学考指要丛书

XUEKAO ZHIYAO CONGSHU

学士版

本章综述 释疑解难 典型例题 习题精解

概率论与数理统计

学考指要

杨 萍 田玉敏 汪志宏 编

西北工业大学出版社

概率论与数理统计学考指要

杨　萍　田玉敏　汪志宏　编

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书与盛骤等编写的《概率论与数理统计》(高等教育出版社,第三版)配套,共八章,每章四个板块:本章综述、释疑解难、典型例题和习题精解,书后附有概率论与数理统计部分的选做习题及解答,旨在帮助读者掌握解题思路及方法,起到以题促学、举一反三、融会贯通之效.

本书可作为学习《概率论和数理统计》的参考书,也可作为报考研究生的考生及工程技术人员的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计学考指要/杨萍,田玉敏,汪志宏编.—西安:西北工业大学出版社,2006.9

(学考指要丛书)

ISBN 7-5612-2129-0

Ⅰ.概… Ⅱ.①杨…②田…③汪… Ⅲ.①概率论—高等学校—教学参考资料②数理统计—高等学校—教学参考资料 Ⅳ.O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第108376号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路127号 **邮编**:710072

电　　话:(029)88493844　　88491757

网　　址:www.nwpup.com

印 刷 者:西安东江印务有限公司

开　　本:787 mm×960 mm　1/16

印　　张:16.375

字　　数:439千字

版　　次:2006年9月第1版　　2006年9月第1次印刷

印　　数:1～6 000册

定　　价:22.00元

前　　言

本书紧密围绕理工科各专业的培养目标和特点，按照教育部最新制定的“概率论与数理统计”大纲，着重对概率论与数理统计的基本知识进行了全面的叙述，阐述和解释了那些重点、难点及易混淆的知识点，分析各种题型的解题方法及技巧，以培养学生的学习、解题能力，因此本书适用于在校大学生和自学该课程的人员.

本书除具有基本知识点全面、阐述解释清楚易懂等特点外，还具有以下特色：

(1)对学习中易混淆和被忽略的问题进行清楚明了的解释说明.

(2)注重解题思路及技巧的培养，对各种题型的解题思路及技巧重点分析，还对每一类型题目进行总结、归纳、评注，注意一题多种解法，这样有利于读者举一反三，扩大知识面，更全面地掌握所学知识.

(3)着眼于读者的实际需要，对盛骤等编写的《概率论与数理统计》练习题给出较详细的解答，有助于读者更好地发现和解决自己学习及解题中遇到的问题.

本书收集的例题、习题均是选自近几年通行教材和流行辅导书上的例题、习题，时效性强.本书由杨萍、田玉敏、汪志宏执笔编写，由汪志宏统稿汇总而成.

由于作者水平有限，书中难免有疏漏及错误之处，敬请读者及同行批评指正.

编　者

2006 年 6 月

目　录

第 1 章
随机事件及其概率

1.1 本章综述

1　随机试验、随机事件

(1)随机试验. 若某试验具有 3 个特点:可以在相同的条件下重复进行;每次试验结果不一定相同;在试验之前不知道会出现哪种结果. 将该试验称为随机试验,用 E 表示.

(2)样本空间和样本点. 随机试验 E 的所有可能的结果组成的集合称为 E 的样本空间;样本空间的元素,即 E 的每个结果,称为样本点.

(3)随机事件.

1)事件. 试验 E 的样本空间 S 的子集称为 E 的随机事件,简称事件. 严格来说,只有当 S 是由有限个元素或由可列无限个元素组成时,每个子集才是一个事件. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称这一事件发生.

2)基本事件. 由一个样本点组成的单点集,称为基本事件. 例如以“正面”“反面”表示抛掷一枚硬币试验的结果,则有两个基本事件{正面}和{反面}.

3)必然事件和不可能事件. 样本空间 S 包含所有的样本点,它是自身的子集. 在每次试验中它总是发生的,称为必然事件;空集 $\varnothing$ 不包含任何样本点,它也作为样本空间的子集,它在每次试验中都不发生,称为不可能事件.

4)事件的关系和运算.

①事件 B 包含事件 A. 若 $A\subset B$,则称事件 B 包含事件 A,这指的是事件 A 发生必导致事件 B 发生.

