高等院校
精品课程
配套教材

高等院校教材

信号与系统学习与考研辅导

马金龙 王宛苹 胡建萍 编著

科学出版社
www.sciencep.com

高等院校教材

信号与系统学习与考研辅导

马金龙　王宛苹　胡建萍　编著

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书是马金龙等编著的《信号与系统》(科学出版社,2006 年)的配套教材。本书的结构与主教材相同,分为 10 章。每章由内容要点、习题详解和扩充习题三部分组成。本书对主教材中的所有习题作了详细解答并进行了一定的扩充,共计 349 道题,其中一些习题选自高校的考研题目。附录为杭州电子科技大学 2004～2006 年三套硕士研究生入学考试的试卷及答案。

本书可作为电子电气信息类专业"信号与系统"课程的学习辅导教材,也可作为考研辅导书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统学习与考研辅导/马金龙,王宛苹,胡建萍编著. —北京:科学出版社,2006

(高等院校教材)

ISBN 7-03-018150-6

Ⅰ.信… Ⅱ.①马… ②王… ③胡… Ⅲ.信号系统-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 121869 号

责任编辑:马长芳 刘学芹 / 责任校对:赵桂芬

责任印制:张克忠 / 封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

http://www.sciencep.com

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006 年 10 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2006 年 10 月第一次印刷 印张:23 1/2

印数:1—3 500 字数:460 000

定价: 31.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换<环伟>)

前　言

“信号与系统”课程是电子电气工程、通信工程、计算机工程、自动化工程等专业的一门主干专业基础课，也是相关专业研究生入学考试课程。其课程特点是原理多、性质多、公式多、理解难，解题需要技巧。

通过该课程的学习，学生要理解“信号与系统”中的概念和原理，掌握确定信号通过线性时不变系统进行传输、处理的基本理论和分析方法。重点是信号的时域和频域特性，以及系统的五大分析方法，即时域分析法（包括卷积分析法）、傅里叶变换分析法、拉普拉斯变换分析法、z 变换分析法和状态变量分析法。

要学好“信号与系统”课程，必须理解和掌握基本概念和基本原理，同时要注意技巧与知识的相互关系。通过学习，清楚每个问题是如何提出和解决的；通过做题，掌握解决问题的技巧。学习“信号与系统”课程必须做大量的题目，除此之外别无选择。“信号与系统”课程的题目不但要会做，更要有技巧地做。一直以来，学生反映做“信号与系统”的题目有困难，特此出版本教材，以帮助学生更好地学习“信号与系统”课程。

本书的结构与主教材相同，分为 10 章：第 1 章信号与系统的基本概念，第 2 章连续时间信号的频域分析，第 3 章 LTI 系统方程的建立与系统模拟，第 4 章卷积的计算，第 5 章连续时间系统的时域分析，第 6 章连续时间系统的频域分析，第 7 章连续时间系统的复频域分析，第 8 章离散时间系统的时域分析，第 9 章离散时间系统的 z 域分析，第 10 章状态变量分析法。每章由内容要点、习题详解和扩充习题三部分组成。本书对主教材中的所有习题作了详细解答并进行了一定的扩充，共计 349 道题，不少习题选自很多高校的考研题目。本书最后附有三套杭州电子科技大学 2004～2006 年硕士研究生的入学试卷及答案。

本书由马金龙担任主编，负责拟定大纲和统稿，并编写第 1～4 章、第 6 章、第 8 章、第 9 章。王宛苹编写第 5 章和第 7 章的部分习题，胡建萍编写第 10 章的部分习题。

非常感谢浙江省教育厅的大力支持，非常感谢杭州电子科技大学和电子信息学院各级领导的大力支持和帮助，衷心感谢所有关心、支持和提供帮助的各位领导和同事。

由于作者水平有限，时间较紧，书中会有一些缺点和错误，恳请广大读者和各位专家予以指正。

马金龙

于杭州电子科技大学

2006 年 7 月 28 日

目　录

第 1 章　信号与系统的基本概念

1.1　内容要点

1.1.1　信号的分类

1. 周期信号和非周期信号

周期信号满足 $f(t+mT)=f(t)$，$x(n+mN)=x(n)$，其中 m、N 是整数。

2. 能量信号和功率信号

信号的能量 E 和平均功率 P 定义为

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2\mathrm{d}t,\qquad E=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^2$$

$$P=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|f(t)|^2\mathrm{d}t,\qquad P=\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x(n)|^2$$

