SUITANG XUE LIAN KAO

（第二次修订版）

随堂学练考

高三数学

张乃达 主编

龍門書局

随堂 学·练·考 丛书(第二次修订版)

高三数学

张乃达　主编

袁　桐　汤希龙　黄万尧　编著

龍　門　書　局

2000

随堂 学·练·考 丛书

(第二次修订版)

高 三 数 学

张乃达　主编

责任编辑　陆晓明　荣毓敏

龍門書局　出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

北京市东华印刷厂 印刷

科学出版社总发行　　各地书店经销

*

1998 年 8 月第　一　版　　开本:787×1092　1/32

2000 年 6 月第二次修订版　　印张:18 1/8

2000 年 6 月第 五 次 印 刷　　字数:512 000

印数:57 001—72 000

ISBN 7-80111-647-X/G・562

定 价: 16.80 元

第二次修订版序言

经教坛名师苦心构思和精心编写的《随堂学·练·考丛书》(36册)面市后,深受全国广大读者的厚爱。各地争相购买,供不应求。为更好地满足广大中学师生和十省市试验教材推广的需要,我们在认真听取各方意见的基础上,根据教育部关于中学教学和升学考试改革的最新精神,对本丛书再次进行了全面修订和补充。

中小学教育是提高国民素质和培养跨世纪人才的奠基工程。要全面提高中小学教育质量,就要向广大中小学生提供充足的精神食粮,提高他们成长和发展的起点。高品位、高质量的教学辅导用书是中小学教材的有益的补充和延伸,可激发学生的学习兴趣,培养学生的思维能力,巩固学生的知识和技能,提高学生的综合能力和整体素质。

这套丛书主要是为我国普通中学的一般中学生而编写的。其编写宗旨是,精讲知识要点,启迪科学思维,巧析重点难点,强化能力训练。根据这一编写要求和宗旨,编者博采众长,匠心独运,有的放矢,注重实效。各册中的各节或各课基本上都按"学习要求"、"知识要点与应用"和"能力测试"等栏目编写。在"知识要点与应用"中,对"学习要求"中所提示的重点和难点进行点拨;通过剖析典型例题,讲述解题思路、解题方法和解题技巧,对某些知识要点还进行了延伸性讨论,以实现知识的迁移。

这套丛书之所以博得广大师生的喜爱,是因为它具有以下四个鲜明的特色。**第一,同步性强**。它与最新现行教材同步配套,理科同步到节,文科同步到课。学生可以同步学习和训练,夯实基础,掌握重点和难点,并及时提高综合能力。**第二,**

启迪性好。它激发学生的学习兴趣，培养学生的思维能力，使学生很好地领悟、归纳、概括和运用知识要点，切实掌握解题思路和方法，进而有效地提高学生的解决实际问题的能力，特别是应变能力。**第三，信息量大**。它涵盖中学的主要课程，内容丰富，题量充足。在内容讲解上，准确把握教学大纲和教材所要求的尺度。在题型选择上，做到新颖、综合并具有很强的针对性。书后附有练习题和测试题的参考答案。**第四，使用面广**。它面向普通中学生，内容由浅入深，由易到难，并加以适当的延伸。基本题及时练，综合题全面练。因此，学生易学易练，学习成效显著。

本次修订版主要在以下三个方面进行了修订：

1. 根据教育部关于中、高考改革的最新精神，在讲述内容上做了部分修订和改写；2. 吸收了 1999 年中、高考的典型试题，更新了综合测试题和模拟试题；3. 调整了例题和习题，既注重知识点精讲和应用的完整性，又照顾到习题的难易梯度。此外，改正了初版中的差错。

本丛书是由多年工作在教学第一线的全国知名的苏州中学、扬州中学、天津一中等名校教师编写和修订的。他们精熟自己所执教的学科内容，善于精析教材中的重点和难点，而且对中考和高考有深入的研究。数学由江苏省有突出贡献的中青年专家、特级教师张乃达主编，物理由特级教师王溢然主编，化学由特级教师钱吉良主编，语文由江苏省有突出贡献的中青年专家、特级教师蒋念祖主编，英语由高级教师胡德康主编。