②事件 A 与事件 B 相等. 若 $A\subset B$ 且 $B\subset A$,即 $A=B$,则称事件 A 与事件 B 相等.

③和事件. 事件 $A\cup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的和事件. 当且仅当 A,B 中至少有一个发生时,事件 $A\cup B$ 发生. $A\cup B$ 有时又记为 $A+B$.

类似地,称 $\bigcup\limits_{k=1}^{n}A_k$ 为 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和事件;称 $\bigcup\limits_{k=1}^{\infty}A_k$ 为可列事件 $A_1,A_2,\cdots$ 的和事件.

④积事件. 事件 $A\cap B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\in B\}$ 称为事件 A 与 B 的积事件. 当且仅当 A,B 同时发生时,事件 $A\cap B$ 发生. $A\cap B$ 有时又记为 AB.

类似地,称 $\bigcap\limits_{k=1}^{n}A_k$ 为 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积事件;称 $\bigcap\limits_{k=1}^{\infty}A_k$ 为可列个事件 $A_1,A_2,\cdots$ 的积事件.

⑤差事件. 事件 $A-B=\{x|x\in A$ 且 $x\notin B\}$ 称为事件 A 与 B 的差事件. 当且仅当 A 发生、B 不发生时事件 $A-B$ 发生,所以 $A-B=A\overline{B}$.

⑥互不相容事件. 若 $A\cap B=\varnothing$,则称事件 A 与 B 是互不相容的,或互斥的. 这指的是事件 A 与事件 B 不能同时发生.

⑦互为逆事件. 若 $A\cup B=S$ 且 $A\cap B=\varnothing$,则称事件 A 与事件 B 互为逆事件. 又称事件 A 与事件 B 为对立事件. 这指的是对每次试验而言,事件 A,B 中必有一个发生,且仅有一个发生. A 的对立事件记为 $\overline{A}$,并且 $\overline{A}=S-A$.

(4)事件的运算规则. 常见的有以下 4 大运算规则:

1)交换律:$A\cup B=B\cup A, A\cap B=B\cap A$;

2)结合律:$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C, A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$;

3)分配律:$A\cup B(\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C), A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$;

4)德·摩根律:$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}, \overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

2 概率的定义及性质

(1)概率的严格定义. 设 E 是随机试验,S 是它的样本空间. 对于 E 的每一事件 A 赋于一个实数,记为 $P(A)$,称为事件 A 的概率,如果集合函数 $P(\cdot)$ 满足下列条件:

1)对于每一个事件 A,有 $P(A)\geqslant 0$;

2)$P(S)=1$;

3)设 $A_1,A_2,\cdots$ 是两两互不相容的事件,即对于 $i\neq j, A_iA_j=\varnothing(i,j=1,2,\cdots)$,则有 $P(A_1\cup A_2\cup\cdots)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots$.

以上 3 个条件可以作为公理直接引用,概率的许多性质就是由它们推导而来的.

(2)概率具有下述基本性质.

1)$P(\varnothing)=0, P(S)=1$;

2)若 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是两两互不相容的事件,则有 $P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$;

3)设 $A_1,A_2,\cdots$ 是两两互不相容的事件,即对于 $i\neq j, A_iA_j=\varnothing(i,j=1,2,\cdots)$,则有 $P(A_1\cup A_2\cup\cdots)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots$;

4)设 A,B 是两个事件,若 $A\subset B$,则有 $P(B-A)=P(B)-P(A), P(B)\geqslant P(A)$;

5)对于任一事件 A, $0\leqslant P(A)\leqslant 1$;

6)对于任一事件 A,有 $P(\overline{A})=1-P(A)$;

7)对于任意两事件 A,B,有 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

3 古典概型

(1)古典概率公式. 设随机试验 E 的样本空间 $S=\{e_1,e_2,\cdots,e_n\}$,并且每个基本事件发生的可能性相同. 对于任意事件 A,若 A 包含有基本事件数为 m,则事件 A 出现的概率为

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{A\text{中包含的基本事件数}}{S\text{中基本事件的总数}}$$

(2)样本空间的选取原则. 解决古典概型的问题最首先和最主要的是选取适当的样本空间,而样本空间的选取应注意以下 3 个原则:

1)样本空间的基本事件数必须是有限的;

2)样本空间的基本事件发生是等可能的;

3)问题里要求求其概率的事件必须是样本空间的子集.

