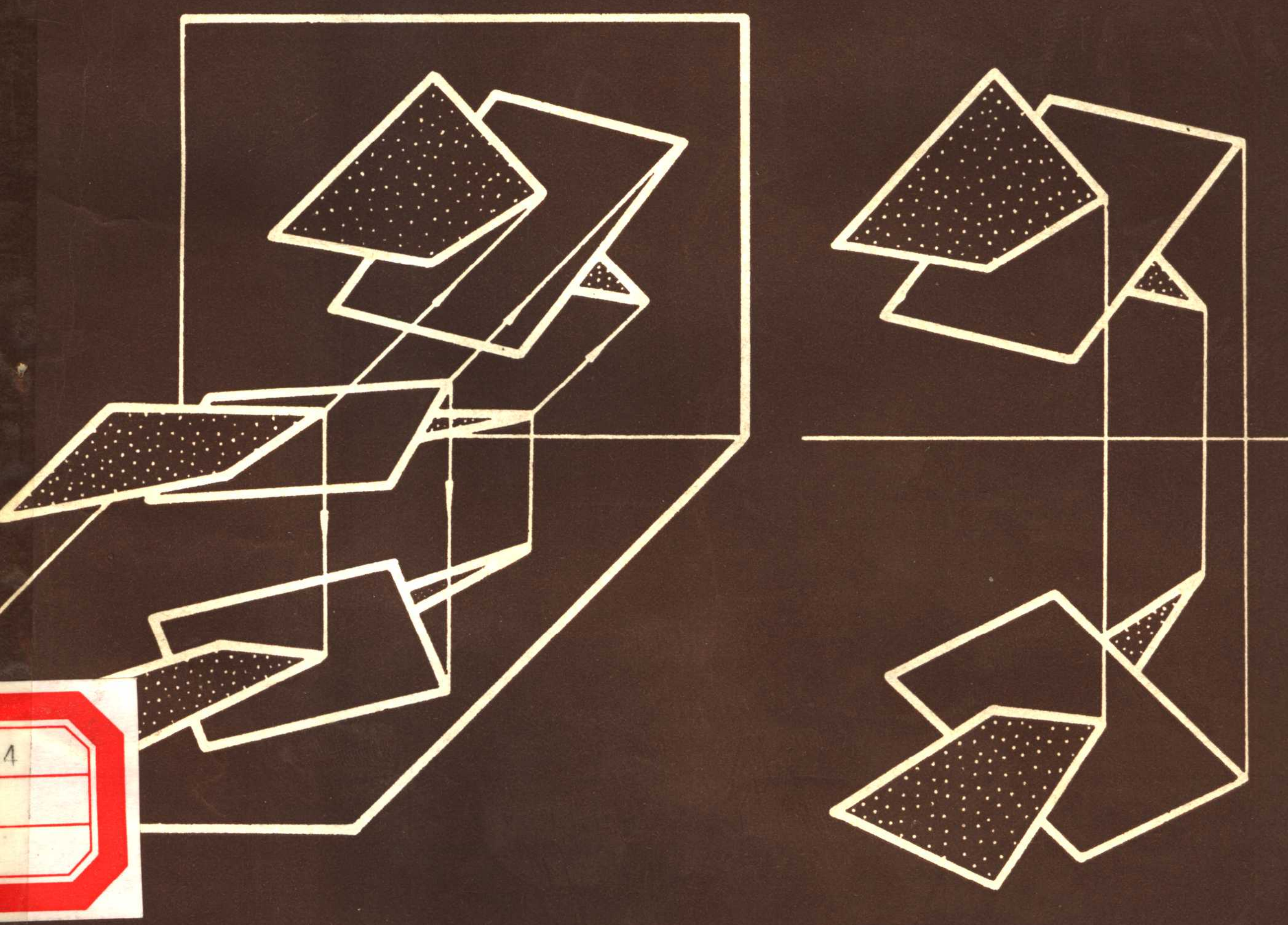
画法几何学

王嘉章 主编



西南交通大学出版社

画 法 几 何 学

王嘉章 主编

西南交通大学出版社

画法几何学
HUAFA JIHEXUE
王嘉章 主编
*
西南交通大学出版社出版
（四川 峨眉）
四川省新华书店发行
西南交通大学出版社印刷厂印刷
*
开本：787×1092 1/16 印张：12.25
字数：308千字 印数：3001－4900册
1986年8月第一版 1988年11月第二次印刷
ISBN 7—81022—084—5/O 016
定价：2.85元

前　　言

为了适应我国建设社会主义四个现代化，培养能创造性地解决各种技术问题的工程技术人员，我们在总结历年教学经验的基础上，根据教育部画法几何及工程制图教材编审委员会1984年教材会议的精神，为适应教育体制改革和三个面向的新形势，对本课程的要求经过多次讨论研究，共同协作编写成本书。

