教育部高职高专规划教材

高等数学应用基础

▶ 赵益坤　侯 静　胡顺田　主编

化学工业出版社
教材出版中心

教育部高职高专规划教材

高等数学应用基础

赵益坤　侯静　胡顺田　主编

化学工业出版社
教材出版中心
·北京·

（京）新登字 039 号

图书在版编目（CIP）数据

高等数学应用基础/赵益坤，侯静，胡顺田主编.
北京：化学工业出版社，2005.6
教育部高职高专规划教材
ISBN 7-5025-7222-8

Ⅰ.高… Ⅱ.①赵…②侯…③胡… Ⅲ.高等数学-
高等学校：技术学院-教材 Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 063190 号

教育部高职高专规划教材

高等数学应用基础

赵益坤 侯 静 胡顺田 主编

责任编辑：张双进 程树珍

责任校对：陈 静

封面设计：于 兵

*

化学工业出版社
教材出版中心 出版发行

（北京市朝阳区惠新里 3 号 邮政编码 100029）

购书咨询：（010）64982530

（010）64918013

购书传真：（010）64982630

http://www.cip.com.cn

新华书店北京发行所经销

北京市昌平振南印刷厂印刷

三河市海波装订厂装订

开本 787mm×1092mm 1/16 印张 27 字数 635 千字

2005 年 8 月第 1 版 2005 年 8 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5025-7222-8

定 价：36.00 元

出版说明

高职高专教材建设工作是整个高职高专教学工作中的重要组成部分。改革开放以来，在各级教育行政部门、有关学校和出版社的共同努力下，各地先后出版了一些高职高专教育教材。但从整体上看，具有高职高专教育特色的教材极其匮乏，不少院校尚在借用本科或中专教材，教材建设落后于高职高专教育的发展需要。为此，1999 年教育部组织制定了《高职高专教育专门课课程基本要求》（以下简称《基本要求》）和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》（以下简称《培养规格》），通过推荐、招标及遴选，组织了一批学术水平高、教学经验丰富、实践能力强的教师，成立了“教育部高职高专规划教材”编写队伍，并在有关出版社的积极配合下，推出一批“教育部高职高专规划教材”。

“教育部高职高专规划教材”计划出版 500 种，用 5 年左右时间完成。这 500 种教材中，专门课（专业基础课、专业理论与专业能力课）教材将占很高的比例。专门课教材建设在很大程度上影响着高职高专教学质量。专门课教材是按照《培养规格》的要求，在对有关专业的人才培养模式和教学内容体系改革进行充分调查研究和论证的基础上，充分汲取高职、高专和成人高等学校在探索培养技术应用型专门人才方面取得的成功经验和教学成果编写而成的。这套教材充分体现了高等职业教育的应用特色和能力本位，调整了新世纪人才必须具备的文化基础和技术基础，突出了人才的创新素质和创新能力的培养。在有关课程开发委员会组织下，专门课教材建设得到了举办高职高专教育的广大院校的积极支持。我们计划先用 2～3 年的时间，在继承原有高职高专和成人高等学校教材建设成果的基础上，充分汲取近几年来各类学校在探索培养技术应用型专门人才方面取得的成功经验，解决新形势下高职高专教育教材的有无问题；然后再用 2～3 年的时间，在《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》立项研究的基础上，通过研究、改革和建设，推出一大批教育部高职高专规划教材，从而形成优化配套的高职高专教育教材体系。

本套教材适用于各级各类举办高职高专教育的院校使用。希望各用书学校积极选用这批经过系统论证、严格审查、正式出版的规划教材，并组织本校教师以对事业的责任感对教材教学开展研究工作，不断推动规划教材建设工作的发展与提高。

教育部高等教育司

2001 年 4 月 3 日

前　言

根据教育部最新制定的《高职高专教育数学课程教学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》编写。编写过程中根据高职高专数学教学的特点，结合高职高专学校高等数学教学现状、特点及职业教育的特色，在继承原有教材建设成果的基础上，充分汲取近年来高职高专院校数学课程教学改革的成功经验，切实贯彻“以应用为目的，以必需、够用为度”的原则，在数学概念和重要知识点的引入时，力求形象化、直观化、通俗化。适度淡化了数学理论的证明，强化了几何说明；还注意了与目前高中数学相衔接，尽量避免内容上的重复。体现了重能力、重应用、重素质、求创新的总体思路。