4　条件概率

(1)条件概率的定义. 设 A,B 是两个事件,且 $P(A)>0$,称 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$ 为在事件 A 发生的条件下事件 B 发生的条件概率. 类似设 A,B 是两个事件,且 $P(B)>0$,称 $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$ 为在事件 B 发生的条件下事件 A 发生的条件概率.

条件概率也是概率,概率的相关公式、定理同样适用于条件概率,如对任意事件 A,B,C,且 $P(C)>0$,则 $P(A\cup B|C)=P(A|C)+P(B|C)-P(AB|C)$.

(2)有关条件概率的计算. 已知事件 A 与事件 B 都是样本空间的子集,求 $P(B|A)$ 可以用以下两种方法:

1)在增加了条件 A 后缩减的样本空间 S_A 中,事件 B 中基本事件数同 S_A 中的基本事件数之比就是 $P(B|A)$;

2)在样本空间为 S 的情况下,直接利用公式 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$ 来计算.

(3)乘法定理.

1)两事件的乘法定理. 设 $P(A)>0$,则有 $P(AB)=P(B|A)P(A)$.

2)多事件的乘法定理. 一般地,设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为 n 个事件,$n\geqslant 2$,且 $P(A_1A_2\cdots A_{n-1})>0$,则有

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1})P(A_{n-1}|A_1A_2\cdots A_{n-2})\cdots P(A_2|A_1)P(A_1)$$

5　全概率公式

(1)样本空间的划分. 设 S 为试验 E 的样本空间,$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为 E 的一组事件. 若①$B_iB_j=\varnothing,i\neq j$ $(i,j=1,2,\cdots,n)$;②$B_1\cup B_2\cup\cdots\cup B_n=S$. 则称 $B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为样本空间 S 的一个划分,也称它们为一个完备事件组.

(2)全概率公式. 设试验 E 的样本空间为 $S,A,B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为 E 的事件,$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为 S 的一个划分,且 $P(B_i)>0(i=1,2,\cdots,n)$,则

$$P(A)=P(A|B_1)P(B_1)+P(A|B_2)P(B_2)+\cdots+P(A|B_n)P(B_n)$$

6　贝叶斯公式

(1)贝叶斯公式. 设试验 E 的样本空间为 $S,A,B_1,B_2,\cdots B_n$ 为 E 的事件,$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为 S 的一个划分,

且 $P(B_i)>0(i=1,2,\cdots,n)$，$P(A)>0$，则

$$P(B_i \mid A)=\frac{P(A \mid B_i)P(B_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(A \mid B_j)P(B_j)}, \quad i=1,2,\cdots,n$$

(2)先验概率与后验概率. 在全概率公式中，对事件 A 存在 n 个相斥且完备的假定 $H_1,H_2,\cdots,H_n$，它们是样本空间的一个划分，其概率分别为 $P(H_1),P(H_2),\cdots,P(H_n)$，这些概率不依赖于事件 A，它们是在试验前按照问题来确定的. 称为试验前的假定概率，简称先验概率. 这些概率总和为 1，即 $\sum_{i=1}^{n} P(H)_i=1$.

若事件 A 出现了，考虑在事件 A 出现的条件下，各个假定 $H_1,H_2,\cdots,H_n$ 的条件概率 $P(H_1|A)$，$P(H_2|A),\cdots,P(H_n|A)$，这些概率称为试验后的假定概率，简称后验概率.

7 相互独立的事件

(1)两事件相互独立. 设 A,B 是两事件，如果具有等式 $P(AB)=P(A)P(B)$，则称 A,B 为相互独立的事件.

(2)三事件两两相互独立. 设 A,B,C 是三事件，如果具有等式 $P(AB)=P(A)P(B)$，$P(BC)=P(B)P(C)$，$P(AC)=P(A)P(C)$，则称 A,B,C 为两两相互独立的事件.