如 $f(t)$ 和 $x(n)$ 为非周期信号，取 $T\to\infty$ 和 $N\to\infty$ 的极限。如果：①E 有限(不为 0 的数)，$P=0$，该信号是能量信号；②P 有限(不为 0 的数)，$E\to\infty$，该信号是功率信号；③$E\to\infty$，$P\to\infty$，该信号既不是功率信号也不是能量信号。一般，周期信号是功率信号。

1.1.2　典型连续时间信号(表 1-1)

表 1-1　典型连续时间信号

序号	名　称	函数表示	主要性质
1	实指数信号	$f(t)=Ke^{at}$　(a 为实数)	$a=0$ 时可看成任何周期的周期信号
2	正弦信号	$f(t)=K\sin(\omega t+\theta)$	是 $\frac{2\pi}{\omega}$ 的周期信号
3	复指数信号	$f(t)=Ke^{st}$　($s=\sigma+\mathrm{j}\omega$)	$\sigma=0$ 时是 $\frac{2\pi}{\omega}$ 的周期信号
4	抽样信号	$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t}$	$\mathrm{Sa}(-t)=\mathrm{Sa}(t)$，$\mathrm{Sa}(0)=1$，$\mathrm{Sa}(t)\vert_{t=n\pi}=0$ $\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t=2\int_{0}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t=\pi$
5	单位阶跃信号	$u(t)=\begin{cases}1 & t>0\\0 & t<0\end{cases}$	是非周期信号

续表

序号	名　称	函数表示	主要性质
6	符号函数信号	$\operatorname{sgn}(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ -1 & t<0\end{cases}$	$\operatorname{sgn}(t)=2u(t)-1,\quad u(t)=\frac{1}{2}[\operatorname{sgn}(t)+1]$
7	单位斜坡信号	$f(t)=tu(t)$	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)=u(t),\quad \int_{-\infty}^{t}u(\tau)\mathrm{d}\tau=f(t)$
8	门函数信号	$g_\tau(t)=\begin{cases}1 & -\frac{\tau}{2}<t<\frac{\tau}{2}\\ 0 & \text{其余}\end{cases}$	$g_\tau(t)=u\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-u\left(t-\frac{\tau}{2}\right)$
9	三角脉冲信号	$f(t)=\begin{cases}1+\frac{t}{\tau} & -\tau\leqslant t\leqslant 0\\ 1-\frac{t}{\tau} & 0\leqslant t\leqslant \tau\end{cases}$	$f(t)=\left(1-\frac{\lvert t\rvert}{\tau}\right)[u(t+\tau)-u(t-\tau)]$
10	单位冲激信号	$\begin{cases}\delta(t)=\begin{cases}\infty & t=0\\ 0 & t\neq 0\end{cases}\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\end{cases}$	$\delta(-t)=\delta(t)$ $f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$ $f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$ $\delta[f(t)]=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lvert f'(t_i)\rvert}\delta(t-t_i)$ $\delta(at)=\frac{1}{\lvert a\rvert}\delta(t)$
11	冲激偶信号	$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\delta(t)$	$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$ $f(t)\delta'(t-t_0)=f(t_0)\delta'(t-t_0)-f'(t_0)\delta(t-t_0)$ $f(t)\delta''(t)=f(0)\delta''(t)-2f'(0)\delta'(t)+f''(0)\delta(t)$ $\delta'(at)=\frac{1}{\lvert a\rvert}\cdot\frac{1}{a}\delta'(t)$ $\delta^{(k)}(at)=\frac{1}{\lvert a\rvert}\cdot\frac{1}{a^k}\delta^{(k)}(t)$

1.1.3 典型离散时间信号(表 1-2)

离散信号的变量 n 为整数($n=0,\pm1,\pm2,\cdots$)，又称为序列。

表 1-2 典型离散时间信号

序号	名　称	公式表示	备　注
1	单位阶跃序列	$u(n)=\begin{cases}1 & n\geqslant 0\\ 0 & n<0\end{cases}$	$u(n)=\sum_{m=0}^{\infty}\delta(n-m)$ $\delta(n)=u(n)-u(n-1)$ $R_N(n)=\sum_{m=0}^{N-1}\delta(n-m)=u(n)-u(n-N)$
2	单位冲激序列	$\delta(n)=\begin{cases}1 & n=0\\ 0 & n\neq 0\end{cases}$	
3	矩形序列	$R_N(n)=\begin{cases}1 & 0\leqslant n\leqslant N-1\\ 0 & \text{其余}\end{cases}$	
4	实指数序列	$x(n)=a^n u(n)$	$a\neq 1,\quad a\neq 0$
5	单位斜变序列	$x(n)=nu(n)$	1～5 都是非周期信号

