

2006年 高考真题 荟萃

(含参考答案)

天津市教育招生考试院 组编

数学
(理工类)

天津人民出版社
TIANJIN RENMIN CHUBANSHE

图书在版编目(CIP)数据

2006 年高考试题(含参考答案)荟萃. 数学. 理工类 / 天津市教育
招生考试院编. —天津:天津人民出版社,2005.7

ISBN 7-201-05104-0

I. 2... II. 天... III. 数学课—高中—试题—升学参考资料
IV. G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 064070 号

天津人民出版社出版、发行

出版人:刘晓津

(天津市西康路 35 号 邮政编码:300051)

邮购部电话:(022)23332446

网址:<http://www.tjrm.com.cn>

电子邮箱:tjrmchbs@public.tpt.tj.cn

天津市宝坻区第二印刷厂印刷

*

2005 年 7 月第 1 版 2006 年 7 月第 2 次印刷

787×1092 毫米 8 开本 9 印张

字数:200 千字

定价:12.00 元

前 言

普通高等学校招生全国统一考试是选拔性考试,其目的是为普通高等学校选拔新生提供依据。根据教育部的决定,目前,北京、天津、上海、重庆、辽宁、江苏、浙江、安徽、福建、江西、山东、湖南、湖北、广东、四川、陕西 16 个省市实行“全国统一考试,分省自行命题”的高考命题组织方式。

为了展现分省自行命题的全貌,天津市教育招生考试院将各省市试卷汇编成册,编写了《2006 年高考试题(含参考答案)荟萃丛书》。该丛书包括语文、数学(文史类)、数学(理工类)、英语、文科综合、理科综合六册。上述各省市采用的全国统一考试卷均未收录其中。

本丛书有助于参加 2007 年高考的考生全方位、多角度地了解高考试题的特点,提高能力,开拓视野。同时,对中学教研人员提高教学水平、命题研究人员提高命题质量亦有借鉴。

在试卷汇编的过程中,我们得到了分省自行命题的省市招生办公室(考试院、考试中心)的大力支持,在此特别表示感谢。

编 者

2006 年 7 月

目 录

试题 答案

2006 年普通高等学校招生全国统一考试(北京卷)	(1)(81)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(天津卷)	(5)(84)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(上海卷)	(9)(87)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(重庆卷)	(13)(89)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(辽宁卷)	(19)(93)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(江苏卷)	(25)(100)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(浙江卷)	(29)(105)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(安徽卷)	(33)(107)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(福建卷)	(39)(112)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(江西卷)	(43)(116)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(山东卷)	(47)(120)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(湖南卷)	(53)(124)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(湖北卷)	(59)(128)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(广东卷)	(65)(131)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(四川卷)	(71)(134)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(陕西卷)	(77)(139)

2006 年普通高等学校招生全国统一考试(北京卷)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.

第 I 卷 (选择题 共 40 分)