本书主要作为高等院校、职工大学机械类各专业的教材，也可作为工程技术人员的参考书。

本书具有以下几个特点：

1. 在理论上保持系统性，并贯彻循序渐进的原则，便于自学。
2. 重视理论与实际相结合，加强了基本原理、基本作图和空间分析的说理过程，培养空间思维能力。
3. 加强了形体分析和投影分析与制图教学密切联系。
4. 变换投影画法作为基本解题手段，贯彻全书始终，以一题多解的方式扩广思路。

与本书配套使用的有一本《画法几何习题集》。

本书由西南交通大学王嘉章主编。参加这次编写工作的有：华东交通大学顾乃铭（第二章）、黎光庭（第三章），北方交通大学张双斋（第六章）、周仙芳（第九章），长沙铁道学院艾运钧（第七、八章），兰州铁道学院陈天麒（第十章），大连铁道学院黄玉娟（第十一章），西南交通大学王嘉章（绪论、第一、四、五章）。

本书由北方交通大学巩永龄主审。

本书在编写过程中得到西南交通大学机械制图教研室同志们的帮助和支持，杜宏明同志为本书作了大量绘图工作，在此表示衷心的感谢。

由于时间较紧，又限于我们的水平，书中不足之处，请使用本书的师生和有关同志批评指正。

编　者

一九八五年十二月

目　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

绪　　论

§1　画法几何的任务

画法几何和工程制图是高等工业学校重要的基础技术课。

画法几何象几何学的其它领域一样，它是经过人们在长期生产实践中逐步产生和发展而形成的一个专门知识领域。画法几何主要研究空间几何形体的表达方法以及空间几何元素间定位及量度等问题。具体来说，画法几何的基本任务是：

1. 研究工程实体的图示法（即绘图）以及由图样确定空间物体形状的基本方法（即读图）。
2. 研究空间几何问题的图解法。
3. 培养和发展空间思维能力。

图示法、图解法和空间思维能力是每一个工程技术人员在创造性地从事技术工作中都必需具备的。

画法几何是以投影法为基础的，因此，必须掌握有关投影法的基本知识。

§2　投　影　法

我们注意到这样一个事实，把一块三角板（$\triangle ABC$）放在灯（S）与桌面（H）之间（图 1），在灯光的照射下，就可以在桌面上见到一个三角形的影（$\triangle abc$）。如果把三角板（$\triangle ABC$）放在日光之下（这相当于把灯移到无穷远处），同样，在桌面上投下一个三角形的影（$\triangle abc$），如图 2 所示。

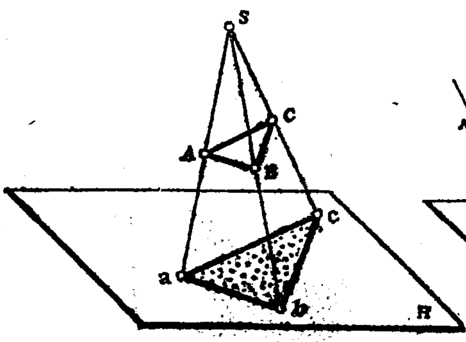
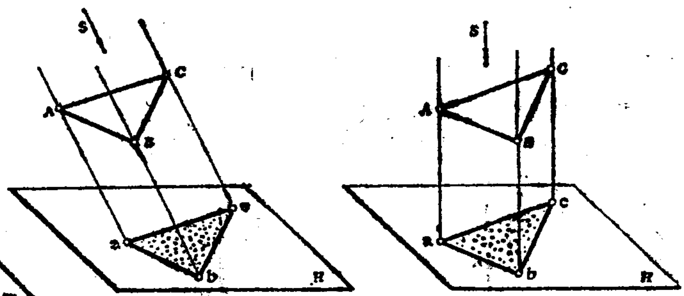


图　1



(a)　　(b)

图　2

这种把空间物体的形象在平面上表示出来的方法，称为投影法。

从几何角度来看，如图 1 所示，灯（S）看作定点，称为**投影中心**，桌面（H）称为**投影面**。

以一点（如点 A）为例，过点 A 引一光线（$\overline{SA}$）使与投影面（H）相交，**交点 a 就是 A 在 H 面上的投影**。被投影的点称为**空间点**，通过空间点的光线（$\overline{SA}$）称为**投射线**。空间一点的投影就是过该点的投射线与投影面的交点。

投射线和投影面称为**投影条件**。

空间任何点（或其它几何元素），在一定投影条件下，按照上述方法求作其投影的过程，称为**投影法**。

一、投影法种类

投影法通常分为两类：中心投影法和平行投影法。

1. 中心投影法

当所有的投射线都从空间一个定点（投影中心 S）引出，所得到的投影，称为中心投影；这种投射线都通过投影中心的投影法，称为中心投影法，如图 1 所示。

2. 平行投影法

如果将图 1 中的投影中心 S 移到无穷远处时，所有投射线（SA，SB，SC）都相互平行，即有同一的投射方向 $\vec{S}$，这样所得到的投影称为平行投影。这种投射线都相互平行的投影法，称为平行投影法，如图 2 所示。