续表

序号	名　称	公式表示	备　注
6	正弦序列	$x(n)=K\sin(\omega_0 n+\theta)$	若$\frac{2\pi}{\omega_0}$是有理数时，才是周期信号； 若$\frac{2\pi}{\omega_0}$是整数，则周期 $N_0=\frac{2\pi}{\omega_0}$； 若$\frac{2\pi}{\omega_0}$不是整数，周期为大于$\frac{2\pi}{\omega_0}$的整数
7	复指数序列	$x(n)=e^{(\sigma+j\omega)n}$	当 $\sigma=0$ 时有可能是周期信号

1.1.4 信号的分解

$$f(t)=\sum_{i=1}^{n}f_i(t),\qquad x(n)=\sum_{i=1}^{n}x_i(n)$$

1. 交、直流分解

$$f(t)=f_D+f_A(t)$$

2. 奇、偶分解

$$f(t)=f_e(t)+f_o(t),\quad x(n)=x_e(n)+x_o(n)$$

$$f_e(t)=\frac{1}{2}[f(t)+f(-t)],\quad f_o(t)=\frac{1}{2}[f(t)-f(-t)]$$

$$x_e(n)=\frac{1}{2}[x(n)+x(-n)],\quad x_o(n)=\frac{1}{2}[x(n)-x(-n)]$$

1.1.5 信号的运算

1. 反褶

由 $f(t)$求 $f(-t)$和由 $x(n)$求 $x(-n)$，波形是以纵轴对折。

2. 尺度变换

由 $f(t)$求 $f(at)(a\neq 0)$和由 $x(n)$求 $x(an)$。$|a|>1$，图形压缩；$|a|<1$ 图形拉伸。

3. 移位

由 $f(t)$求 $f(t+b)$和由 $x(n)$求 $x(n+b)$。如 $b>0$，图形左移；如 $b<0$，图形右移。

4. $f(t)$的微积分运算

$$f'(t)=\frac{d}{dt}f(t),\qquad f''(t)=\frac{d^2}{dt^2}f(t),\quad \cdots$$

$$f^{(-1)}(t) = \int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau, \quad \cdots$$

若 $f(t)$在 t_0 处间断，则 $f'(t)$在 t_0 处出现$[f(t_{0+})-f(t_{0-})]\delta(t-t_0)$的冲激函数。

积分具有连续性的，可分段积分。

5. 信号的加减和相乘运算

信号间进行相加减、相乘运算，只有对同一个变量的各函数值才可以进行运算。

6. 后向差分运算

$$\nabla x(n) = x(n) - x(n-1) , \quad \nabla^2 x(n) = x(n) - 2x(n-1) + x(n-2)$$

7. 一次累加运算

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} x(k)$$

1.1.6 线性时不变系统性质(表 1-3)

表 1-3 线性时不变系统性质

名 称	连续系统	离散系统
线性特性	$C_1e_1(t)+C_2e_2(t)\to C_1r_1(t)+C_2r_2(t)$	$C_1x_1(n)+C_2x_2(n)\to C_1y_1(n)+C_2y_2(n)$
时不变特性	$e(t-t_0)\to r(t-t_0)$	$x(n-n_0)\to y(n-n_0)$
微积分特性	$e^{(n)}(t)\to r^{(n)}(t),\quad e^{(-n)}(t)\to r^{(-n)}(t)$	

1.1.7 因果系统和可逆系统

1. 因果与非因果系统

系统在当前时刻的输出只与该时刻及以前时刻的输入有关，则该系统是因果系统。对于因果系统，只有在输入信号的作用下才会产生输出信号。

2. 可逆与不可逆系统

不同的输入作用下产生不同的输出的系统称为可逆系统。可逆系统存在逆系统。

1.2 习题详解

1-1 判断下面的信号是否为周期信号？如果是，确定基本周期。

(1) $\cos\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)$ (2) e^{j2t} (3) $\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}t+45^{\circ}\right)$