(3)三事件相互独立. 设 A,B,C 是三事件，如果具有等式 $P(AB)=P(A)P(B)$，$P(BC)=P(B)P(C)$，$P(AC)=P(A)P(C)$，$P(ABC)=P(A)P(B)P(C)$，则称 A,B,C 为相互独立的事件.

(4)多事件相互独立. 一般地，设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是 n 个事件，如果对于任意 $k(1<k\leqslant n)$，任意 $1\leqslant i_1<i_2<\cdots<i_k\leqslant n$，具有等式 $P(A_{i1}A_{i2}\cdots A_{ik})=P(A_{i1})P(A_{i2})\cdots P(A_{ik})$，则称 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为相互独立的事件.

(5)相关定理.

1)若事件 A 与事件 B 相互独立，则 A 与 $\overline{B}$，$\overline{A}$ 与 B，$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也相互独立；

2)若 $P(A)>0,P(B)>0$，则 A,B 相互独立与 A,B 互不相容不能同时成立.

1.2 释疑解难

问题 1.1 区分确定性现象与随机现象、确定性现象与必然事件

【指点迷津】在自然界和人类社会发生的现象多种多样，形形色色. 一种是在一定条件下一定发生的现象，称为确定性现象. 如在标准状态下水在 100 ℃时就沸腾. 另一种是在个别试验中其结果呈现不确定性，在大量重复试验中其结果又有统计规律性的现象，称为随机现象. 如投掷一枚硬币，可能出现正面，也可能出现反面，在投掷前不能断定结果，然而多次投掷出现正面的可能性会接近 1/2. 概率论与数理统计的研究对象是后者.

通过研究随机试验来研究随机现象. 设某一随机试验的样本空间为 S，S 包含所有的样本点，它是自身的子集，在每次试验中总发生，称 S 为必然事件. $P(S)=1$ 必然事件属于随机现象的范畴，它很明显不同于确定

性现象，不要因为其在每一次试验中均发生就将它与确定性现象混淆.

问题 1.2　怎样理解互斥事件和互逆事件？

【指点迷津】已知试验 E 的样本空间为 S，事件 $A,B\subset S$，若 $AB=\varnothing$，则称事件 A 与 B 为不相容或互斥. 从"事件是由一些试验结果所构成的样本点的集合"这个观点看，互斥事件是指构成这两个事件的各自试验结果中不能有公共的样本点.

若给定一个事件 $A\subset B$，则"A 不发生"这个事件，称为 A 的对立事件，记为 $\overline{A}$. A 和 $\overline{A}$ 称为互逆事件或对立事件.

很显然，互逆事件是互斥事件的一种特殊情况. 例如，掷一枚骰子，事件"出现 2 点"和事件"出现 3 点"互斥；事件"出现点数不小于 2"和事件"出现点数小于 2"互逆，同时这两个事件也是互斥的.

互斥事件和互逆事件有明显的区别：当样本空间划分为含有待考察的两个事件在内的多个事件时，这两个事件才可能互斥；当样本空间仅划分为待考察的两个事件时，这两个事件才是互逆. 某一次试验中，互斥事件可以都不发生，而互逆事件有且仅有一个事件发生. 若事件 A 与事件 B 互为逆事件，则 $A\cup B=S$ 且 $A\cap B=\varnothing$；而事件 A 与事件 B 互斥时，只有 $A\cap B=\varnothing$，而 $A\cup B$ 一般不等于 S.

问题 1.3　表达和区分"A 发生""A 不发生""A,B 都发生""A 发生 B 不发生"等简单事件

【指点迷津】较复杂事件是由简单事件所构成，因此正确表达常见的简单事件是学习概率论的基本要求. 已知试验的样本空间为 S，事件 $A,B\subset S$，以下列出一些常见的简单事件：

"A 发生"用符号表示为 A，"A 不发生"用符号表示为 $\overline{A}$；

"A,B 都发生"用符号表示为 AB；

"A 发生 B 不发生"用符号表示为 $A\overline{B}$或 $A-B$，也可用 $A-AB$ 表示；

"A 不发生 B 发生"用符号表示为 $\overline{A}B$ 或 $B-A$，也可用 $B-AB$ 表示.