我们殷切希望，这套丛书的修订版问世后能听到各方面的反馈意见，以便我们根据广大读者的宝贵意见，及时再次组织修订，使之臻于完善。

方　明

2000 年 4 月

主编简介

张乃达，数学特级教师，江苏省有突出贡献的中青年专家。现任教于江苏省扬州中学，是江苏省思维与数学教学研究协作组负责人、扬州市数学教学研究专业委员会副理事长。

他长期从事中学数学教学的实践与研究工作，并在有关数学思维与数学教学的研究方面取得了一系列成果，对数学教学工作产生了很大的影响。他于1985年首先提出的“数学教学要充分暴露数学思维过程的教学原则”已经被写进教学大纲。1987年提出的数学观念与思维监控的问题，也普遍受到了数学教学界的关注。

他在教学中追求自然、朴实的教学风格，强调问题在思维活动中的中心地位，强调反思在数学学习中的作用。他多年指导数学毕业班的复习工作，具有丰富的教学经验。其学生在高考中均取得了优秀的成绩，还有不少满分者。

其主要著作有：主编《中学生数学学习与思维丛书》和《中学数学思维方法丛书》；参加编写了《高中数学精讲·解析几何》等数十部书，并发表了论文百余篇。其代表作《数学思维教育学》荣获全国首届光明杯优秀著作奖。其论文和研究成果多次获得国家级和省级的奖励。

第二次修订版前言

本书是《随堂学·练·考丛书》(第二次修订版)中的高三数学部分,可供高三年级学生进行数学总复习时使用。为了及时反映素质教育对高考的新要求,第二次修订版在原书的基础上,作了较大的修改。

历年的高考试题,特别是10年来的高考试题,是一笔宝贵的财富。从这些试题中不仅可以从总体上看出高考对数学学习的要求,而且还能相当准确地预示未来高考命题的走向。本书就是以从整体上发掘高考试题的导向功能为指导思想编写的。

在这种思想指导下,全书从内容到结构都力求反映高考对数学总复习的要求,强调实用,紧扣高考。从根本上摒弃了那些矫揉造作、胡编乱造的“难题”和“能力题”,避开了追求“系统性”而作的无益的补充和发挥,也杜绝了离开解题思维空谈数学思想方法的胡吹乱侃。因而具有很强的针对性、实用性和导向性。所以本书出版后,颇受读者欢迎。

全书分十章,覆盖了列入“考试说明”的所有知识点,并按各知识点在高考中的重要程度,作了详略适度的安排。

每章分成若干节。每节由“考试要求”、“考试要点”和“能力测试”三个部分组成。“考试要点”中又分为“考点分析”、“典型考题剖析”、“讨论与引申”三个小栏目。

“考点分析”以高考试题为例,说明高考重点和高考题型与难度分析考题命题方向的变化走向,并提出复习对策。

“典型考题剖析”以典型高考试题为例,分析解题的思维过程,介绍各种解题方法及解题中应注意的问题,特别注意提

示的基本数学思想在解题活动中的作用，是本书的核心内容。

“讨论与引申”则根据高考的要求，对重要的知识点和解题方法进行适当的讨论，有针对性地补充一些材料，以适应未来高考试题可能发生的变化。

每章结束前均配置了单元测试(A、B卷)，以便测试单元知识和应试能力掌握的程度。

书末配置了数学各科的综合测试题和高考模拟试题。

为了有效地提高学生解决高考压轴题的能力，本书第十章中专门就代数和解析几何中的压轴题作了系统分析。

2000年修订本，根据高考的最新要求对内容作了删减和补充。突出了思维能力和知识综合应用能力的训练，注意题型的变化和更新，以培养学生的创新能力。新编了模拟试题和综合测试试卷，核算了习题的答案，以求给读者更为切实有效的帮助。尽管如此，由于编者水平的限制，书中不足之处在所难免，敬请读者不吝赐教。

参加本书编写和修订的有袁桐(特级教师)、汤希龙(特级教师)和黄万尧(特级教师)，全书由张乃达统稿。

张乃达

2000年春

目　　录

第一章 幂函数、指数函数和对数函数

1.1 集合与函数

考试要求

内 容

集合、子集、交集、并集、补集

映射、函数(函数的记号、定义域、值域)

函数的单调性,函数的奇偶性

反函数、互为反函数的图象间的关系

要 求

1. 理解集合、子集、交集、并集、补集的概念,了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义,能掌握有关的术语和符号,能正确地表示一些较简单的集合.