(4) $\sin^2(2t)$ (5) $e^{-t}u(t)$ (6) $\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$

解 (1) 正弦和余弦信号是周期信号，基本周期 $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{2\pi}{2}=\pi$。

(2) 复指数信号 $f(t)=Ke^{st}$，当 $\sigma=0$ 时是周期信号。或 $e^{j2t}=\cos(2t)+j\sin(2t)$，两个同周期的周期信号相加还是周期信号，基本周期 $T_0=\frac{2\pi}{2}=\pi$。

(3) $\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}t+45^{\circ}\right)=f_1(t)+f_2(t)$

$f_1(t)=\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$是 $T_1=\frac{2\pi}{\omega_1}=4$ 的周期函数，$f_2(t)=\sin\left(\frac{\pi}{3}t+45^{\circ}\right)$是 $T_2=\frac{2\pi}{\omega_2}=6$ 的周期函数。

两个不同周期的周期信号相加，只有当周期之比是有理数时才是周期信号。

由于$\frac{T_1}{T_2}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ 为有理数，故该信号是周期信号，基本周期 $T_0=3T_1=2T_2=12$。即：$f(t)$的基本波形是由 3 个 $f_1(t)$的基本波形和 2 个 $f_2(t)$的基本波形组成。

(4) $\sin^2(2t)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(4t)=f_1(t)-f_2(t)$

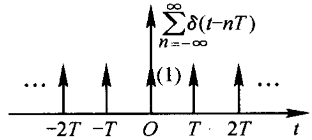
$f_1(t)=\frac{1}{2}$是一个直流信号，可以看成是任意周期的周期信号。

$f_2(t)=\frac{1}{2}\cos(4t)$是周期信号，基本周期 $T_2=\frac{2\pi}{\omega_2}=\frac{\pi}{2}$。

所以 $\sin^2(2t)$是周期信号，基本周期为 $T_0=\frac{\pi}{2}$。

(5) $e^{-t}u(t)$显然是非周期信号。

(6) $\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$的波形如题图 1-1。可见是周期信号，周期为 T。基本波形只有一个冲激信号。



题图 1-1

1-2 判断下列序列是否为周期序列？如果是，确定基本周期。

(1) $\sin\left(\frac{1}{4}n\right)$　(2) $\cos\left(\frac{3\pi}{7}n-\frac{6\pi}{7}\right)$　(3) $\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}n\right)$

(4) $\cos^2\left(\frac{\pi}{4}n\right)$　(5) $e^{j\frac{\pi}{4}n}$　(6) $(-1)^n$

解　离散信号(序列)中的变量是整数,如序列是周期序列,则基本周期是正整数。

(1) $\sin\left(\frac{1}{4}n\right)=\sin(\omega_0 n)$,$\omega_0=\frac{1}{4}$,由于$\frac{2\pi}{\omega_0}=8\pi$ 是无理数,故该序列是非周期序列。

(2) $\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{2\pi}{\frac{3\pi}{7}}=\frac{14}{3}$是有理数,所以该序列是周期序列,基本周期 $N_0=14$。

(3) $\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}n\right)=x_1(n)+x_2(n)$

其中:$x_1(n)=\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$是周期序列,基本周期 $N_1=\frac{2\pi}{\omega_1}=8$;$x_2(n)=\sin\left(\frac{\pi}{3}n\right)$也是周期序列,基本周期 $N_2=\frac{2\pi}{\omega_2}=6$。

由于$\frac{N_1}{N_2}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$是有理数,该序列是周期序列,基本周期 $N_0=3N_1=4N_2=24$。

$x(n)$的基本波形是由 3 个 $x_1(n)$的基本波形和 4 个 $x_2(n)$的基本波形组成。

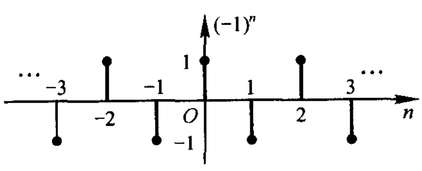
(4) $\cos^2\left(\frac{\pi}{4}n\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)=x_1(n)+x_2(n)$

其中:$x_1(n)=\frac{1}{2}$是个任意周期的序列;$x_2(n)=\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$基本周期为 $\frac{2\pi}{\omega_2}=4$ 的周期序列。