问题 1.4　表达和区分"仅有几个发生""恰有几个发生""至少有几个发生""不少于几个发生""至多有几个发生""不多于几个发生"等事件

【指点迷津】在概率论中，事件间的关系与事件的运算按集合之间的关系和集合的运算来处理，而集合之间的关系和集合的运算我们已经非常熟悉. 正确理解集合之间的关系运算在概率论中的含义，将这类较复杂事件正确表达出来，是本章要求我们掌握的重点之一.

"仅有"即"恰好有"；"至少"即"不少于"，相当于"大于等于"；"至多"即"不多于"，相当于"小于等于". 为了叙述方便，以下举例说明：

例如：已知试验 E 的样本空间为 S，事件 $A,B,C\subset S$.

"A,B,C 仅有一个发生"表示"A 发生，B 和 C 不发生；或者 B 发生，A 和 C 不发生；或者 C 发生，A 和 B 不发生". 用符号表达就是 $A\overline{B}\overline{C}\cup B\overline{A}\overline{C}\cup C\overline{A}\overline{B}$；

"A,B,C 中至少有一个发生"，可叙述为"A,B,C 不多于一个不发生，或 A,B,C 至多有两个不发生"，即

“仅一个事件发生或仅两个事件发生或 3 个事件都发生”，用符号表达为 $A\cup B\cup C$ 或 $A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}C\cup AB\bar{C}\cup A\bar{B}C\cup\bar{A}BC\cup ABC$；

“A,B,C 中至少有两个发生”，可叙述为“A,B,C 不少于两个发生，或 A,B,C 至多有一个不发生”，即“仅两个事件发生或 3 个事件都发生”，用符号表达为 $AB\bar{C}\cup A\bar{B}C\cup\bar{A}BC\cup ABC$ 或 $AB\cup BC\cup AC$；

“A,B,C 不多于一个发生”，可叙述为“A,B,C 至多有一个发生，或 A,B,C 至多有两个不发生”，即“仅一个发生或都不发生”，可用符号表达为 $A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}\bar{C}$.

另外，除了以上表达方式，较复杂的事件有时还可以用对立事件或差事件来表达. 显然，“A,B,C 至少有两个发生”和“A,B,C 不多于一个发生”为互逆事件，因而该事件除了可以表达为 $AB\bar{C}\cup A\bar{B}C\cup\bar{A}BC\cup ABC$ 或 $AB\cup BC\cup AC$ 以外，还可以利用对立事件表达为$\overline{\bar{A}\bar{B}C\cup\bar{A}B\bar{C}\cup A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}\bar{C}}$；再如，事件“$A$ 发生，B,C 不发生”可表达为 $A\bar{B}\bar{C}$，还可用差事件表达为 $A-B-C$.

问题 1.5　取球问题的放回抽样与不放回抽样

【指点迷津】取球问题的放回抽样与不放回抽样主要是针对两次或多次取球来说的. 在解决古典概型的取球问题时，针对于放回抽样和不放回抽样，同一事件发生的概率一定不同.

例　袋中有 3 只白球，5 只红球，从中取球 3 次，分别考虑放回抽样与不放回抽样，求取到 3 只都是白球的概率.

解　(1)放回抽样：设事件 A 为“取到 3 只都是白球”. 要完成事件 A，第 1 次取球是从 3 只白球中取 1 只白球，有 C_3^1 种取法；放回后，第 2 次取球也是从 3 只白球中取 1 只白球，有 C_3^1 种取法；同样，第 3 次取球有 C_3^1 种取法. 事件中基本事件数为$(C_3^1)^3$，类似样本空间基本事件数为$(C_8^1)^3$，因此有

$$P(A)=\frac{(C_3^1)^3}{(C_8^1)^3}=\frac{27}{512}$$

(2)不放回抽样：设事件 A 为“取到 3 只都是白球”. 要完成事件 A，第 1 次取球是从 3 只白球中取 1 只白球，有 C_3^1 种取法；不放回，第 2 次取球是从 2 只白球中取 1 只白球，有 C_2^1 种取法；同样可得第 3 次取球有 C_1^1 种取法. 事件 A 中基本事件数为 $C_3^1C_2^1C_1^1$，类似样本空间基本事件数为 $C_8^1C_7^1C_6^1$，因此有

$$P(A)=\frac{C_3^1C_2^1C_1^1}{C_8^1C_7^1C_6^1}=\frac{1}{56}$$

从上例可以看出，放回抽样和不放回抽样确实存在较大的区别，在解决这类具体问题时一定要区分是哪类抽样，否则只会得出错误的结果.