本书内容包括极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、常微分方程、行列式、矩阵与线性方程组、拉普拉斯变换共九章。全书内容分模块、分层次编排。一元函数微积分为基础模块，基础模块各章中微积分在经济中应用的概念、术语和实例等内容用“*”号标注，供工程类、经济类各专业选用。其余各模块为应用模块，供不同专业选用。其中，“拉普拉斯变换”一章，专供自动化、仪表等专业学习。鉴于高等数学的学习需要用到较多的代数、几何、三角等初等数学知识，书后附有初等数学常用公式和希腊字母表，供学生学习时查用；还附有习题答案，供学生学习时参考。

本教材的基础模块参考学时为70～80学时，应用模块另加学时。全本精简扼要、条理清楚、深入浅出、通俗易懂，例题、习题难易适度。由于本书分层次编排，既照顾了文、理兼收的专业和数学基础较差的学生，也照顾到了希望专接本的学生。因此，适用于各类高职高专院校、成人高校及本科院校开办的二级职业技术学院和民办高校两年制或三年制（少学时）工程类、经济管理类各专业。

全书由赵益坤教授策划并组织实施。本书主编为赵益坤、侯静、胡顺田；副主编为曹勃、王磊、阎保平、马成东。参加编写的有白瑞云、王力加、王书田。

由于水平有限，书中难免会出现缺点和错误，敬请读者多提宝贵意见。

编　者

2005.6

内 容 提 要

本教材根据教育部《高职高专教育数学课程教学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》，结合高职高专学校高等数学教学特点与现状以及当前教学改革的实际编写，切实贯彻了“以应用为目的，以必需、够用为度”的原则。内容包括：极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、常微分方程、行列式、矩阵与线性方程组、拉普拉斯变换共九章。书后附有初等数学常用公式、希腊字母表和习题参考答案。

全书内容分模块、分层次编排。一元函数微积分为基础模块，其中微积分在经济中的应用和实例用“*”号标注，供工程类、经济管理类各专业选用。其余各模块为应用模块，供不同专业选用。全书精简扼要、条理清楚、深入浅出、通俗易懂，例题、习题难易适度，适用于各类高职高专院校、成人高校及本科院校开办的二级职业技术学院和民办高校两年制或三年制（少学时）工程类、经济管理类各专业。

目　录

第一章 极限与连续

极限是数学中的一个重要的基本概念，它是学习微积分学的理论基础．本章将在复习和加深函数有关知识的基础上，讨论函数的极限和函数的连续性等问题．

第一节 函 数

一、函数概念

1. *函数的定义*

定义 设 D 是一个实数集．如果对属于 D 的每一个数 x，按照某个对应关系 f，y 都有确定的值和它对应，那么 y 就叫做定义在数集 D 上的 x 的**函数**，记作 $y=f(x)$．x 叫做**自变量**，数集 D 叫做函数的**定义域**，当 x 取遍 D 中的一切实数值时，与它对应的函数值的集合 M 叫做函数的**值域**．

在函数的定义中，如果对于每一个 $x\in D$，都有惟一的 $y\in M$ 与它对应，那么这种函数就称为**单值函数**，否则就称为**多值函数**．

例如，由方程

$$x^2+y^2=r^2$$

所确定的以 x 为自变量的函数为

$$y=\pm\sqrt{r^2-x^2} \tag{1}$$

可以看出，对于区间 $[-r, r]$ 上的每一个 x 值，由式（1）可以确定 y 的一个值（当 $x=\pm r$ 时）或两个值（当 $-r<x<r$ 时），所以，式（1）是多值函数，其中，$y=\sqrt{r^2-x^2}$ 和 $y=-\sqrt{r^2-x^2}$ 是式（1）的两个单值支．

今后若无特殊说明，所研究的函数都是指单值函数．

在函数的定义中，并没有要求自变量变化时函数值一定要变，只要求对于自变量 $x\in D$ 都有确定的 $y\in M$ 与它对应．因此，常量 $y=C$ 也符合函数的定义，因为当 $x\in R$ 时，所对应的 y 值都是确定的常数 C．