所以该信号是周期序列,基本周期为 $N_0=4$。

(5) $e^{j\frac{\pi}{4}n}=\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)+j\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)=x_1(n)+x_2(n)$,其中 $x_1(n)$和 $x_2(n)$都是周期序列,所以 $e^{j\frac{\pi}{4}n}$是周期序列,且 $N_0=N_1=N_2=\frac{2\pi}{\omega_0}=8$。

(6) $(-1)^n=\begin{cases}1 & n=\text{偶数}\\ -1 & n=\text{奇数}\end{cases}$,波形如题图 1-2。显然该序列是周期序列,基本周期 $N_0=2$。



题图 1-2

1-3　判断下列信号是功率信号还是能量信号,或者都不是。

(1) $e^{-t}u(t)$　(2) $\cos\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)$

(3) $3tu(t)$　(4) $2e^{j3n}$

(5) $(0.5)^n u(n)$　　(6) $nu(n)$

解　(1) $E=\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\mathrm{d}t=\int_0^{\infty} \mathrm{e}^{-2t}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}$ 是有限值，所以该信号是能量信号。

(2) $P=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f^2(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos^2\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)\mathrm{d}t$

$$=\frac{1}{2T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\left[1+\cos\left(4t+\frac{\pi}{6}\right)\right]\mathrm{d}t=\frac{T}{2T}=\frac{1}{2}$$

该信号是功率信号。一般情况下，周期信号都是功率信号。

(3) $E=\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\mathrm{d}t=\int_0^{\infty}(3t)^2\mathrm{d}t=\infty$

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f^2(t)\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}(3t)^2\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\times 3\left(\frac{T}{2}\right)^3=\infty$$

该信号既不是功率信号，也不是能量信号。

(4) $|x(n)|=|2\mathrm{e}^{\mathrm{j}3n}|=2$, $P=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x(n)|^2=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}2^2$

$=\lim_{N\to\infty}\frac{4(2N+1)}{2N+1}=4$，是有限值。

所以该信号是功率信号。

(5) $E=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^2=\sum_{n=0}^{\infty}(0.5)^{2n}=\sum_{n=0}^{\infty}(0.25)^n=\frac{1}{1-0.25}=\frac{4}{3}$

该信号是能量信号。

(6) $E=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^2=\sum_{n=0}^{\infty}n^2=\infty$

$$P=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x(n)|^2=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=0}^{N}n^2$$

$$=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\cdot\frac{N(N+1)(2N+1)}{6}=\infty$$

该信号既不是能量信号，也不是功率信号。

1-4　画出下列信号的波形。

(1) $f_1(t)=\frac{|t|}{2}[u(t+2)-u(t-2)]$　　(2) $f_2(t)=\mathrm{e}^{-t}u(t)-\mathrm{e}^{t}u(-t)$

(3) $f_3(t)=\cos(\pi t)[u(t)-u(t-3)]$　　(4) $f_4(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-t}u(t)]$

(5) $f_5(t)=\mathrm{sgn}[\cos(\pi t)]$　　(6) $f_6(t)=\mathrm{sgn}[\mathrm{Sa}(t)]$

(7) $x_1(n)=2^{-n}u(n)$　　(8) $x_2(n)=2^{-n-1}u(n+1)$

(9) $x_3(n)=\sin\left(\frac{\pi}{5}n\right)u(n)$　　(10) $x_4(n)=\cos\left(\frac{\pi}{5}n+\frac{3\pi}{5}\right)$

解　(1) $f_1(t)=\frac{|t|}{2}[u(t+2)-u(t-2)]=f_{11}(t)\cdot f_{12}(t)$

$f_{11}(t)=\frac{|t|}{2}$是无时限信号，$f_{12}(t)=u(t+2)-u(t-2)$是在 $t=-2\sim2$ 范围内为 1，其余为 0。

(2) $f_2(t)=e^{-t}u(t)-e^{t}u(-t)=f_{21}(t)-f_{22}(t)$，$f_{21}(t)=e^{-t}u(t)$和 $f_{22}(t)=e^{t}u(-t)$都是单边指数衰减信号。

(3) $f_3(t)=\cos(\pi t)[u(t)-u(t-3)]=f_{31}(t)\cdot f_{32}(t)$，$f_{31}(t)=\cos(\pi t)$是周期为 2 的余弦信号，$f_{32}(t)=u(t)-u(t-3)$是在 $t=0\sim3$ 范围内为 1，其余为 0。