在平行投影法中，当投射方向 $\vec{S}$ 倾斜于投影面时，称为**斜投影法**（图 2a），所得到的投影称为**斜投影**。

当投射方向 $\vec{S}$ 垂直于投影面时，称为正投影法，（图 2b），所得到的投影称为**正投影**。

机械工程上所用的图样，主要是按照正投影法绘制的，今后如不加说明，皆指正投影。

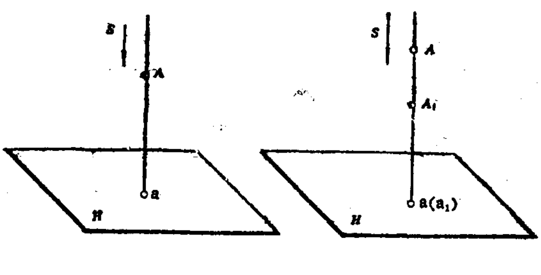
二、平行投影的几何性质

1. 在一定的投影条件下，**空间一个点具有唯一确定的投影**（图 3a），因为过该点的投射线与给定的投影面只能相交于一个点。

但是，**点的一个投影不能确定该点的空间位置**（图 3b），因为位于投射线（Sa）上的任何一个点都有同一个投影。图 3(b) 中，空间点 A，A_1 在同一投射线上，因此，在 H 面上的投影 a，a_1 重合为一个点。几个点的投影相重合，称该投影具有**重影性**。

2. 直线的投影是直线

如图 4 中，通过直线 AB 上各点的投射线构成一个投射平面 P，此投射平面 P 与投影面



(a) (b)

图 3

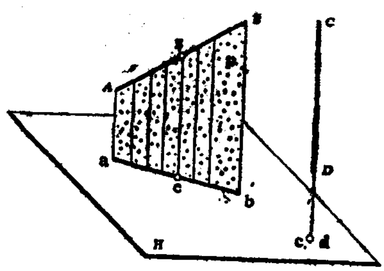


图 4

H 的交线 *ab*，即为直线 *AB* 在投影面 *H* 上的投影。两平面的交线是直线，因此，直线的投影仍是直线。

但是，当直线 *CD* 平行于投射方向时，则直线 *CD* 在 *H* 面上的投影 *cd* 积聚成一个点，这种投影性质称为**积聚性**。

3． 点在直线上，则点的投影一定在直线的投影上

如图 4 中，点 *E* 在直线 *AB* 上，则投射线 *Ee* 一定和 *Aa*，*Bb* 在同一投射平面 *P* 上，因此，点 *E* 的投影 *e* 一定在直线 *AB* 的投影 *ab* 上。

4． 空间两平行直线，其投影仍相互平行

如图 5 中，直线 *AB* 平行于直线 *CD*，它们在投影面 *H* 上的投影 *ab* 也一定平行于 *cd*。因为通过两平行直线所作的两个投射平面 *P* 和 *Q* 相互平行。从初等几何可知，两平行的平面与第三平面相交，其交线一定相互平行。

而且，**两平行线段长度之比等于两线段投影长度之比。**即 $AB:CD=ab:cd$

5． 平行于投影面的线段或平面图形，它在该投影面上的投影反映线段的实长或平面图形的实形

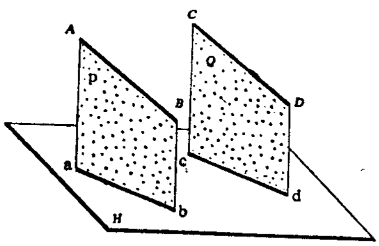


图 5

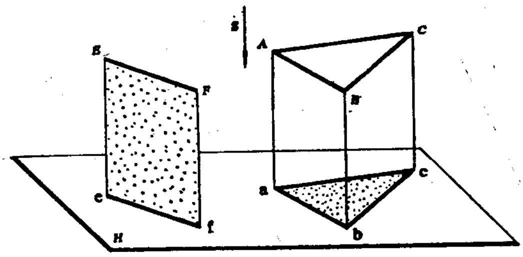


图 6

如图 6 中，由于 $\vec{S} \perp H$ 面，$EF \parallel H$ 面，则 *EFef* 是一个矩形，所以 $EF=ef$。由此可以推出，当 $\triangle ABC \parallel H$ 面时，则 $\triangle ABC$ 在 *H* 面上的投影 $\triangle abc \cong \triangle ABC$。

这种投影性质称为**实形性**。

6． 当多边形的平面图形倾斜于投影面时，它在该投影面上的投影是一个与原形边数相同的类似形。如图 7 中，平面图形 $\triangle ABC$ 倾斜于投影面 *H*，它在 *H* 面上的投影仍为 $\triangle abc$。这种投影性质称为**类似性**。