2. *函数的定义域*

研究函数时，必须注意函数的定义域．在考虑实际问题时，应根据问题的实际意义来确定定义域．对于用数学式子表示的函数，它的定义域可由函数表达式本身来确定，即要使运算有意义．例如：

① 在分式中，分母不能为零；

② 在根式中，负数不能开偶次方根；

③ 在对数式中，真数要大于零；

④ 在反三角函数式中，要符合反三角函数的定义域；

⑤ 如果函数表达式中含有分式、根式、对数式或反三角函数式，则应取各部分定义域的交集.

例 1 求下列函数的定义域：

① $y=\frac{1}{4-x^2}+\sqrt{x+2}$；　② $y=\lg\frac{x}{x-1}$；　③ $y=\arcsin\frac{x+1}{3}$.

解 ① $y=\frac{1}{4-x^2}+\sqrt{x+2}$.

因为 $4-x^2\neq 0$，所以 $x\neq\pm 2$；

因为 $x+2\geqslant 0$，所以 $x\geqslant -2$.

因此 函数的定义域为 $(-2, 2)\cup(2, +\infty)$.

② $y=\lg\frac{x}{x-1}$.

因为 $\frac{x}{x-1}>0$，所以 $x>1$ 或 $x<0$.

故 函数的定义域为 $(-\infty, 0)\cup(1, +\infty)$.

③ $y=\arcsin\frac{x+1}{3}$.

因为 $-1\leqslant\frac{x+1}{3}\leqslant 1$，

所以 $-3\leqslant x+1\leqslant 3$，$-4\leqslant x\leqslant 2$.

故 函数的定义域为 $[-4, 2]$.

两个函数只有当它们的定义域和对应关系完全相同时，才认为它们是相同的.

例如，函数 $y=\sin^2 x+\cos^2 x$ 与 $y=1$，它们的定义域和对应关系都相同，所以它们是相同的函数.

又如，函数 $y=\frac{x^2-1}{x-1}$ 与 $y=x+1$，它们的定义域不同，所以它们是不同的函数.

3. 函数与函数值的记号

已知，y 是 x 的函数可以记为 $y=f(x)$，但在同一个问题中，如需要讨论几个不同的函数，为区别清楚起见，就要用不同的函数记号来表示. 例如，以 x 为自变量的函数也可表示为

$$F(x),\ \varphi(x),\ y(x),\ S(x)\text{等}.$$

函数 $y=f(x)$ 当 $x=x_0\in D$ 时，对应的函数值可以记为 $f(x_0)$.

例 2 若 $f(x)=\frac{|x-2|}{x+1}$，求 $f(2)$，$f(-2)$，$f(0)$，$f(a)$，$f(a+b)$.

解 $f(2)=0$；$f(-2)=\frac{|-4|}{-1}=-4$；$f(0)=\frac{|-2|}{1}=2$；$f(a)=\frac{|a-2|}{a+1}$；$f(a+b)=\frac{|a+b-2|}{a+b+1}$.

4. 函数的表示法

表示函数的方法，常用的有公式法、表格法和图像法三种. 本书所讨论的函数常用公式法表示.

有时，会遇到一个函数在自变量不同的取值范围内用不同的式子来表示.

例如：函数

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & x\geqslant 0,\\ -x, & x<0\end{cases}$$

是定义在区间（$-\infty$，$+\infty$）内的一个函数. 当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)=\sqrt{x}$；当 $x<0$ 时，$f(x)=-x$. 它的图像如图 1-1 所示.

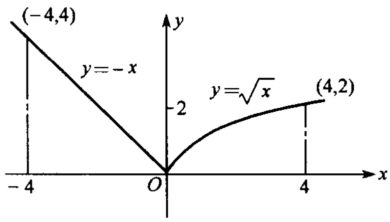

图 1-1

在不同的区间内用不同的式子来表示的函数称为**分段函数**.

求分段函数的函数值时，应把自变量的值代入相应取值范围的表示式进行计算.