一、本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

- (1) 在复平面内,复数 $\frac{1+i}{i}$ 对应的点位于()
(A) 第一象限 (B) 第二象限
(C) 第三象限 (D) 第四象限
- (2) 若 a 与 $b-c$ 都是非零向量,则“ $a \cdot b = a \cdot c$ ”是“ $a \perp (b-c)$ ”的()
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- (3) 在 1, 2, 3, 4, 5 这五个数字组成的没有重复数字的三位数中,各位数字之和为奇数的共有()
(A) 36 个 (B) 24 个
(C) 18 个 (D) 6 个
- (4) 平面 α 的斜线 AB 交 α 于点 B ,过定点 A 的动直线 l 与 AB 垂直,且交 α 于点 C ,则动点 C 的轨迹是()
(A) 一条直线 (B) 一个圆
(C) 一个椭圆 (D) 双曲线的一支
- (5) 已知 $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x+4a, & x < 1, \\ \log_a x, & x \geq 1 \end{cases}$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的减函数,那么 a 的取值范围是()
(A) $(0, 1)$ (B) $\left(0, \frac{1}{3}\right)$
(C) $\left[\frac{1}{7}, \frac{1}{3}\right)$ (D) $\left[\frac{1}{7}, 1\right)$
- (6) 在下列四个函数中,满足性质:“对于区间 $(1, 2)$ 上的任意 $x_1, x_2 (x_1 \neq x_2)$, $|f(x_2) - f(x_1)| < |x_2 - x_1|$ 恒成立”的只有()
(A) $f(x) = \frac{1}{x}$ (B) $f(x) = |x|$
(C) $f(x) = 2^x$ (D) $f(x) = x^2$
- (7) 设 $f(n) = 2 + 2^4 + 2^7 + 2^{10} + \dots + 2^{3n+10} (n \in \mathbb{N})$, 则 $f(n)$ 等于()
(A) $\frac{2}{7}(8^n - 1)$ (B) $\frac{2}{7}(8^{n+1} - 1)$
(C) $\frac{2}{7}(8^{n+3} - 1)$ (D) $\frac{2}{7}(8^{n+4} - 1)$
- (8) 下图为某三岔路口交通环岛的简化模型.在某高峰时段,单位时间进出路口 A, B, C 的机动车辆数如图所示,图中 x_1, x_2, x_3 分别表示该时段单位时间通过路段 $\widehat{AB}, \widehat{BC}, \widehat{CA}$ 的机动车辆数(假设:单位时间内,在上述路段中,同一路段上驶入与驶出的车辆数相等),则

()

(A) $x_1 > x_2 > x_3$

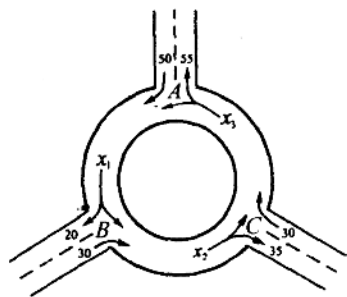
(B) $x_1 > x_3 > x_2$

(C) $x_2 > x_3 > x_1$

(D) $x_3 > x_2 > x_1$

第 II 卷 (共 110 分)

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 把答案填在题中横线上.



(9) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$ 的值等于 _____.

(10) 在 $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^7$ 的展开式中, x^2 的系数是 _____ (用数字作答)

(11) 若三点 $A(2, 2), B(a, 0), C(0, b)$ ($ab \neq 0$) 共线, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的值等于 _____.

(12) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin A : \sin B : \sin C = 5 : 7 : 8$, 则 $\angle B$ 的大小是 _____.

(13) 已知点 $P(x, y)$ 的坐标满足条件 $\begin{cases} x + y \leq 4, \\ y \geq x, \\ x \geq 1, \end{cases}$ 点 O 为坐标原点, 那么 $|PO|$ 的最小值等于 _____, 最大值等于 _____.

(14) 已知 A, B, C 三点在球心为 O , 半径为 R 的球面上, $AC \perp BC$, 且 $AB = R$, 那么 A, B 两点的球面距离为 _____, 球心到平面 ABC 的距离为 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(15) (本小题共 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1 - \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos x}$.

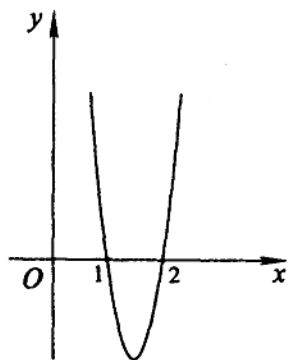
(I) 求 $f(x)$ 的定义域;

(II) 设 α 是第四象限的角, 且 $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$, 求 $f(\alpha)$ 的值.