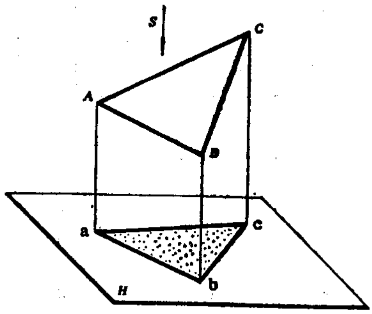


图 7

§3 机械工程中常用的两种图示法

由于对图样的要求着重点不同，因而采用不同的图示方法。在机械工程中，常用的两种图示法是：

多面正投影图（简称正投影图）和**轴测投影图**。

一、多面正投影图

我们已经知道，点的一个投影不能确定点在空间的位置，同样，物体的一个投影也不能确定物体的空间形状。

如图8中，在H面上的投影□$abcd$，它可能是空间一个长方体的投影，也可能是空间一个三角块的投影。为了确切表达形体的空间位置及形状，必须附加上某些条件。

如果把物体放置在由两个相互垂直的投影面（H、V）之间，如图9（a）或三个相互垂直的投影面（H、V、W）之间，如图10(a)。分别作出物体在这些投影面上的正投影，再按规定把各投影面摊平在一个平面（纸面）上，就得到了该物体的两面投影图（图9b）或三面投影面图（图10b）。这种图便可完全确定物体的空间形状。

由于各投影面可以无限扩大，因此，在实际作图时，可不画出表示投影面的方框，如图9(c)所示。

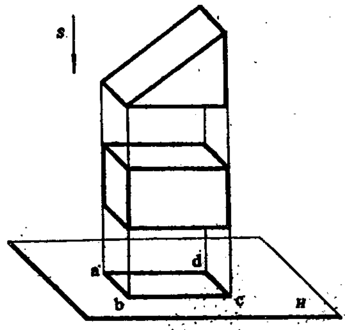
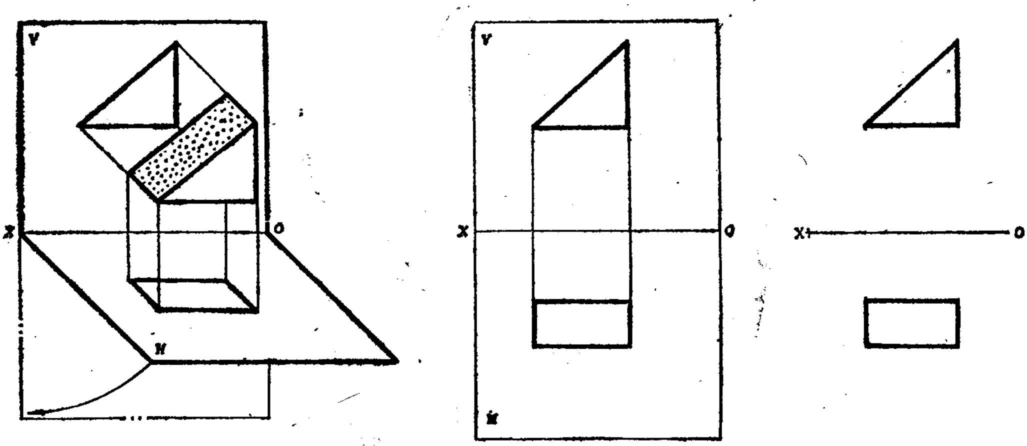


图 8



(a)　　(b)　　(c)

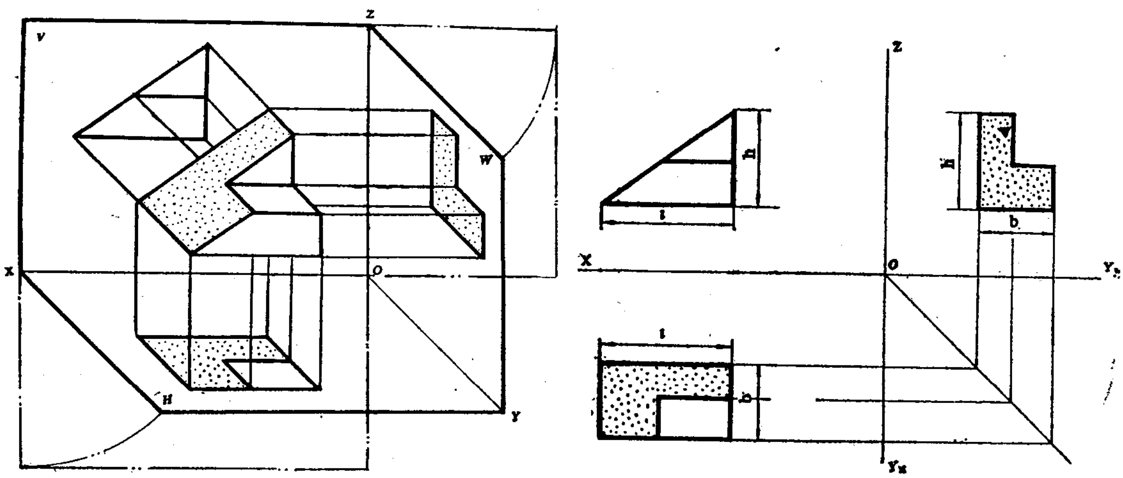
图 9

我们把物体在V面上的投影称为正面投影，在H面上的投影称为水平投影，在W面上的投影称为侧面投影。

由于物体有长、宽、高三个向度，不难看出，物体的正面投影反映了它的长和高，水平投影反映了它的长和宽，侧面投影反映了它的高和宽。因此，在物体的三面投影图中，各投影之间的关系为：