例如，在上面的分段函数中，

$$f(4)=\sqrt{4}=2;$$
$$f(-4)=-(-4)=4.$$

5. *反函数*

定义　设有函数 $y=f(x)$，其定义域为 D，值域为 M. 如果对于 M 中的每一个 y 值（$y\in M$），都可以从关系式 $y=f(x)$ 确定惟一的 x 值（$x\in D$）与之对应，那么所确定的以 y 为自变量的函数 $x=\varphi(y)$ 或 $x=f^{-1}(y)$ 叫做函数 $y=f(x)$ 的**反函数**，它的定义域为 M，值域为 D.

习惯上，函数的自变量都以 x 表示，所以，反函数也可表示为 $y=f^{-1}(x)$.

函数 $y=f(x)$ 的图像与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.

6. **函数的几种特性**

(1) 函数的奇偶性

定义　设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，如果对于任一 $x\in D$，都有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为**奇函数**；如果对于任一 $x\in D$，都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为**偶函数**. 如果对于任一 $x\in D$，$f(x)$既非奇函数，也非偶函数，则称其为**非奇非偶函数**.

例如，$f(x)=x^3$ 是奇函数. 因为，对于一切 $x\in(-\infty,+\infty)$，都有 $f(-x)=(-x)^3=-x^3=-f(x)$.

$f(x)=x^2$ 是偶函数. 因为，对于一切 $x\in(-\infty,+\infty)$，都有 $f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$.

又如，$f(x)=\sin x$ 是奇函数. 因为，对于一切 $x\in(-\infty,+\infty)$，都有 $f(-x)=\sin(-x)=-\sin x=-f(x)$.

$f(x)=\cos x$ 是偶函数. 因为，对于一切 $x\in(-\infty,+\infty)$，都有 $f(-x)=\cos(-x)=\cos x=f(x)$.

$f(x)=\sin x+\cos x$ 是非奇非偶函数. 因为 $f(-x)=\sin(-x)+\cos(-x)=-\sin x+\cos x$，对于一切 $x\in(-\infty,+\infty)$，它既不恒等于 $f(x)$，也不恒等于 $-f(x)$.

奇函数的图像对称于原点. 设 $f(x)$是奇函数，则 $f(-x)=-f(x)$，如果点 $A[x,f(x)]$ 在 $y=f(x)$ 的图像上，则和它对称于原点的点 $A'[-x,-f(x)]$ 也在 $y=f(x)$ 的图像上（图 1-2).

偶函数的图像对称于 y 轴. 设 $f(x)$ 是偶函数，则 $f(-x)=f(x)$，如果点 $A[x,f

$(x)]$ 在 $y=f(x)$ 的图像上，则和它对称于 y 轴的点 $A''[-x, f(x)]$ 也在 $y=f(x)$ 的图像上（图 1-3）.

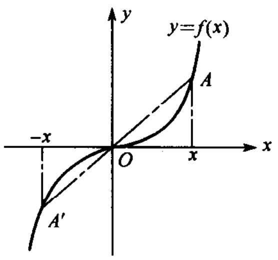

图 1-2

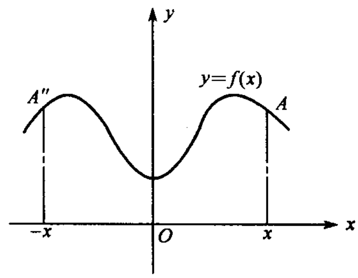

图 1-3

（2）函数的单调性

定义 如果函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内随着 x 的增大而增大，即对于 (a, b) 内任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有

$$f(x_1)<f(x_2)$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内是**单调增加**的，区间 (a, b) 称函数 $f(x)$ 的单调增加区间. 单调增加的函数，它的图像沿横轴正向而上升（图 1-4）.

如果函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内随着 x 的增大而减小，即对于 (a, b) 内任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有

$$f(x_1)>f(x_2)$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内是**单调减少**的，区间 (a, b) 称函数 $f(x)$ 的单调减少区间. 单调减少的函数，它的图像沿横轴正向而下降（图 1-5）.