(16)(本小题共 13 分)

已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ 在点 x_0 处取得极大值 5, 其导函数 $y = f'(x)$ 的图象经过点 $(1, 0), (2, 0)$, 如图所示. 求:

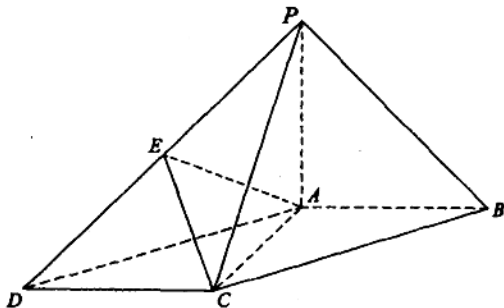
- (I) x_0 的值;
(II) a, b, c 的值.



(17)(本小题共 14 分)

如图, 在底面为平行四边形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB \perp AC$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $PA = AB$, 点 E 是 PD 的中点.

- (I) 求证: $AC \perp PB$;
(II) 求证: $PB \parallel$ 平面 AEC ;
(III) 求二面角 $E-AC-B$ 的大小.



(18)(本小题共 13 分)

某公司招聘员工, 指定三门考试课程, 有两种考试方案.

方案一: 考试三门课程, 至少有两门及格为考试通过;

方案二: 在三门课程中, 随机选取两门, 这两门都及格为考试通过.

假设某应聘者对三门指定课程考试及格的概率分别是 a, b, c , 且三门课程考试是否及格相互之间没有影响.

- (I) 分别求该应聘者用方案一和方案二时考试通过的概率;

(I) 试比较该应聘者在上述两种方案下考试通过的概率的大小.(说明理由)

(19) (本小题共 14 分)

已知点 $M(-2,0)$, $N(2,0)$, 动点 P 满足条件 $|PM| - |PN| = 2\sqrt{2}$. 记动点 P 的轨迹为 W .

(I) 求 W 的方程;

(II) 若 A, B 是 W 上的不同两点, O 是坐标原点, 求 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 的最小值.

(20) (本小题共 14 分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 a_1, a_2 是正整数, 且 $a_n = |a_{n-1} - a_{n-2}|$, $n=3, 4, 5, \dots$, 则称 $\{a_n\}$ 为“绝对差数列”.

(I) 举出一个前五项不为零的“绝对差数列”(只要求写出前十项);

(II) 若“绝对差数列” $\{a_n\}$ 中, $a_{20}=3$, $a_{21}=0$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$, $n=1, 2, 3, \dots$, 分别判断当 $n \rightarrow \infty$ 时, a_n 与 b_n 的极限是否存在, 如果存在, 求出其极限值;

(III) 证明: 任何“绝对差数列”中总含有无穷多个为零的项.

2006 年普通高等学校招生全国统一考试(天津卷)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试用时 120 分钟.

第 I 卷

参考公式:

• 如果事件 A, B 互斥,那么

$$P(A+B)=P(A)+P(B).$$

• 如果事件 A, B 相互独立,那么

$$P(A \cdot B)=P(A) \cdot P(B).$$

• 如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k)=C_n^k P^k (1-P)^{n-k}.$$

一、选择题:在每小题列出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

(1) i 是虚数单位, $\frac{i}{1+i}=(\quad)$

- (A) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ (B) $-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ (C) $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$ (D) $-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$

(2) 如果双曲线的两个焦点分别为 $F_1(-3,0), F_2(3,0)$,一条渐近线方程为 $y=\sqrt{2}x$,那么它的两条准线间的距离是()

- (A) $6\sqrt{3}$ (B) 4 (C) 2 (D) 1

(3) 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x \\ x+y \geq 2 \\ y \geq 3x-6 \end{cases}$,则目标函数 $Z=2x+y$ 的最小值为()

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 9

(4) 设集合 $M=\{x|0 < x \leq 3\}, N=\{x|0 < x \leq 2\}$,那么“ $a \in M$ ”是“ $a \in N$ ”的()

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(5) 将 4 个颜色互不相同的球全部放入编号为 1 和 2 的两个盒子里,使得放入每个盒子里的球的个数不小于该盒子的编号,则不同的放球方法有()

- (A) 10 种 (B) 20 种 (C) 36 种 (D) 52 种

(6) 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面. 考查下列命题,其中正确的命题是()