1. 正面投影和水平投影长度相等，且相互对正；
2. 正面投影和侧面投影高度相等，且相互平齐；
3. 水平投影和侧面投影宽度相等。

“正投影图”表达方法是法国科学家G. Monge（1746—1818）创立的，1790年在一项军事工程中成功地得到应用，以后推广应用于科学技术的各个方面。



(a) (b)

图 10

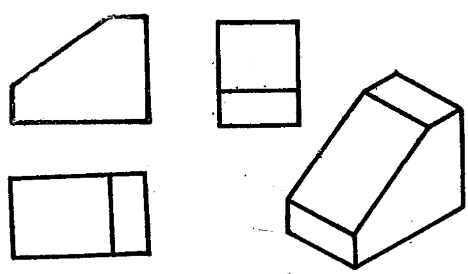
二、轴测投影图

轴测投影图是应用平行投影法（正投影法或斜投影法）将物体投射到单独一个投影面上的一种图示法。

图11(a) 表示一物体的三面投影图，图11(b) 表示该物体的轴测投影图。

由图11(b) 可以看出，轴测投影图直观性较好，但是物体的表面在轴测投影图中往往变形（如矩形变为平行四边形）。因此，它的量度性较差，而且作图较繁，因此，在工程上常作为辅助图样。

轴测投影图的内容在本书第十章论述。



(a) (b)

图 11

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章 点

§1—1 点的两面投影

一、两面体系

由于点的一个投影不能确定该点的空间位置。为了解决这个问题，我们要研究多面投影的方法。首先研究两投影面体系。

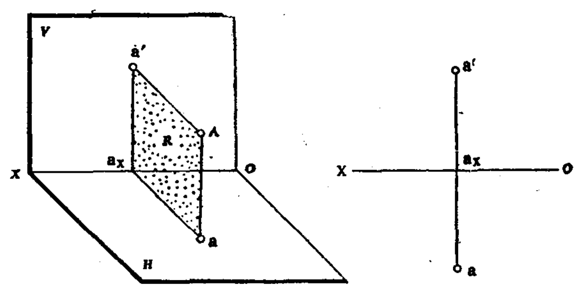
设空间有两个相互垂直的投影面（图1—1a），一个是 V 面称为正立投影面（简称 V 面），另一个是 H 面称为水平投影面（简称 H 面）。它们组成了一个两投影面体系，简称两面体系。H 面和 V 面的交线 OX 称为投影轴。

二、点的两面投影图

在两面体系中有一点 A（图1—1a）。由点 A 向 V 面作垂线，其垂足称为点 A 的正面投影，用 a' 表示；由点 A 向 H 面作垂线，其垂足称为点 A 的水平投影，用 a 表示（空间点用大写字母 A、B、C…表示；正面投影用 a'、b'、c'…表示；水平投影用 a、b、c…表示）。

由于过 a' 的垂线（投射线）和过 a 的垂线各只有一条，而且它们又只能相交于空间一个点 A。因此，有了点 A 正面投影 a' 和水平投影 a，就可以完全确定点 A 在空间的位置。

为了把两个投影画在同一平面图纸内，移去点 A，按规定：将 H 面绕 OX 轴向下旋转 $90°$，使 H 面与 V 面重合。这样，a' 和 a 就在同一平面内了，这是点 A 的两面投影图，如图1—1(b)所示。



(a) (b)

图 1—1

三、点的两面投影图特性

从图1—1中可以看出，点的两面投影图特性如下：

1. 点的两个投影的连线垂直于投影轴，即 $aa' \perp OX$。

证明 因为投射线 Aa 和 Aa' 构成了一个平面 R（图1—1a），显然，平面 $R \perp OX$，垂足为 a_X；平面 $R \perp V$ 面，交线为 $a'a_X$，平面 $R \perp H$ 面，交线为 aa_X，三平面（V、H、R）相互垂直，所以交线 OX、$a'a_X$ 和 aa_X 也相互垂直，即 $a'a_X \perp OX$，$aa_X \perp OX$，当 a 随同 H 面旋转到与 V 面重合时，$aa_X \perp OX$ 的关系不变。因此，$aa' \perp OX$。

2. 点的水平投影到 OX 轴的距离等于该点到 V 面的距离；其正面投影到 OX 轴的距离等于该点到 H 面的距离，即 $aa_X = Aa'$，$a'a_X = Aa$。

证明 因为四边形 $Aa'a_Xa$ 的四个内角均为直角（图1—1a），所以四边形 $Aa'a_Xa$ 是一个矩形。矩形的对边平行且相等，因此，$aa_X = Aa'$，$a'a_X = Aa$。