(4) $f_4(t)=\frac{d}{dt}[e^{-t}u(t)]=-e^{-t}u(t)+\delta(t)=f_{41}(t)+f_{42}(t)$，$f_{41}(t)=-e^{-t}u(t)$是单边指数衰减信号，$f_{42}(t)=\delta(t)$是冲激信号。

(5) $f_5(t)=\mathrm{sgn}[\cos(\pi t)]=\begin{cases}1 & \cos(\pi t)>0\\ -1 & \cos(\pi t)<0\end{cases}$

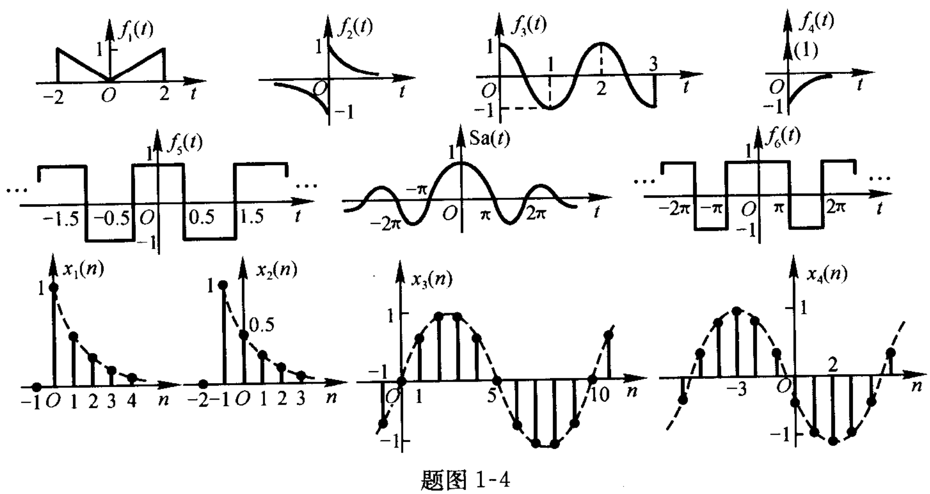
(6) $f_6(t)=\mathrm{sgn}[\mathrm{Sa}(t)]=\begin{cases}1 & \mathrm{Sa}(t)>0\\ -1 & \mathrm{Sa}(t)<0\end{cases}$

(7) $x_1(n)=2^{-n}u(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$是单边指数衰减信号。

(8) $x_2(n)=2^{-n-1}u(n+1)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}u(n+1)$是 $x_{21}(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$信号左移一个单位。

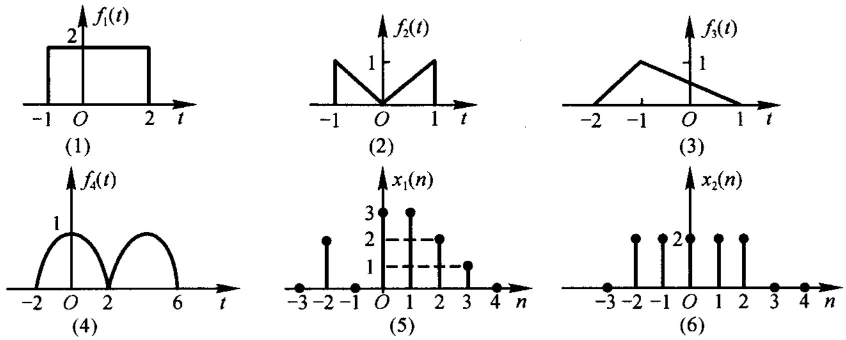
(9) $x_3(n)=\sin\left(\frac{\pi}{5}n\right)u(n)$，基本周期 $N_0=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}}=10$ 的正弦信号。

(10) $x_4(n)=\cos\left(\frac{\pi}{5}n+\frac{3\pi}{5}\right)=\cos\left[\frac{\pi}{5}(n+3)\right]$是 $x_{41}(n)=\cos\left(\frac{\pi}{5}n\right)$左移三个单位产生的。各信号的波形如题图 1-4。



题图 1-4

1-5　信号的波形分别如题图 1-5(1)～(6)所示，写出函数公式(分段表示及一个公式表示)。



题图 1-5

解　(1) $f_1(t)=\begin{cases}2 & -1<t<2\\ 0 & \text{其余}\end{cases}=2[u(t+1)-u(t-2)]$