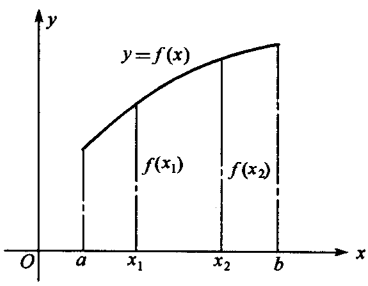

图 1-4

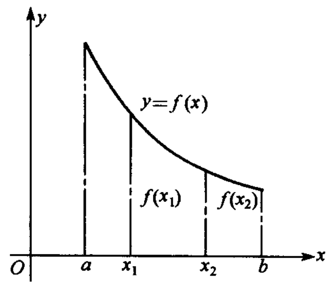

图 1-5

上述定义也适用于其他有限区间和无限区间的情形.

在某一区间内单调增加或单调减少的函数都称为这个区间内的**单调函数**，该区间叫做这个函数的**单调区间**.

例如，由图 1-6 可知，函数 $y=x^2$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内是单调增加的，而在区间 $(-\infty, 0)$ 内是单调减少的，它在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内不是单调函数.

又如，由图 1-7 可知，函数 $y=\log_a x$ $(a>1)$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 内是单调增加的，函数 $y=\log_a x$ $(0<a<1)$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 内是单调减少的，所以，它们在定义域 $(0, +\infty)$ 内都是单调函数.

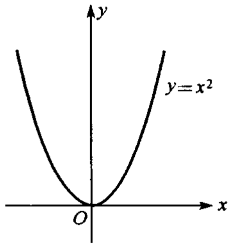

图 1-6

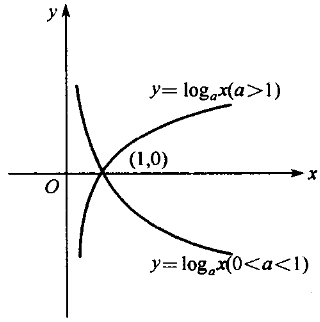

图 1-7

(3) 函数的有界性

定义　设函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内有定义. 如果存在一个正数 M，使得对于区间 (a, b) 内的一切 x 值，对应的函数值 $f(x)$ 都有

$$|f(x)| \leqslant M$$

成立，则称 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内**有界**；如果这样的数 M 不存在，则称 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内**无界**.

上述定义也适用于闭区间的情形.

例如，函数 $f(x)=\sin x$ 在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内是有界的，因为对于一切 $x \in R$，$|\sin x| \leqslant 1$ 都成立，这里 $M=1$.

又如，函数 $f(x)=\arctan x$ 在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内是有界的，因为对于一切 $x \in R$，$|\arctan x| < \frac{\pi}{2}$ 都成立，这里 $M=\frac{\pi}{2}$.

再如，函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 在区间 $(0, 1)$ 内是无界的，因为对于区间 $(0, 1)$ 内一切 x，不存在正数 M，使 $\left|\frac{1}{x}\right| \leqslant M$ 成立. 但是 $f(x)=\frac{1}{x}$ 在区间 $[1, 2]$ 内是有界的，因为对于区间 $[1, 2]$ 上的一切 x，都有 $\left|\frac{1}{x}\right| \leqslant 1$ 成立，这里 $M=1$ (图 1-8).

显然，如果函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内是有界的，那么它的图像在 (a, b) 内必介于两平行线 $y=\pm M$ 之间 (图 1-9).

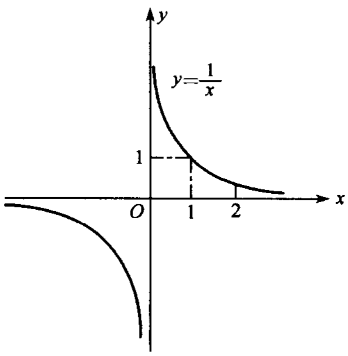

图 1-8

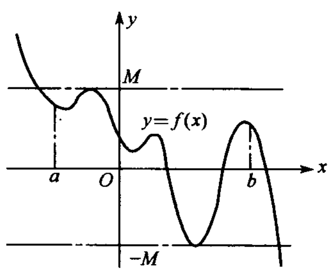

图 1-9