例题 1—1 已知点 A 在 V 面之前 14 mm，在 H 面之上 25 mm。

求作点 A 的两面投影图。

解

作图方法（图 1—2）：

（1）画出水平线 OX 轴，作 $aa' \perp OX$；

（2）在 aa' 线上，取 $aa_X = 14$ mm，$a'a_X = 25$ mm。

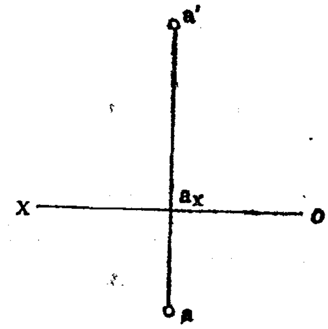


图 1—2

§1—2 两面体系中点的各种位置及其投影

一、点在不同分角内

如果把 V 面向下扩展，把 H 面向后扩展，这时，OX 轴把 V 面分为上下两半，把 H 面分为前后两半，整个空间被 H 面和 V 面划分成四个部分，每一部分称为一个**分角**。

规定：H 面的上方，V 面的前方这个部分称为第①分角，其他分角如图 1—3 所示。

在把空间的两个投影面重合于同一个平面（图纸）上时，应该注意到，当 H 面前半部绕 OX 轴旋转重合到 V 面的下半部时，H 面的后半部则向上旋转重合到 V 面的上半部。

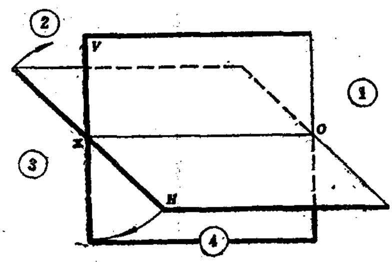


图 1—3

设空间有 A、B、C 和 D 四个点，分别处于第①、②、③和④分角内（图 1—4a），它们的投影图如图 1—4(b) 所示。

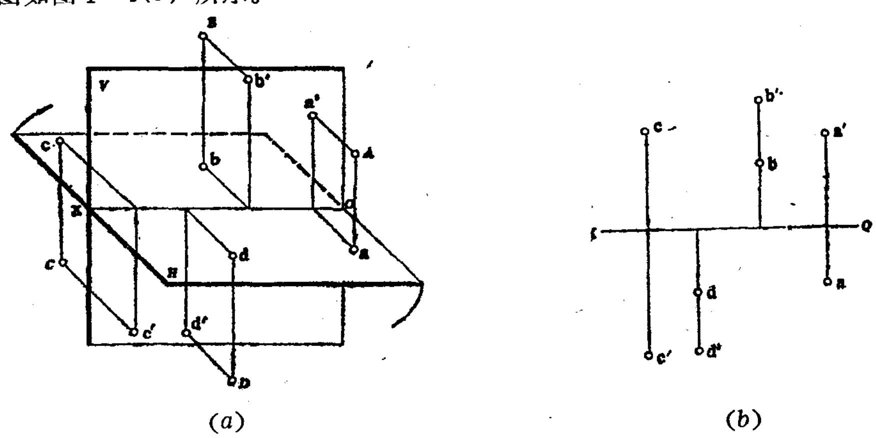


图 1—4

下面分别研究它们的投影图特性：

1． *A* 点在 *H* 面之上，*V* 面之前，位于第①分角内。这种情况前面已经论述。在投影图中，a' 在 *OX* 轴上方，a 在 *OX* 轴下方，$aa' \perp OX$。

2． *B* 点在 *H* 面之上，*V* 面之后，位于第②分角内。在投影图中，b' 和 b 都在 *OX* 轴上方，$bb' \perp OX$。

3． *C* 点在 *H* 面之下，*V* 面之后，位于第③分角内。在投影图中，c' 在 *OX* 轴下方，c 在 *OX* 轴上方，$cc' \perp OX$。

4． *D* 点在 *H* 面之下，*V* 面之前，位于第④分角内。在投影图中，d 和 d' 都在 *OX* 轴下方，$dd' \perp OX$。

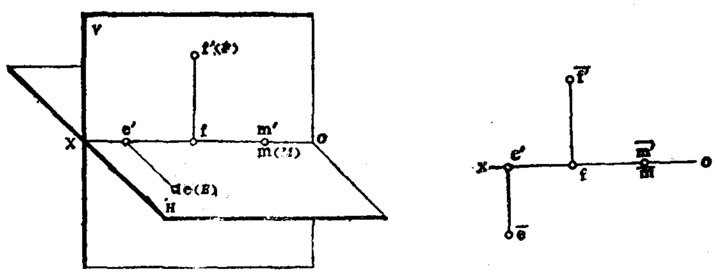
二、点在投影面上

当点在投影面上时，其投影图特性是：

1． 点的一个投影于位 OX 轴；

2． 点的另一个投影和空间点本身重合。

如图 1—5 中，*E* 点在 *H* 面上，即表明该点至 *H* 的距离为零，所以其正面投影 e' 位于 *OX* 轴上，而其水平投影 e 与 *E* 点本身重合。*F* 点在 *V* 面上，即点距 *V* 的距离为零，所以其水平投影 f 在 *OX* 轴上，而正面投影 f' 与 *F* 点本身重合。



(*a*)　　　　(*b*)