问题 1.6　一次取多个球与取多次球的关系

【指点迷津】在解决古典概型的取球问题时，一次取多个球与取多次球是容易混淆的知识点之一.“一次取 n 个球”与“多次取球，做不放回抽样，直到取到 n 个球”这两种取球方式的效果是否一致呢？以下看几个具体例子：

例 1　袋中有 3 只白球，5 只红球，从中取球 3 次，每次 1 只，做不放回抽样，求取到 3 只都是白球的概率.

解　设事件 A 为“取到 3 只都是白球”，则

$$P(A)=\frac{C_3^1C_2^1C_1^1}{C_8^1C_7^1C_6^1}=\frac{1}{56}$$

例 2　袋中有 3 只白球，5 只红球，先从中取球 1 只，做不放回抽样，再从中取球 2 只，求取到 3 只都是白球的概率.

解　设事件 A 为“取到 3 只都是白球”. 要完成事件 A，第 1 次取球是从 3 只白球中取 1 只白球，有 C_3^1 种取法；不放回，第 2 次取球是从 2 只白球中取 2 只白球，有 C_2^2 种取法. 事件 A 中基本事件数为 $C_3^1C_2^2$，类似样本空间基本事件数为 $C_8^1C_7^2$，因此有

$$P(A)=\frac{C_3^1C_2^2}{C_8^1C_7^2}=\frac{1}{56}$$

例 3　袋中有 3 只白球，5 只红球，先从中取球 2 只，做不放回抽样，再从中取球 1 只，求取到 3 只都是白球的概率.

解　设事件 A 为“取到 3 只都是白球”. 要完成事件 A，第 1 次取球是从 3 只白球中取 2 只白球，有 C_3^2 种取法；不放回，第 2 次取球是从剩下的 1 只白球中取 1 只白球，有 C_1^1 种取法. 事件 A 中基本事件数为 $C_3^2C_1^1$，类似样本空间基本事件数为 $C_8^2C_6^1$，因此有

$$P(A)=\frac{C_3^2C_1^1}{C_8^2C_6^1}=\frac{1}{56}$$

例 4　袋中有 3 只白球，5 只红球，从中一次取球 3 只，求取到 3 只都是白球的概率.

解　设事件 A 为“取到 3 只都是白球”. 要完成事件 A，从 3 只白球中取 3 只白球，有 C_3^3 种取法，事件 A 中基本事件数为 C_3^3. 从 8 只球中取 3 只球，有 C_8^3 种取法，样本空间中基本事件数为 C_8^3，因此有

$$P(A)=\frac{C_3^3}{C_8^3}=\frac{1}{56}$$

从上面 4 个具体例子可以看出，“一次取 3 个球”与“多次取球，做不放回抽样，直到取到 3 个球”这两种取球方式的效果是一致的；类似地，“一次取 n 个球”与“多次取球，做不放回抽样，每次取球数不限，直到取到 n 个球”这两种取球方式的效果也是一致的.

问题 1.7　样本空间的选取是否唯一

【指点迷津】许多情况下，解决古典概型问题有多种不同的方法，这往往是由样本空间的不同构造引起的，也就是由样本空间内基本事件确定的不同而引起的.

例　某次掷两颗骰子，求出现的点数和为偶数的概率.

解法 1　取样本空间 $S=\{(奇奇),(奇偶),(偶奇),(偶偶)\}$，$A=\{(奇奇),(偶偶)\}$. 则 $P(A)=\frac{1}{4}\times 2=\frac{1}{2}$.

解法 2　取样本空间 $S=\{(点数和为奇),(点数和为偶)\}$，$A=\{点数和为偶\}$. 则 $P(A)=\frac{1}{2}$.

解法 3　若基本事件为 $i,j(i,j=1,2,\cdots,6)$. 样本空间基本事件总数为 $6\times 6=36$；事件 A 基本事件数