2. 了解映射的概念,在此基础上理解函数及其有关的概念,掌握互为反函数的函数图象间的关系.

3. 理解函数的单调性和奇偶性的概念,并能判断一些简单函数的单调性和奇偶性,能利用函数的奇偶性与图象的对称性的关系描绘函数的图象.

考试要点

一 考点分析

1. 对集合的考查，主要集中在对集合有关概念的理解和认识上．而对集合的应用水平则集中在求方程、不等式的解集方面．作为能力考查，一是准确使用集合语言的能力．如对集合 $A=\{x\mid x=2k-1,k\in N\}$ 与 $B=\{x\mid x=2k+1,k\in N\}$；$M=\{y\mid y=x^2+3x+2,x\in R\}$ 与 $\{x\mid y=x^2+3x+2\}$、$\{(x,y)\mid y=x^2+3x+2\}$有什么不同的认识？又如对集合的运算符号的理解．像 $M\cap N=N\Leftrightarrow N\subseteq M$，$M\cup N=N\Leftrightarrow M\subseteq N$ 等．要熟悉．二是能利用韦氏图、数轴、坐标平面的知识，进行数形转换．

2. 对函数性质的考查是考试的热点．考题中有大量的客观性试题直接考查函数的记号、函数值、单调性、奇偶性、周期性的概念．还重点考查反函数的概念，函数图象的对称、平移．函数的定义域和值域，求函数的最值等，这些往往出现在综合问题中．

函数考查主要集中在幂函数、指数函数、对数函数、三角函数，尤其重要的是二次函数．由于二次函数与二次方程、二次不等式有内在联系，考题更重视与二次函数有关的综合问题和应用问题．

因此，在复习中应当重视集合与初等函数概念的理解，从不同的侧面来理解、认识这些概念．观察历年高考题中的不同叙述形式是很有帮助的．

典型考题剖析

1. 集合概念

例 1 (1)(95·全国·理) 已知 I 为全集,集合 M、$N \subset I$. 若 $M \cap N = N$,则

(A)$\overline{M} \supseteq \overline{N}$ (B)$M \subseteq \overline{N}$

(C)$\overline{M} \subseteq \overline{N}$ (D)$M \supseteq \overline{N}$

(2)(99·全国)如图 1-1,I 是全集,M、P、S 是 I 的 3 个子集,则阴影部分所表示的集合是

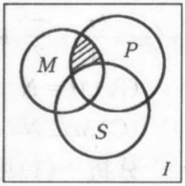

图 1-1

(A)$(M \cap P) \cap S$

(B)$(M \cap P) \cup S$

(C)$(M \cap P) \cap \overline{S}$

(D)$(M \cap P) \cup \overline{S}$

分析 这一类题不给出集合的具体元素,用韦氏图解决比较方便,(1)选 C,(2)选 C.

关键是要理解 $M \cap N = N \Leftrightarrow N \subseteq M$,类似地,$M \cup N = N \Leftrightarrow M \subseteq M$.

例 2 (1)(94·全国) 设全集 $I = \{0,1,2,3,4\}$,$A = \{0,1,2,3\}$;$B = \{2,3,4\}$,则 $\overline{A} \cup \overline{B} =$

(A)$\{0\}$ (B)$\{0,1\}$ (C)$\{0,1,4\}$ (D)$\{0,1,2,3,4\}$

(2)(96·全国) 已知 I 为全集,$I = N$,集合 $A = \{x \mid x = 2n, n \in N\}$,$B = \{x \mid x = 4n, n \in N\}$,则

(A)$I = A \cup B$ (B)$I = \overline{A} \cup B$

(C)$I = A \cup \overline{B}$ (D)$I = \overline{A} \cup \overline{B}$

(3)(96·上海) 已知集合 $M = \{(x,y) \mid x + y = 2\}$,$N = \{(x,y) \mid x - y = 4\}$,那么集合 $M \cap N$ 为