- (A) $m \perp \alpha, n \subset \beta, m \perp n \Rightarrow \alpha \perp \beta$ (B) $\alpha // \beta, m \perp \alpha, n // \beta \Rightarrow m \perp n$
(C) $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha, n // \beta \Rightarrow m \perp n$ (D) $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = m, n \perp m \Rightarrow n \perp \beta$

(7) 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 都是公差为 1 的等差数列,其首项分别为 a_1, b_1 ,且 $a_1+b_1=5, a_1, b_1 \in \mathbf{N}^*$. 设 $c_n=a_n (n \in \mathbf{N}^*)$,则数列 $\{c_n\}$ 的前 10 项和等于()

- (A) 55 (B) 70 (C) 85 (D) 100

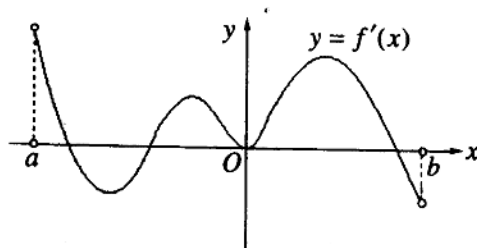
(8) 已知函数 $f(x)=a \sin x - b \cos x$ (a, b 为常数, $a \neq 0, x \in \mathbf{R}$) 在 $x=\frac{\pi}{4}$ 处取得最小值,则函数

$y=f\left(\frac{3\pi}{4}-x\right)$ 是()

(A) 偶函数且它的图象关于点 $(\pi, 0)$ 对称 (B) 偶函数且它的图象关于点 $\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$ 对称

(C) 奇函数且它的图象关于点 $\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$ 对称 (D) 奇函数且它的图象关于点 $(\pi, 0)$ 对称

- (9) 函数 $f(x)$ 的定义域为开区间 (a, b) , 导函数 $f'(x)$ 在 (a, b) 内的图象如图所示, 则函数 $f(x)$ 在开区间 (a, b) 内有极小值点()



- (A) 1 个
(B) 2 个
(C) 3 个
(D) 4 个

- (10) 已知函数 $y=f(x)$ 的图象与函数 $y=a^x (a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称, 记

$g(x)=f(x)[f(x)+f(2)-1]$. 若 $y=g(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围是()

- (A) $[2, +\infty)$ (B) $(0, 1) \cup (1, 2)$ (C) $\left[\frac{1}{2}, 1\right)$ (D) $\left(0, \frac{1}{2}\right]$

第 II 卷

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 把答案填在题中横线上.

- (11) $\left(2x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^7$ 的二项展开式中 x 的系数是_____ (用数字作答).

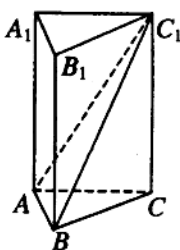
- (12) 设向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 θ , 且 $\vec{a}=(3, 3)$, $2\vec{b}-\vec{a}=(-1, 1)$, 则 $\cos\theta=_____$.

- (13) 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=1$. 若二面角 $C-AB-C_1$ 的大小为 60° , 则点 C 到平面 ABC_1 的距离为_____.

- (14) 设直线 $ax-y+3=0$ 与圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ 相交于 A, B 两点, 且弦 AB 的长为 $2\sqrt{3}$, 则 $a=_____$.

- (15) 某公司一年购买某种货物 400 吨, 每次都购买 x 吨, 运费为 4 万元/次, 一年的总存储费用为 $4x$ 万元, 要使一年的总运费与总存储费用之和最小, 则 $x=_____$ 吨.

- (16) 设函数 $f(x)=\frac{1}{x+1}$, 点 A_0 表示坐标原点, 点 $A_n(n, f(n)) (n \in \mathbf{N}^*)$. 若向量 $\vec{a}_n = \vec{A_0A_1} + \vec{A_1A_2} + \cdots + \vec{A_{n-1}A_n}$, θ_n 是 $\vec{a}_n$ 与 $\vec{i}$ 的夹角 (其中 $\vec{i}=(1, 0)$), 设 $S_n = \tan\theta_1 + \tan\theta_2 + \cdots + \tan\theta_n$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = _____$.