图 1—5

为了说明与空间点相重合的点的投影，可在原标记上加一横来表示，如图 1—5 中 $\overline{e}$ 、$\overline{f'}$…等。

三、点在投影轴上

当点位于投影轴上时，则点至 *V* 面和 *H* 面的距离都等于零。因此，在投影图中，点和它的两个投影都重合在 *OX* 轴上。如图 1—5 中的 *M* 点。

§1—3 点的三面投影图

由上述已知，点的两个投影能确定点的空间位置，但表达复杂物体时，通常采用三面投影图。

一、三面体系

在上述的两面体系中，加上一个同时与 *V* 面 *H* 面都垂直的侧立投影面 *W*（简称 *W* 面），

构成三投影面体系，简称三面体系（图 1—6），每两个投影面的交线分别称为投影轴 OX，OY 和 OZ。三个投影轴垂直相交的 O 点称为原点。

相互垂直的 V、H 和 W 三个投影面把空间划分成八个部分，每一部分仍称为一个**分角**。

规定：H 面之上，V 面之前，W 面之左为第①分角，其他分角如图 1—6 中所示。

把三个投影面展平时，规定 V 面保持不动，H 面绕 OX 轴旋转，前半部向下，后半部向上。W 面绕 OZ 轴旋转，前半部向右，后半部向左。使 H 面和 W 面都重合于 V 面。

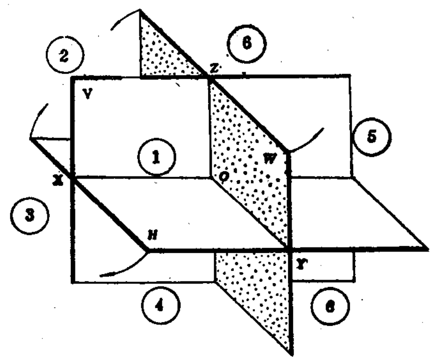
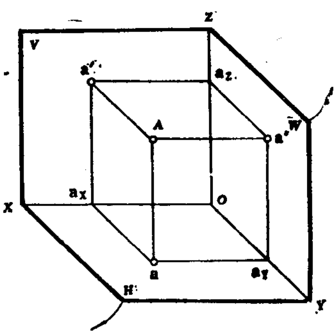


图 1—6

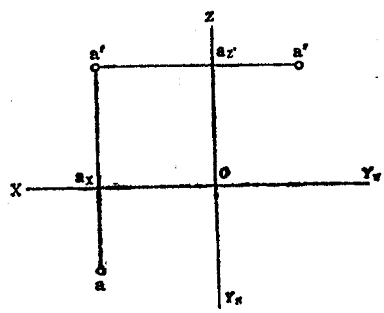
二、点的三面投影图

设点 A 在第①分角内（图 1—7a）。

由点 A 分别向 H、V、W 作垂线 Aa、Aa'、Aa''，得到相应的垂足 a、a'、a''，即为点 A 的三个投影，其中 a'' 为点 A 在 W 面上的投影，称为点 A 的侧面投影（在投影图中，点的侧面投影用 a''，b''，c''…表示）。



(a)



(b)

图 1—7

投影面展开成投影图时，仍规定：V 面保持不动，H 面连同面上的投影 a 绕 OX 轴向下旋转 90° 使与 V 面重合；W 面则连同面上的投影 a'' 绕 OZ 轴向右旋转 90° 使与 V 面重合。

投影面展平后的投影图，如图 1—7(b)所示，称为点的三面投影图。

应当指出：在旋转过程中，由于 OY 轴是 H 面和 W 面的交线（公有线），因此，随同 H 面旋转的 OY 轴，标以 OY_H，随同 W 面旋转的 OY 轴，标以 OY_W。

三、点的三面投影图特性

不难证明，图 1—7(a)中，$Aaa'a''$ 组成一个长方体，其中：$aa_Y = a'a_Z = Aa''$，$a'a_X = a''a_Y = Aa$，$aa_X = a''a_Z = Aa'$