(2) $f_2(t)=\begin{cases}-t & -1<t\leqslant 0\\ t & 0\leqslant t<1\\ 0 & \text{其余}\end{cases}=|t|[u(t+1)-u(t-1)]$

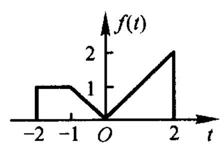
(3) $f_3(t)=\begin{cases}t+2 & -2\leqslant t\leqslant -1\\ 0.5(1-t) & -1\leqslant t\leqslant 1\\ 0 & \text{其余}\end{cases}$

$$=(t+2)u(t+2)-1.5(t+1)u(t+1)+0.5(t-1)u(t-1)$$

(4) $f_4(t)=\begin{cases}\left|\cos\left(\dfrac{\pi}{4}t\right)\right| & -2\leqslant t\leqslant 6\\ 0 & \text{其余}\end{cases}=\left|\cos\left(\dfrac{\pi}{4}t\right)\right|[u(t+2)-u(t-6)]$

(5) $x_1(n)=\begin{cases}2 & n=-2\\ 3 & n=0\\ 3 & n=1\\ 2 & n=2\\ 1 & n=3\\ 0 & \text{其余}\end{cases}=2\delta(n+2)+3\delta(n)+3\delta(n-1)+2\delta(n-2)+\delta(n-3)$

(6) $x_2(n)=\begin{cases}2 & n=-2\\ 2 & n=-1\\ 2 & n=0\\ 2 & n=1\\ 2 & n=2\\ 0 & \text{其余}\end{cases}=2R_5(n+2)$



题图 1-6

1-6　$f(t)$的波形如题图 1-6，画出下列信号的波形。

(1) $f_1(t)=f(t)u(1-t)$　　　　(2) $f_2(t)=f(t)[u(t)-u(t-1)]$

(3) $f_3(t)=f(t)\delta(t-1)$　　　　(4) $f_4(t)=f'(t)$

(5) $f_5(t)=f^{(-1)}(t)$　　　　(6) $f_6(t)=f_1(t)+f_2(t)$

解　(1) $f_1(t)=f(t)u(1-t)$，由于 $u(1-t)$ 在 $t<1$ 时等于 1，所以 $f_1(t)$ 只取 $f(t)$ 在 $t<1$ 的部分，其余为 0。或先画出这两个波形再相乘即可。

(2) $u(t)-u(t-1)$ 在 $t=0\sim1$ 等于 1，所以 $f_2(t)$ 只取 $f(t)$ 在 $t=0\sim1$ 的部分，其余为 0。

(3) $f_3(t)=f(t)\delta(t-1)=f(1)\delta(t-1)=\delta(t-1)$。

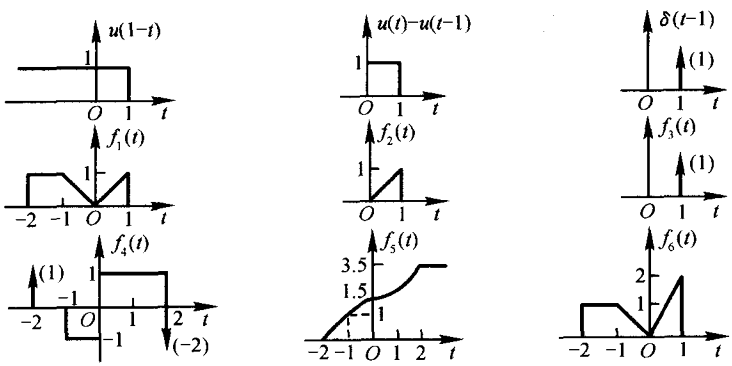
(4) $f_4(t)=f'(t)$，在 $t=\pm2$ 处 $f(t)$ 突变，$f'(t)$ 在 $t=\pm2$ 处产生冲激。

(5) $f_5(t)=f^{(-1)}(t)=\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau$

$$=\begin{cases}0 & t\leqslant-2\\ t+2 & -2\leqslant t\leqslant-1\\ 1+\int_{-1}^{t}(-\tau)\mathrm{d}\tau=1.5-0.5t^2 & -1\leqslant t\leqslant0\\ 1.5+\int_{0}^{t}\tau\mathrm{d}\tau=1.5+0.5t^2 & 0\leqslant t\leqslant2\\ 3.5 & 2\leqslant t\end{cases}$$