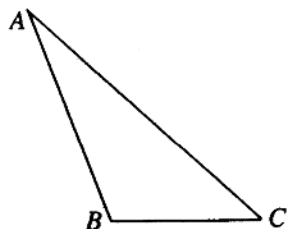
三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 76 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

- (17) (本小题满分 12 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=2$, $BC=1$, $\cos C=\frac{3}{4}$.

(I) 求 AB 的值;

(I) 求 $\sin(2A+C)$ 的值.



(18) (本小题满分 12 分)

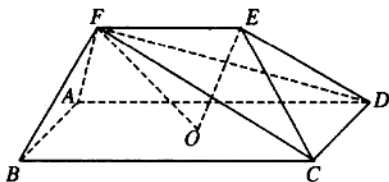
某射手进行射击训练, 假设每次射击击中目标的概率为 $\frac{3}{5}$, 且各次射击的结果互不影响.

- (I) 求射手在 3 次射击中, 至少有两连续击中目标的概率(用数字作答);
- (II) 求射手第 3 次击中目标时, 恰好射击了 4 次的概率(用数字作答);
- (III) 设随机变量 ξ 表示射手第 3 次击中目标时已射击的次数, 求 ξ 的分布列.

(19) (本小题满分 12 分)

如图, 在五面体 $ABCDEF$ 中, 点 O 是矩形 $ABCD$ 的对角线的交点, 面 CDE 是等边三角形, 棱 $EF \parallel \frac{1}{2}BC$.

- (I) 证明 $FO \parallel$ 平面 CDE ;
- (II) 设 $BC = \sqrt{3}CD$, 证明 $EO \perp$ 平面 CDF .



(20) (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 4x^3 - 3x^2 \cos \theta + \frac{3}{16} \cos \theta$, 其中 $x \in \mathbf{R}$, θ 为参数, 且 $0 \leq \theta < 2\pi$.

- (I) 当 $\cos \theta = 0$ 时, 判断函数 $f(x)$ 是否有极值;
- (II) 要使函数 $f(x)$ 的极小值大于零, 求参数 θ 的取值范围;
- (III) 若对 (II) 中所求的取值范围内的任意参数 θ , 函数 $f(x)$ 在区间 $(2a-1, a)$ 内都是增

函数,求实数 a 的取值范围.

(21) (本小题满分 14 分)

已知数列 $\{x_n\}$ 、 $\{y_n\}$ 满足 $x_1 = x_2 = 1$, $y_1 = y_2 = 2$, 并且

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} = \lambda \frac{x_n}{x_{n-1}}, \frac{y_{n+1}}{y_n} \geq \lambda \frac{y_n}{y_{n-1}}, (\lambda \text{ 为非零参数}, n=2,3,4,\dots).$$

(I) 若 x_1, x_3, x_5 成等比数列, 求参数 λ 的值;

(II) 当 $\lambda > 0$ 时, 证明 $\frac{x_{n+1}}{y_{n+1}} \leq \frac{x_n}{y_n} (n \in \mathbb{N}^+)$;

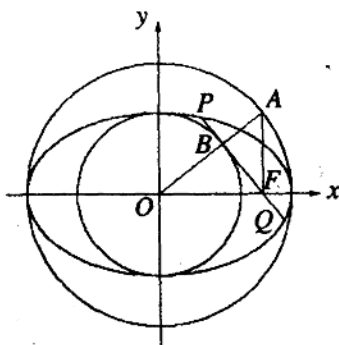
(III) 当 $\lambda > 1$ 时, 证明 $\frac{x_1 - y_1}{x_2 - y_2} + \frac{x_2 - y_2}{x_3 - y_3} + \dots + \frac{x_n - y_n}{x_{n+1} - y_{n+1}} < \frac{\lambda}{\lambda - 1} (n \in \mathbb{N}^+)$.