(A)$x=3, y=-1$　　(B)$(3,-1)$

(C)$\{3,-1\}$　　(D)$\{(3,-1)\}$

(4)(97·全国)　设集合 $M=\{x|0\leqslant x<2\}, N=\{x|x^2-2x-3<0\}$集合 $M\cap N=$

(A)$\{x|0\leqslant x<1\}$　　(B)$\{x|0\leqslant x<2\}$

(C)$\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$　　(D)$\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$

(5)(93·全国)　集合 $M=\{x|x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}, k\in Z\}, N=\{x|x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2}, k\in Z\}$,则

(A)$M=N$　　(B)$M\supset N$

(C)$M\subset N$　　(D)$M\cap N=\varnothing$

分析　(1)可求出 $\overline{A}$ 及 $\overline{B}$;(2)要认识 $B\subset A$;(3)求方程组$\begin{cases}x+y=2\\x-y=4\end{cases}$的解后,要注意解集的形式;(4)先要解出 N:$x^2-2x-3<0, -1<x<3$,且 $M\subset N$;(5)要变形:$\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}(2k+1)$而$\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{4}(k+2)$.

答案　(1) C　　(2) C　　(3) D　　(4) B　　(5) C

例 3　(1)(93·全国·理)　已知集合 $E=\{\varphi|\cos\varphi<\sin\varphi, 0\leqslant\varphi\leqslant 2\pi\}, F=\{\varphi|\operatorname{tg}\varphi<\sin\varphi\}$,那么 $E\cap F$ 为

(A)$(\frac{\pi}{2},\pi)$　　(B)$(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$

(C)$(\pi,\frac{3\pi}{2})$　　(D)$(\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4})$

(2)(90·全国)　$I=\{(x,y)|x,y\in R\}, M=\{(x,y)|\frac{y-3}{x-2}=1\}, N=\{(x,y)|y\neq x+1\}$,那么$\overline{M\cup N}=$

(A)$\varnothing$　　(B)$\{(2,3)\}$

(C)(2,3)　　(D)$\{(x,y)|y=x+1\}$

(3)(91·全国)　设全集为R,$f(x)=\sin x$,$g(x)=\cos x$,$M=\{x \mid f(x)\neq 0\}$,$N=\{x \mid g(x)\neq 0\}$,那么集合$\{x|f(x)g(x)=0\}=$

(A)$\overline{M}\cap\overline{N}$　(B)$\overline{M}\cup N$　(C)$M\cup\overline{N}$　(D)$\overline{M}\cup\overline{N}$

分析　这类题综合了三角,解析几何有关知识.

(1) 要由$0\leqslant\varphi\leqslant 2\pi$,$\cos\varphi<\sin\varphi$(可以用正、余弦函数图象,求出$\varphi\in(\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4})$.

由于是求交集,对F,也只须在$0\leqslant\varphi\leqslant 2\pi$研究$\operatorname{tg}\varphi<\sin\varphi$的解:$\varphi\in(\frac{\pi}{2},\pi)\cup(\frac{3\pi}{2},2\pi)$.(这并不等于$F$!)　$\therefore E\cap F=(\frac{\pi}{2},\pi)$.

解题中,也可以用特殊值法.选$\varphi=\frac{3\pi}{4}$试一下,即可选A.

(2)要认识到M中$y-3=x-2$且$x\neq 2$,即$y=x+1$且$x\neq 2$.这就是说,M表示直线$y=x+1$上除去点(2,3)的点的集合.而N表示直线$y=x+1$以外的点的集合.因此$M\cup N$表示平面上点(2,3)以外的所有点的集合.$\therefore\overline{M\cup N}=\{(2,3)\}$.

(3) 直接用交、并集的含义判断.$f(x)\cdot g(x)=0$是$f(x)=0$或$g(x)=0$;即为$\overline{M}\cup\overline{N}$.

