应变过程超过此轨迹时,混凝土产生新的损伤。

(5) 稳定点轨迹线。在预定应变值下经过多次加卸载后,混凝土的应力不再下降,残余应变不再增大,应力 - 应变曲线形成一个稳定的闭合环,即为稳定点。将各次循环所得的稳定点依次以光滑曲线相连,即得到稳定点轨迹线。该轨迹线相应数值与包迹线的比值在 0.70 ~ 0.80 之间变化。它实际上就是混凝土低周疲劳的极限包线。

2.1.2.2 卸载和再加载关系曲线

结合试验研究结果,清华大学过镇海等人给出了图 2.4 中所示的卸载和再加载曲线数学表达式。

1. 卸载曲线

$$\frac{\sigma}{\sigma_u} = \left(\frac{\epsilon - \epsilon_p}{\epsilon_u - \epsilon_p} \right)^n \quad (2.11)$$

$$n = 1 + 0.7 \left(\frac{\epsilon_u}{\epsilon_0} \right) \quad (2.12)$$

2. 再加载曲线

$$\frac{\sigma}{\sigma_r} = \left(\frac{\epsilon - \epsilon_p}{\epsilon_r - \epsilon_p} \right)^{0.9} \quad \epsilon_r \leq \epsilon_0 \quad (2.13a)$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_r} = \left(\frac{\epsilon - \epsilon_p}{\epsilon_r - \epsilon_p} \right)^{1.4} \left[1 + 0.6 \sin \pi \left(\frac{\epsilon - \epsilon_p}{\epsilon_r - \epsilon_p} \right) \right] \quad \epsilon_r > \epsilon_0 \quad (2.13b)$$

式中, ϵ_u, ϵ_r 分别是卸载时的应变和再加载后与包迹线重合处的应变; σ_u, σ_r 分别是卸载时的应力和再加载后与包迹线重合处的应力; ϵ_0, ϵ_p 分别是包迹线峰值应力对应的应变和卸载至应力为零时的残余应变。

2.1.3 单调单轴受拉力学性能

混凝土的抗拉强度和变形也是其最基本的力学性能之一。它既是研究混凝土强度理论和

破坏机理的一个重要组成部分,又直接影响钢筋混凝土结构的开裂变形反应。研究混凝土受拉应力 - 应变关系,有利于更加全面、深入地揭示混凝土受拉变形和破坏过程中的特点,为混凝土结构受力全过程的准确分析提供了必要的本构关系。

2.1.3.1 力学性能

混凝土的抗拉强度分为中心受拉、劈拉和抗折强度三种。由于混凝土材料的几何中心和物理中心的偏差,中心受拉较难实现,一般是通过试验来测定混凝土的劈拉和抗折强度。三者之间的强度不完全相同,可以通过一定的关系进行相互换算。但是,为了获得混凝土的受拉应力 - 应变曲线,就必须采用中心受拉试验。

试件开始受拉后,直到最大应力的 40% ~ 60% 左右,混凝土的应力和变形按比例增大,处于弹性阶段。此后,混凝土出现少量塑性变形,应力 - 应变关系曲线呈现微凸,斜率减小。当达到极限抗拉强度后,试件的承载力出现陡降,并伴随着横向裂缝的出现。这些裂缝迅速延伸、扩展,最终贯穿全截面,从而导致构件断裂。

2.1.3.2 轴心受拉本构关系

描述混凝土轴心受拉的本构关系时,存在应力 - 应变曲线和应力 - 应变 - 裂缝宽度曲线两种形式。

1. 应力 - 应变曲线

在这一类曲线中,有单直线下降式(Hiberborg)、多段下降式(Kang 和 Lin)和指数下降式(江见鲸),分别如图 2.5 中(a)、(b)和(c)所示,图中 ϵ_{10} 和 ϵ_{1u} 分别为混凝土的峰值拉应变和极限拉应变。

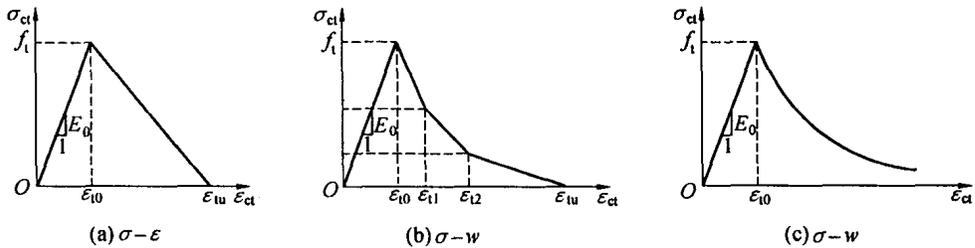


图 2.5 单直线下降式、多段下降式和指数下降式混凝土轴拉关系

2. 应力 - 应变 - 裂缝宽度曲线($\sigma - \epsilon$ 和 $\sigma - w$ 曲线)

欧洲的混凝土模式规范(MC - 90),建议了基于应变和裂缝宽度两种条件的混凝土受拉本构关系,如图 2.6 所示。

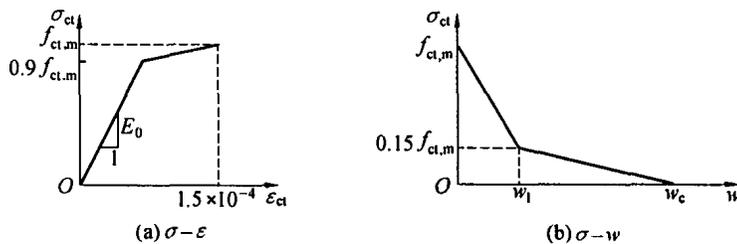


图 2.6 混凝土单轴受拉本构关系(MC - 90)

在混凝土受拉的上升段范围内以应力 - 应变关系来描述。

$$\sigma_{ct} = E_c \epsilon_{ct} \quad \sigma_{ct} \leq 0.9 f_{ct,m} \quad (2.14a)$$