(22) (本小题满分 14 分)

如图, 以椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的中心 O 为圆心, 分别以 a 和 b 为半径作大圆和小圆. 过椭圆右焦点 $F(c, 0) (c > b)$ 作垂直于 x 轴的直线交大圆于第一象限内的点 A . 连结 OA 交小圆于点 B . 设直线 BF 是小圆的切线.

(I) 证明 $c^2 = ab$, 并求直线 BF 与 y 轴的交点 M 的坐标;

(II) 设直线 BF 交椭圆于 P, Q 两点, 证明 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = \frac{1}{2}b^2$.



2006 年普通高等学校招生全国统一考试(上海卷)

考生注意:

本试卷共有 22 道试题,满分 150 分.考试时间 120 分钟.

一、填空题(本大题满分 48 分)本大题共有 12 题,只要求直接填写结果,每个空格填对得 4 分,否则一律得零分.

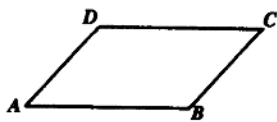
- (1) 已知集合 $A = \{-1, 3, 2m-1\}$, 集合 $B = \{3, m^2\}$. 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.
 - (2) 已知圆 $x^2 - 4x - 4 + y^2 = 0$ 的圆心是点 P , 则点 P 到直线 $x - y - 1 = 0$ 的距离是 _____.
 - (3) 若函数 $f(x) = a^x (a > 0, \text{ 且 } a \neq 1)$ 的反函数的图象过点 $(2, -1)$, 则 $a =$ _____.
 - (4) 计算: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C_n^3}{n^3 + 1} =$ _____.
 - (5) 若复数 z 同时满足 $z - \bar{z} = 2i, \bar{z} = iz$ (i 为虚数单位), 则 $z =$ _____.
 - (6) 如果 $\cos \alpha = \frac{1}{5}$, 且 α 是第四象限的角, 那么 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) =$ _____.
 - (7) 已知椭圆中心在原点, 一个焦点为 $F(-2\sqrt{3}, 0)$, 且长轴长是短轴长的 2 倍, 则该椭圆的标准方程是 _____.
 - (8) 在极坐标系中, O 是极点. 设点 $A\left(4, \frac{\pi}{3}\right), B\left(5, -\frac{5\pi}{6}\right)$, 则 $\triangle OAB$ 的面积是 _____.
 - (9) 两部不同的长篇小说各由第一、二、三、四卷组成, 每卷 1 本, 共 8 本. 将它们任意地排成一行, 左边 4 本恰好都属于同一部小说的概率是 _____ (结果用分数表示).
 - (10) 如果一条直线与一个平面垂直, 那么, 称此直线与平面构成一个“正交线面对”. 在一个正方体中, 由两个顶点确定的直线与含有四个顶点的平面构成的“正交线面对”的个数是 _____.
 - (11) 若曲线 $y^2 = |x| + 1$ 与直线 $y = kx + b$ 没有公共点, 则 k, b 分别应满足的条件是 _____.
 - (12) 三个同学对问题“关于 x 的不等式 $x^2 + 25 + |x^3 - 5x^2| \geq ax$ 在 $[1, 12]$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围”提出各自的解题思路.
 甲说: “只须不等式左边的最小值不小于右边的最大值”.
 乙说: “把不等式变形为左边含变量 x 的函数, 右边仅含常数, 求函数的最值”.
 丙说: “把不等式两边看成关于 x 的函数, 作出函数图象”.
 参考上述解题思路, 你认为他们所讨论的问题的正确结论, 即 a 的取值范围是 _____.
- 二、选择题(本大题满分 16 分)本大题共有 4 题, 每题都给出代号为 A、B、C、D 的四个结论, 其中有且只有一个结论是正确的, 必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内, 选对得 4 分, 不选、选错或者选出的代号超过一个(不论是否都写在圆括号内), 一律得零分.
- (13) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 下列结论中错误的是()

(A) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

(C) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.