例 4　(99·全国)已知映射$f:A\to B$,其中,集合$A=\{-3,-2,-1,1,2,3,4\}$,集合B中的元素都是A中元素在映射f下的象,且对任意的$a\in A$,在B中和它对应的元素是$|a|$,则集合B中的元素的个数是

(A)4　　(B)5　　(C)6　　(D)7

分析 不难由题意知答案为A。

说明 集合问题以选择题为主，重在对集合概念的理解．在其他考题中反映出要正确使用集合语言．

2. 函数奇偶性的判断及应用

例5 (1)(90·全国) 已知$f(x)=x^5+ax^3+bx-8$，且$f(-2)=10$，那么$f(2)=$

(A)-26 (B)-18 (C)-10 (D)10

(2)(96·全国) 设$f(x)$是R上的奇函数，$f(x+2)=-f(x)$，当$0\leqslant x\leqslant 1$时$f(x)=x$，则$f(7.5)=$

(A)0.5 (B)-0.5 (C)1.5 (D)-1.5

(3)(91·全国) 如果奇函数$f(x)$在区间$[3,7]$上是增函数且最小值为5，那么$f(x)$在区间$[-7,-3]$上是

(A)增函数且最小值为-5 (B)增函数且最大值为-5

(C)减函数且最大值为-5 (D)减函数且最小值为-5

(4)(94·全国) 定义在R上的任意函数都可以表示成一个奇函数$g(x)$和一个偶函数$h(x)$之和，如果$f(x)=\lg(10^x+1)$，$x\in R$，那么

(A)$g(x)=x$，$h(x)=\lg(10^x+10^{-x}+2)$

(B)$g(x)=\dfrac{1}{2}[\lg(10^x+1)+x]$，

$h(x)=\dfrac{1}{2}[\lg(10^x+1)-x]$

(C)$g(x)=\dfrac{x}{2}$，$h(x)=\lg(10^x+1)-\dfrac{x}{2}$

(D)$g(x)=-\dfrac{x}{2}$，$h(x)=\lg(10^x+1)+\dfrac{x}{2}$

(5)(93·全国) $F(x)=\left(1+\dfrac{2}{2^x-1}\right)f(x)$ $(x\neq 0)$是偶函数，且$f(x)$不恒等于0，则$f(x)$

(A)是奇函数　　　(B)是偶函数

(C)可能是奇函数也可能是偶函数

(D)不是奇函数也不是偶函数

分析　(1)要观察到 $F(x)=f(x)+8$ 是奇函数.

由 $F(-2)=10+8=18$，$\therefore F(2)=-18=f(2)+8$，

$\therefore f(2)=-26$.　选(A).

(2)要由 $f(x+2)=-f(x)$ 知 $f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$即 4 是$f(x)$的一个周期，$\therefore f(7.5)=f(-0.5)$

又 $f(-0.5)=-f(0.5)=-0.5$，选(B).

(3)可以从图象上观察，由于奇函数图象关于坐标原点对称，容易看出应选(B).

(4)问题给出一个正确命题，要求验证，要判断四个选择项中，$g(x)$是否是奇函数，又 $h(x)$是不是偶函数，还要验证是否有 $g(x)+h(x)=f(x)$. 选(C).

(5)由 $F(x)-F(-x)=0$，得 $\left(1+\frac{2}{2^x-1}\right)f(x)$

$+\left(1+\frac{2}{2^{-x}-1}\right)f(-x)=\left(1+\frac{2}{2^x-1}\right)f(x)$

$+\left(1+\frac{2-2^x}{1-2^x}\right)f(-x)=\left(\frac{2^x+1}{2^x-1}\right)[f(x)+f(-x)]=0$,

$\therefore f(x)=-f(-x)$，$\therefore$ 选(A).

说明　这几个考题都是要考查函数奇偶性的概念.(1)要看出“$f(x)+8$”是奇函数，(2)要由 $f(x)=-f(-x)$及 $f(x+2)=-f(x)$得出 $f(x)$是以 4 为周期的函数，这都要求对奇偶性概念有深刻的认识.

(4)是课本中一道习题的变形：研究 $f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$与 $g(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$的奇偶性. 而(5)是一道熟题“证明函数 $f(x)$