要验证其正确性，求 $f_5(t)$ 的导数等于 $f(t)$，为避免求导后产生冲激信号，积分是连续的。

(6) $f_6(t)=f_1(t)+f_2(t)$，只要将 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 相加即可。



题图 1-6(1)

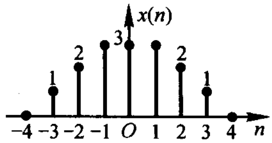
1-7　$x(n)$ 的波形如题图 1-7，画出下列信号的波形。

(1) $x_1(n)=x(n)u(1-n)$　　　　(2) $x_2(n)=x(-n)u(n)$

(3) $x_3(n)=x(n)\delta(1-n)$　　　　(4) $x_4(n)=\nabla x(n)$

(5) $x_5(n)=\nabla^2x(n)$　　　　(6) $x_6(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}x(k)$

解　(1)～(3)是两个函数相乘，先画出两个波形，再相乘。(4)～(5)是函数的加减，应先画出每个波形，再相加减。



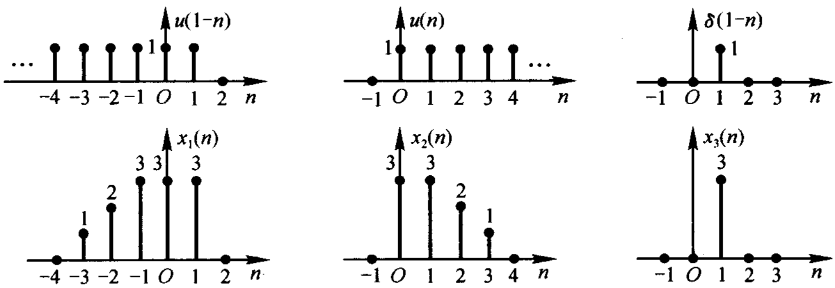
题图 1-7

(1) $u(1-n)$在$n\leqslant 1$时等于1，所以$x_1(n)$只取$x(n)$在$n\leqslant 1$的部分，其余为0。

或两个函数相乘，先画出$u(1-n)$波形，$x(n)$与$u(1-n)$相乘即可。

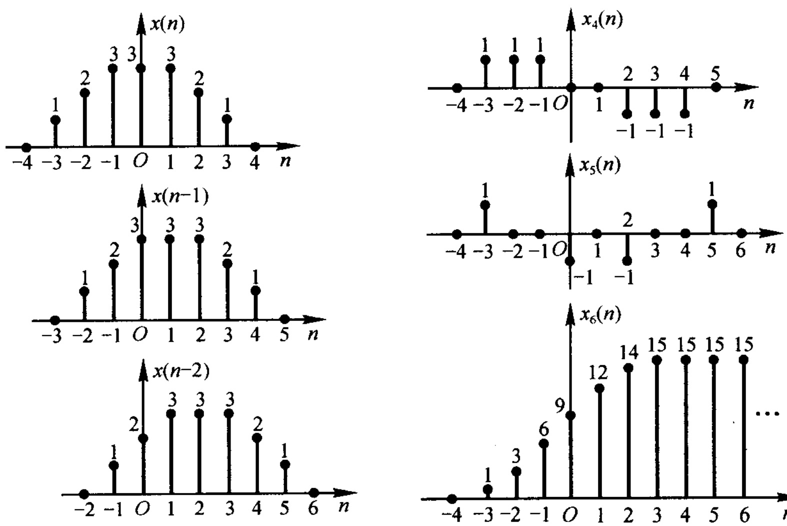
(2) 从波形看$x(n)$是偶函数，故$x(-n)=x(n)$，$u(n)$在$n\geqslant 0$时值等于1，所以$x_2(n)$只取$x(n)$在$n\geqslant 0$的部分，其余为0。

(3) $\delta(1-n)=\begin{cases}1 & n=1\\ 0 & n\neq 1\end{cases}$，故$x_3(n)=x(n)\delta(1-n)=\begin{cases}x(1)=3 & n=1\\ 0 & n\neq 1\end{cases}$。



题图 1-7(1)

(4) $x_4(n)=\nabla x(n)=x(n)-x(n-1)$，先由$x(n)$右移一个单位得到$x(n-1)$的波形，再相减。



题图 1-7(2)