(B) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

(D) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$.
 - (14) 若空间中有四个点, 则“这四个点中有三点在同一条直线上”是“这四个点在同一平面上”的()



(A) 充分非必要条件.

(B) 必要非充分条件.

(C) 充分必要条件.

(D) 既非充分又非必要条件.

(15) 若关于 x 的不等式 $(1+k^2)x \leq k^4+4$ 的解集是 M , 则对任意实常数 k , 总有 ()

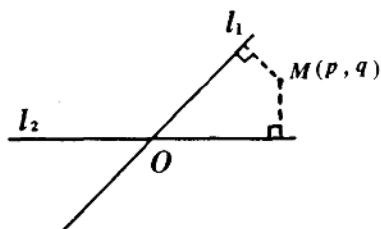
(A) $2 \in M, 0 \in M$.

(B) $2 \notin M, 0 \notin M$.

(C) $2 \in M, 0 \notin M$.

(D) $2 \notin M, 0 \in M$.

(16) 如图, 平面中两条直线 l_1 和 l_2 相交于点 O . 对于平面上任意一点 M , 若 p, q 分别是 M 到直线 l_1 和 l_2 的距离, 则称有序非负实数对 (p, q) 是点 M 的“距离坐标”. 已知常数 $p \geq 0, q \geq 0$, 给出下列三个命题:



① 若 $p=q=0$, 则“距离坐标”为 $(0, 0)$ 的点有且仅有 1 个.

② 若 $pq=0$, 且 $p+q \neq 0$, 则“距离坐标”为 (p, q) 的点有且仅有 2 个.

③ 若 $pq \neq 0$, 则“距离坐标”为 (p, q) 的点有且仅有 4 个.

上述命题中, 正确命题的个数是 ()

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

三、解答题(本大题满分 86 分)本大题共有 6 题, 解答下列各题必须写出必要的步骤.

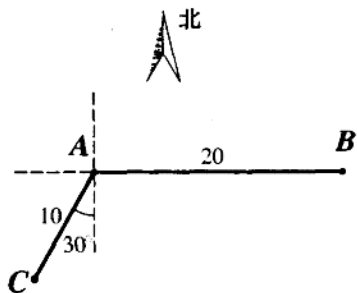
(17) (本题满分 12 分)

求函数 $y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3}\sin 2x$ 的值域和最小正周期.

[解]

(18) (本题满分 12 分)

如图, 当甲船位于 A 处时获悉, 在其正东方向相距 20 海里的 B 处有一艘渔船遇险等待营救. 甲船立即前往救援, 同时把消息告知在甲船的南偏西 30° , 相距 10 海里 C 处的乙船, 试问乙船应朝北偏东多少度的方向沿直线前往 B 处救援(角度精确到 1°)?



[解]

(19) (本题满分 14 分) 本题共有 2 个小题, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分.

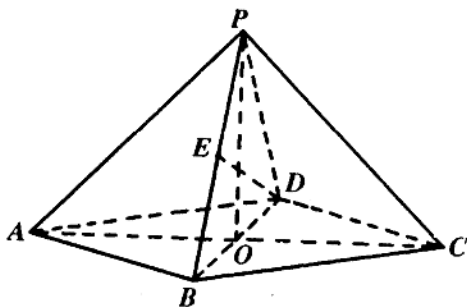
在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面是边长为 2 的菱形, $\angle DAB=60^\circ$, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $PO \perp$ 平面 $ABCD$, PB 与平面 $ABCD$ 所成角为 60° .

(1) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积;

(2) 若 E 是 PB 的中点, 求异面直线 DE 与 PA 所成角的大小 (结果用反三角函数值表示).

[解] (1)

(2)



(20) (本题满分 14 分) 本题共有 2 个小题, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分.

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 与抛物线 $y^2=2x$ 相交于 A, B 两点.

(1) 求证: “如果直线 l 过点 $T(3, 0)$, 那么 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 3$ ”是真命题;

(2) 写出(1)中命题的逆命题, 判断它是真命题还是假命题, 并说明理由.