因此，点的三面投影图特性如下：

1. 点的水平投影和正面投影都反映该点到 W 面的距离，所以它们的连线垂直于 OX 轴；

即　　$aa_Y = a'a_Z = Aa''$，　$aa' \perp OX$

2. 点的正面投影和侧面投影都反映该点到 H 面的距离，所以它们的连线垂直于 OZ 轴；

即　　$a'a_X = a''a_Y = Aa$，　$a'a'' \perp OZ$

3. 点的水平投影和侧面投影都反映该点到 V 面的距离，所以水平投影到 OX 轴的距离一定等于侧面投影到 OZ 轴的距离。

即　　$aa_X = a''a_Z = Aa'$

利用上述投影特性，就可以作点的三面投影图。

例题 1—2　已知空间点 A 位于 W 面之左 20 mm，V 面之前 14 mm，H 面之上 25 mm。求作点 A 的三面投影图，

解

作图方法（图 1—8）：

（1）画出投影轴，在 OX 轴上，自 O 向左量取 $Oa_X = 20$ mm；

（2）过点 a_X 作 OX 轴的垂线，在垂线上量取 $aa_X = 14$ mm；$a'a_X = 25$ mm；

（3）过 a' 作 OZ 轴的垂线，该垂线与 OZ 轴相交于点 a_Z，且在垂线上量取 $a''a_Z = aa_X = 14$ mm

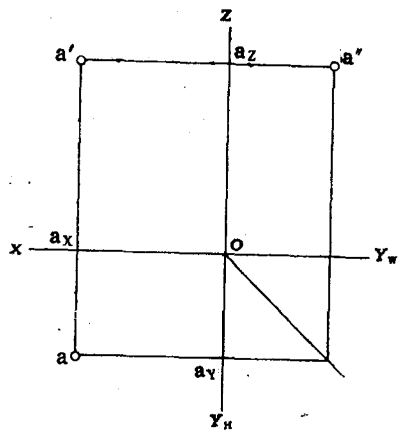


图　1—8

图中还表示，在求 a'' 时，可以用 45° 的辅助线作图解决。

四、点的三面投影和坐标关系

从上述点的三面投影图可以看出，一点的空间位置可由点到三个投影面的距离来确定。

若将三面体系当作直角坐标系，则投影面 V、H、W 相当于坐标面，投影轴 OX、OY、OZ 相当于坐标轴 X、Y、Z。三轴交点 O 就是**坐标原点**。原点把每一轴分成两部分，我们规定：**X 轴从 O 向左为正，向右为负；Y 轴向前为正，向后为负；Z 轴向上为正，向下为负。**

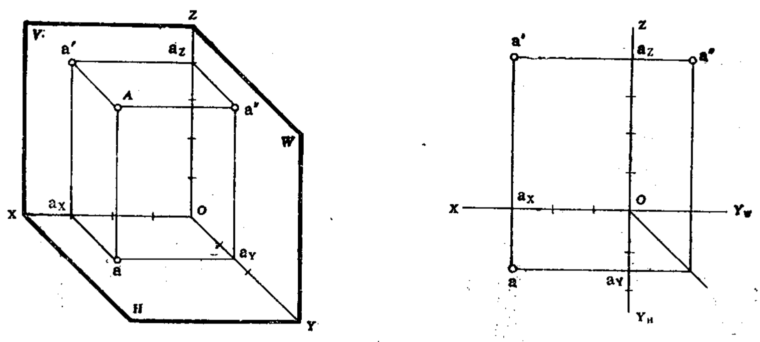
由此，空间点（如点 A）到 W、V、H 三个投影面的距离分别为 x、y、z 三个坐标（图 1—9a）。

在投影图中（图 1—9b）x、y、z 是沿着相应的坐标轴 X、Y、Z 量出的。

点 A 的投影图如用坐标表示，应写为 A（x、y、z）。在实际作图中，x、y、z 是以数值表明，如图 1—9 中，点 A 如用坐标表示时，假定图中每格为 10 mm，则应写为 A(30，15，40)。

从图 1—9 中可以看出：

A 点的水平投影 a 是由 x、y 两个坐标确定；



(a)　　　　(b)

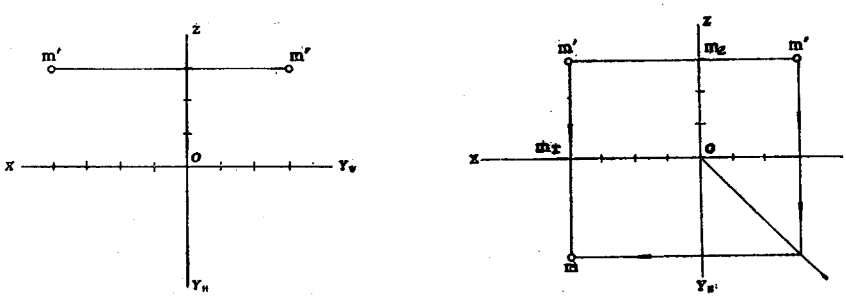
图　1—9

A 点的正面投影 a' 是由 x、z 两个坐标确定；

A 点的侧面投影 a'' 是由 y、z 两个坐标确定。

显然，点的任何两个投影都能反映该点的三个坐标。由此，可以知道，一点的两个投影就可以确定点在空间的位置。同时，若已知点的任何两个投影，也一定可以作出它的第三个投影来。

例题 1—3　已知点 M 的两个投影 m' 和 m''（图 1—10 a），求作点 M 的水平投影 m。并写出点 M 的坐标（图中每格为 5 mm）。



(a)　　　　(b)

图　1—10

解

作图方法（图 1—10b）：

（1）过 m' 作铅垂线与 OX 轴相交于 m_X；

（2）在铅垂线上量取 $m_Xm = m_Zm''$。

则点 m 即为所求。

图中还表示用 45° 辅助线作出水平投影 m。

（3）从投影图中量得：$x = Om_X = 20$ mm，$y = mm_X = m''m_Z = 15$ mm，$Z = m'm_X = 15$ mm。

所以点 M 的坐标应写为 M（20，15，15）。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com