[解] (1)

(2)

(21) (本题满分 16 分) 本题共有 3 个小题, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 6 分.

已知有穷数列 $\{a_n\}$ 共有 $2k$ 项 (整数 $k \geq 2$), 首项 $a_1=2$. 设该数列的前 n 项和为 S_n , 且 $a_{n+1} = (a-1)S_n + 2$ ($n=1, 2, \dots, 2k-1$), 其中常数 $a > 1$.

(1) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列;

(2) 若 $a=2^{\frac{2}{2k-1}}$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{1}{n} \log_2(a_1 a_2 \cdots a_n)$ ($n=1, 2, \dots, 2k$), 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(3) 若(2)中的数列 $\{b_n\}$ 满足不等式

$$\left| b_1 - \frac{3}{2} \right| + \left| b_2 - \frac{3}{2} \right| + \cdots + \left| b_{2k-1} - \frac{3}{2} \right| + \left| b_{2k} - \frac{3}{2} \right| \leq 4, \text{ 求 } k \text{ 的值.}$$

[解] (1)

(2)

(3)

(22) (本题满分 18 分) 本题共有 3 个小题, 第 1 小题满分 3 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 9 分.

已知函数 $y = x + \frac{a}{x}$ 有如下性质: 如果常数 $a > 0$, 那么该函数在 $(0, \sqrt{a}]$ 上是减函数, 在 $[\sqrt{a}, +\infty)$ 上是增函数.

(1) 如果函数 $y = x + \frac{2^b}{x}$ ($x > 0$) 的值域为 $[6, +\infty)$, 求 b 的值;

(2) 研究函数 $y = x^2 + \frac{c}{x^2}$ (常数 $c > 0$) 在定义域内的单调性, 并说明理由;

(3) 对函数 $y = x + \frac{a}{x}$ 和 $y = x^2 + \frac{a}{x^2}$ (常数 $a > 0$) 作出推广, 使它们都是你所推广的函数的特例. 研究推广后的函数的单调性 (只须写出结论, 不必证明), 并求函数 $F(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n + \left(\frac{1}{x^2} + x\right)^n$ (n 是正整数) 在区间 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 上的最大值和最小值 (可利用你的研究结论).

[解] (1)

(2)

(3)

2006 年普通高等学校招生全国统一考试(重庆卷)

满分 150 分. 考试时间 120 分钟.

参考公式:

如果事件 A, B 互斥, 那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$.

如果事件 A, B 相互独立, 那么 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$.

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P , 那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$.

一、选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分. 在每小题给出的四个备选项中, 只有一项是符合题目要求的.

- (1) 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{2, 4, 5, 7\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) =$ ()
(A) $\{1, 6\}$ (B) $\{4, 5\}$ (C) $\{2, 3, 4, 5, 7\}$ (D) $\{1, 2, 3, 6, 7\}$
- (2) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_4 + a_6 = 12$, S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则 S_9 的值为 ()
(A) 48 (B) 54 (C) 60 (D) 66
- (3) 过坐标原点且与圆 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + \frac{5}{2} = 0$ 相切的直线的方程为 ()
(A) $y = -3x$ 或 $y = \frac{1}{3}x$ (B) $y = 3x$ 或 $y = -\frac{1}{3}x$
(C) $y = -3x$ 或 $y = -\frac{1}{3}x$ (D) $y = 3x$ 或 $y = \frac{1}{3}x$
- (4) 对于任意的直线 l 与平面 α , 在平面 α 内必有直线 m , 使 m 与 l ()
(A) 平行 (B) 相交 (C) 垂直 (D) 互为异面直线
- (5) 若 $\left(3\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的展开式中各项系数之和为 64, 则展开式的常数项为 ()
(A) -540 (B) -162 (C) 162 (D) 540
- (6) 为了了解某地区高三学生的身体发育情况, 抽查了该地区 100 名年龄为 17.5 岁~18 岁的男生体重(kg), 得到频率分布直方图如下:

