

总主编/蔡上鹤

特别
合作

sina 新浪网
中学生学习报

Magic

魔力！高效！经典！权威！



魔法数学

Magic Math

专题突破

空间直线与平面

体验征服学习考试
精彩感觉！

高中版

丛书主编/严文科

请认准此防伪标识



补上你知识木桶上
最短的那一块

- 最全面、最创新的素质教育
- 最科学、最优化的学习流程
- 最新颖、最独到的情境设置



著名节目主持人
魔法书精品群代言人

何炅

长征出版社
CHANGZHENG PRESS



Magic



魔力！高效！经典！权威！

魔法数学

Magic Math

专题突破

空间直线与平面

高中版

丛书主编/ 严文科

本册主编/ 李 慧 朱 林

编 委/ 关清波 于文君 于春明

孙江昆 张 笋 杜敦杰

孙炳木 邵承青 周正实

长征出版社
CHANGZHENG PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

魔法数学专题突破. 高中: 空间直线与平面/李慧, 朱林主编.
—北京: 长征出版社, 2004

ISBN 7-80015-814-4

I. 魔… II. ①李… ②朱… III. 数学课—高中—教学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 044322 号

魔法数学专题突破高中版

主创设计 / 魔法教育发展研究中心

电 话 / 010—80602977

网 址 / <http://www.magic365.com.cn>

出 版 / 长征出版社

(北京市西城区阜外大街 34 号 邮编: 100832)

行销企划 / 北京九恒世纪文化有限公司

(服务热线: 010—80602977)

经 销 / 全国新华书店

印 刷 / 保定市印刷厂

开 本 / 880×1230 1/32

字 数 / 4160 千字

印 张 / 130 印张

版 次 / 2004 年 6 月第 1 版

印 次 / 2004 年 6 月第 1 次印刷

书 号 / ISBN 7-80015-814-4/G · 313

全套定价 / 192.00 元

版权所有·侵权必究



致读者

在新的世纪,国内基础教育正发生着日新月异的变化,广大教师和学生中学教辅读物出版创新的呼声也此起彼伏:中学教辅需要精品,需要品牌,需要从更远、更新的角度重新打造!在这一大背景下,魔法英语以其独特的品质和魅力赢得了读者的尊重和认可,应接不暇的咨询电话和雪片般的订单让我们更加深刻地体会到:中国的基础教育太需要“魔法”这样卓越的图书了!

数以万计的中学教师和学生问我们:你们何时出版“魔法语文”“魔法数学”“魔法物理”“魔法化学”等其他学科的图书?

肩负着社会的责任,带着广大中学师生的期盼,我们联合了美国蒙登戈国际语言研究中心、英国剑桥国际语言研究院等国内外数十所教育研究机构,邀请了张定远、蔡上鹤、薄冰、张同恂、程耀尧、刘真、杨启楠、臧嵘、刘淑梅等十余名基础教育界权威、国内顶级教材专家,在北京四中、黄冈中学、华东师大附中、清华大学附中、北大附中等国内百余所重点中学的鼎力协助下,隆重推出了以《魔法英语》为龙头的《魔法语文》《魔法数学》《魔法物理》《魔法化学》《魔法生物》《魔法政治》《魔法历史》《魔法地理》系列魔法图书。

“享受学习每一刻!”是魔法系列图书最基本的理念,我们希望把魔法系列图书这一成功的理念推广到中学教育的每一个学科、每一个年级、每一个领域。

一千多位教育专家及知名特高级教师联手缔造的魔法系列图书,已经走在中学教辅图书的最前沿,成为一个全新的中学教辅品牌!一个真正由专家打造的具有国际品质的中学教辅品牌!

我们希望给中学生提供一个崭新的学习平台,为每位读者付出的时间和殷切的期待提供丰厚的回报。我们力求通过不懈的努力,让魔法系列图书解放中学生的学习,解放中学生的考试,让学习变得“轻松、快乐、高效”的思想光芒照耀每位读者!

我们与读者的心是相通的,同广大一线教师的心是相通的。现在,我们付出的每一份努力,都得到了广大教师和读者的支持和肯定。面对这些鼓励和关怀,我们将会以百倍的努力来报答。未来我们会做得更好,这是我们的目标,也是我们不变的承诺。

魔法系列图书愿做中学生学习的最佳助手,最贴心的朋友!让魔法系列图书伴随着我们的幸福、快乐和回忆,一起成长!

魔法教育发展研究中心
2004.6





前言

Preface

根据教育专家多年的研究发现,几乎每位学生在学习过程当中都有薄弱的学科,每一学科中都有薄弱的专题,而正是这些薄弱学科、薄弱的专题阻碍了学生的成功。“亡羊补牢,未为迟也。”为了帮助更多中学生在高考中走向成功,我们组织了全国数十名有多年教学和研究经验的特高级教师、教研员,在张定远、薄冰、蔡上鹤、张同恂、程耀尧、刘真、杨启楠、臧嵘、刘淑梅等中学教育界权威、教材专家的悉心指导下,在北京四中、黄冈中学、华东师大附中、清华大学附中、北大附中等国内百余所重点中学的鼎力协助下,精心编写了本系列图书。

本丛书在编写过程中秉承“科学划分、高效实用”的编写理念,尊重现行教材体系,依据教学大纲与考试大纲,结合近几年数学命题实践及课堂教学实际,将高中数学专题科学地设置为:《集合与简易逻辑》《函数》《数列》《三角函数》《平面向量》《不等式》《直线与圆的方程》《圆锥曲线方程》《空间直线与平面》《空间向量与简单几何体》《排列、组合、二项式定理》《概率统计(理)》《概率统计、导数(文)》《极限、导数、复数(理)》《高中数学思想方法》十五个分册。

本书具备如下特点:

细分专题,针对性强:适合高中不同年级的学生对自己的薄弱学科、薄弱专题集中复习,不受年级、教材限制。

内容详尽,重点突出:以大纲为面,考纲为线,所有该专题的内容全面详尽,重点难点内容突出。

表述灵活,直观高效:本书灵活使用图、表、眉批、旁注等多种表达方式进行内容阐述,使平常枯燥的学习过程变得直观、具体、高效。

信息敏锐,材料新颖:本书采用了大量的前沿性、趣味性、现实性资料,结合最新的高考信息和命题趋势,从最新的角度组织学习和复习,具有很强的实用性和超前性。



前言

Preface

丛书栏目功能定位如下:

【考考动态】紧扣教学大纲和考试大纲,总结分析中学教学教材改革的新趋势、新动向,突出最新考试信息和对未来高考命题走向的预测,有很强的指向性。

【知识精讲】对所涉及科目的知识点,高度集中地作全面、详尽地分析,以利学生在有限的时间里,集中补差、补弱,系统有效地提高自己的知识能力,补上自己知识木桶上最短的那一块。

【经典例题】针对**【知识精讲】**中的内容,重点精选一线教师多年积累的最典型例题进行分析,与知识精讲栏目形成互动,总结规律,点拨技巧,使学生融会贯通,举一反三,触类旁通。

【思维跨越】对重点、难点和热点延伸,使学生既从点上把握,又能够纵横扩展,最终对所学知识能够达到点面结合,灵活运用。

【范例剖析】针对**【思维跨越】**中的内容,对综合性强的拓展题作解析,结合最新的《考试大纲》,评价每道题的命题角度和能力层级要求,分析解题过程,点拨解题技巧。

【高考连线】收集了与本节内容相关的近几年的高考题并进行简要解析,使学生了解高考,感受高考,为决胜高考做准备。

【专题训练】专题训练由三个层次组成,第一层次的基础训练,重在基础;第二层次的拓展训练,重在提高;第三层次的综合训练,重在运用。通过这三个层次的练习从而使知识的训练由浅入深,阶梯形提高,最终达到把握基础知识,培养和提高学生的综合素质和应考能力。

尽管我们在编写过程中,本着对学生高度负责的态度,处处把关,但如果还有疏漏,诚请读者指正。

编者

2004年6月于北京



目 录

Contents

第一讲 平面、空间两条直线	(2)
教考动态	(2)
知识精讲	(2)
经典例题	(4)
思维跨越	(5)
范例剖析	(6)
高考连线	(9)
专题训练	(12)
轻松阅读	(16)
答案解析	(22)
第二讲 直线与平面	(26)
教考动态	(26)
知识精讲	(26)
经典例题	(27)
思维跨越	(28)
范例剖析	(30)
高考连线	(32)
专题训练	(36)
轻松阅读	(41)
答案解析	(43)
第三讲 平面与平面	(49)
教考动态	(49)
知识精讲	(49)
经典例题	(50)
思维跨越	(52)
范例剖析	(53)
高考连线	(56)
专题训练	(61)
轻松阅读	(66)
答案解析	(69)



目 录

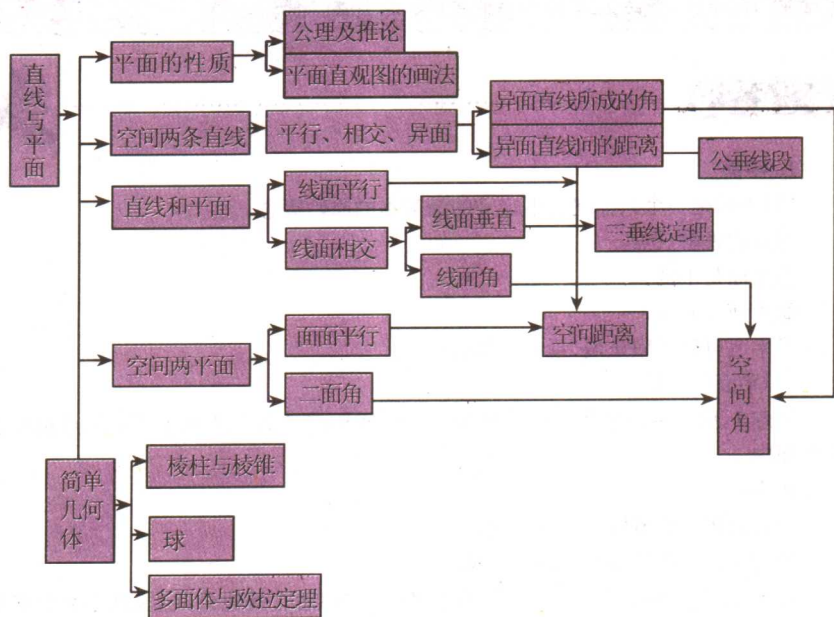
Contents

第四讲 空间角和距离	(76)
教考动态	(76)
知识精讲	(76)
经典例题	(77)
思维跨越	(79)
范例剖析	(80)
高考连线	(86)
专题训练	(91)
轻松阅读	(95)
答案解析	(97)
第五讲 棱柱和棱锥	(102)
教考动态	(102)
知识精讲	(102)
经典例题	(104)
思维跨越	(105)
范例剖析	(106)
高考连线	(113)
专题训练	(117)
轻松阅读	(121)
答案解析	(122)
第六讲 多面体、欧拉公式、球	(127)
教考动态	(127)
知识精讲	(127)
经典例题	(128)
思维跨越	(130)
范例剖析	(130)
高考连线	(135)
专题训练	(139)
轻松阅读	(143)
答案解析	(145)



空间直线与平面

知识网络构建





第一讲 平面、空间两条直线

教考动态



1. 教考要求: (1)掌握平面的基本性质; (2)会用斜二测的画法画水平放置的平面图形的直观图; (3)能够画出空间两条直线、直线和平面的各种位置关系的图形,能够根据图形想像它们的位置关系. 教纲、考纲一致

2. 命题动态:这部分知识是高中立体几何的基础知识. 在高考中一般只能出概念辨析、识图及空间两条直线所成的角和距离的题.

知识精讲



1. 平面

(1)平面是一个只描述而不定义的最基本的原始概念.

对其应理解三点:

- ①平面是平的;
- ②平面无厚度;
- ③平面可以无限延展,是无边界的.

(2)平面的性质:

公理 1:如果一条直线上的两点在一个平面内,那么这条直线上所有的点都在这个平面内.

作用:

- ①它是用直线鉴别平面的方法;
- ②它是证明直线在平面内的依据.

公理 2:如果两个平面有一个公共点,那么它们还有其他公共点,这些公共点的集合是一条直线.

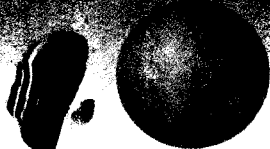
作用:

- ①它是判定两平面相交的方法;
- ②它说明两平面交线与两平面公共点之间的关系,交线必过公共点;
- ③它是判断点在直线上,即证若干点共线的依据.

公理 3:经过不在同一条直线上的三点有且只有一个平面. 简称为:不共线的三点确定一平面.



Magic



第一讲 平面、空间两条直线.....

推论 1: 经过一条直线和这条直线外的一点有且只有一个平面.

推论 2: 经过两条相交直线, 有且只有一个平面.

推论 3: 经过两条平行直线, 有且只有一个平面.

公理 3 及其推论的作用:

①它是在空间中确定平面的依据;

②它是证明两平面重合的依据;

③它为立体几何问题转化为平面几何问题提供了理论依据和具体办法.

公理的应用:

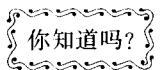
①证明线共面. 一般是三线共面作“原始题”从而推广到多线共面.

一般又有两种证法: 一是两线确定一个平面, 再证明第三线在这个平面内; 二是其中两条直线确定一个平面 α , 另两条直线确定一个平面 β , 而 α, β 又同时具有确定一个平面的公共条件, 进而 α, β 重合, 从而三线共面.

②证明三点共线, 只要证明三点都是两平面的公共点即可.

③证明三线共点要先证两条直线交于一点, 再证明第三条直线也经过这点, 把

问题化归到证点在直线上.



2. 空间两条直线

空间两条直线的位置关系有三种: 平行、相交、异面. 这不同于解析几何中将两直线重合作为一种位置关系, 立体几何中讨论的两直线都是指不重合的两直线.



(1) 平行直线

定义: 同一平面内两条不相交的直线称为平行直线.

(2) 公理 4: 平行于同一条直线的两条直线互相平行.

它是证明“对应边平行且方向相同的两个角相等”这个定理的基础, 也是证明线线平行的重要依据.

(3) 等角定理: 如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行并且方向相同, 那么这两个角相等.

推论: 如果两条相交直线和另两条相交直线分别平行, 那么这两组直线所成的锐角(或直角)相等.

(4) 异面直线.

定义: 不同在任何一个平面内的两条直线叫做异面直线.

(5) 异面直线所成的角

定义: 直线 a, b 是异面直线, 经过空间任意一点 O , 分别引直线 $a' // a, b' // b$, 我们把直线 a' 和 b' 所成的锐角(或直角)叫做异面直线 a 和 b 所成的角.



Magic



魔法数学专题突破 空间直线与平面.....

在定义中,空间一点 O 是任意选取的,根据等角定理,可以肯定异面直线 a 和 b 所成的角与 a' 和 b' 所成的锐角(或直角)相等,而与点 O 的位置无关.

(6) 两条异面直线的公垂线

定义:和两条异面直线都垂直相交的直线叫做两条异面直线的公垂线.

两条异面直线的公垂线在这两条直线间的线段的长度,叫做异面直线间的距离.

经典例题



例1 求证: $AB \subset \alpha, CD \subset \beta, \alpha \cap \beta = EF, AB \cap CD = M$, 则 $M \in EF$.

解: 如图 1-1, $\because AB \cap CD = M \quad \therefore \begin{cases} M \in AB \\ AB \subset \alpha \end{cases} \Rightarrow M \in \alpha \quad \text{且} \quad \begin{cases} M \in CD \\ CD \subset \beta \end{cases} \Rightarrow M \in \beta$
 $\therefore M \in \alpha \cap \beta \Rightarrow M \in EF$

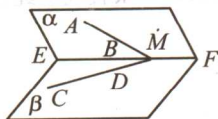


图 1-1

这个问题的证明用了哪些知识?

例2 求证:不交于同一个点的四条直线两两相交,则这四条直线共面.

解: (1) 若三直线 l_1, l_2, l_3 交于一点 A (如图 1-2), 则 l_1, l_3 确定一个平面 α . $\therefore B \in \alpha, D \in \alpha, \therefore BD \subset \alpha, \therefore l_4 \subset \alpha, \therefore C \in BD, \therefore C \in \alpha$, 又 $\because A \in \alpha, \therefore AC \subset \alpha, \therefore l_2 \subset \alpha \therefore l_1, l_2, l_3, l_4$ 四线共面.

(2) 若两直线交于一点, (如图 1-3): $l_1 \cap l_2 = A$. l_1, l_2 确定一个面 α , 则 $B \in \alpha, C \in \alpha \Rightarrow l_3 \subset \alpha$. 同理: $l_4 \subset \alpha \Rightarrow$ 四线共面.

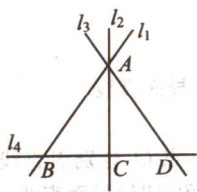


图 1-2

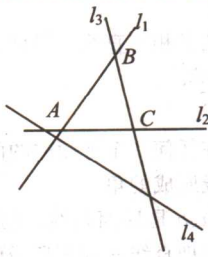
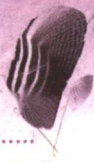


图 1-3



Magic



第一讲 平面、空间两条直线

变式题: 有 n 条直线两两相交, 其中任意三条均不共点, 则这 n 条直线在同一平面内.

解: 设 l_1 与 l_2 交于 A , 则 l_1, l_2 确定平面 α , 在余下 $n-2$ 条直线中任取一条直线 l_k , 可证 $l_k \subset \alpha$, 由 l_k 的任意性知命题获证.

例 3 已知平面 α 和 $\beta, \alpha \cap \beta = a, b \subset \beta$, 且 $b \cap a = A, c \subset \alpha$, 且 $c \parallel a$.

求证: b, c 是异面直线.

解: 对异面直线的证明, 如果利用定理直接证明, 必须掌握定理的核心“两在”与“两不在”, 四点必须叙述完全. 特别是这个性质定理在立体几何中并不经常用, 而且结论往往显而易见, 此时如果用反证法往往容易完成, 但要注意证明异面必须否定 $b \parallel c$ 和 b 与 c 相交这两种情况, 而用异面直线的判定定理证明就更加容易.

例 4 如图 1-4, 有共同底边的等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle BCD$ 所在平面互相垂直, 则异面直线 AB 和 CD 所成角的余弦值为_____.

提示: 如图 1-5, 作 $AO \perp BC$, 连 OD , 作 $BE \parallel CD, DE \parallel BC$ 交于点 E , 连 AE . 易知 $\angle ABE$ (或补角) 即异面直线 AB, CD 据所成的角, 且 $AB \perp DE$.

设正三角形边长为 a , 可得: $AB = a, BE = a, AE = \sqrt{\frac{5}{2}}a$.

由余弦定理得

$$\cos \angle ABE = -\frac{1}{4}, \therefore \text{异面直线 } AB \text{ 和 } CD \text{ 所成角的余弦值是 } \frac{1}{4}.$$

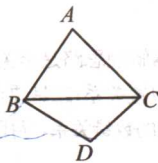


图 1-4

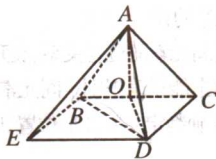


图 1-5

思维跨越



1. 所谓异面直线是指不同在任何一个平面内的两条直线, 其含义是不存在这样的平面, 能同时经过这两条直线, 不可误解为“分别在两个平面内”, 应明确分别在两个平面内的两直线, 可能是相交直线, 还可能是平行直线, 即不一定是异面直线.

2. 判定空间两条直线是异面直线的方法:

Magic

魔法数学专题突破 空间直线与平面·····

(1) 根据异面直线的定义;

(2) 根据异面直线的判定定理,即“过平面外的一点与平面内的一点的直线,和这平面内不经过该点的直线是异面直线”;

(3) 反证法.

3. 求两条异面直线所成的角的大小的一般方法:

通过平行移动直线,把异面问题转化为共面问题来解决. 根据空间等角定理及推论、异面直线所成的角的大小与顶点位置无关,将角的顶点取在其中的—条直线上,特别地可以取其中—条直线与另一条直线所在平面的交点或异面线段的端点,总之顶点的选择要与已知量有关,以便于计算. 具体步骤如下:

(1) 利用定义构造角,可固定—条,平移—条,或两条同时平移到某个特殊的位置,顶点选在特殊的位置上;

(2) 证明做出的角即为所求角;

(3) 利用三角形来求角,异面直线所成角的范围是 $(0, \frac{\pi}{2}]$.

此过程的思想方法仍是把空间问题转化为平面问题,从解决平面问题入手,而使空间问题得以解决.

4. 两条异面直线的距离是用两条异面直线的公垂线段定义的.

计算异面直线的距离,在简单情况下可先确定异面直线公垂线的位置,再计算公垂线段的长度,但是通常情况下,确定异面直线的公垂线位置比较困难,这时可采用“转化法”.

需要说明的是:

(1) 对于异面直线的距离,只要求会计算给出公垂线时的情形,在高考试题中其他情况不常考查,因而无需复杂化;

(2) 平行直线在空间仍具有传递性,即公理 3 所推出的“等角定理”成为分析线线角、线面角、面面角的理论基础.

空间图形应注意的两个问题:

图形对于分析空间元素的位置关系、展开想像、探索解题思路是至关重要的,学习时一定要注意:一是画图、识图,能正确识别空间元素点、线、面位置关系;二是要重视改变视角的常规位置的画图训练,能正确判定空间图形位置、形状及存在的数量关系,寻找解题思路或途径.

范例 1 正方体的一条对角线与正方体的棱所组成的异面直线有()

● 12 对

● 10 对

● 8 对

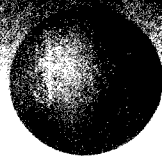
● 6 对

解: 正方体中,共有 12 条棱,去掉与对角线相交的六条,余下的六条皆与该对角线构成异面直线. 故选 D.

变式题 1: 长方体有 12 条棱,可以组成 n 对不同的异面直线,则 n 等于()



Magic



第一讲 平面、空间两条直线.....

④ 12

⑤ 18

⑥ 24

⑦ 42

变式题 2: 正方体中,一共有 12 条棱,12 条面对角线,4 条体对角线,共 28 条,其中平行直线有多少对? 相交直线有多少对? 异面直线有多少对?

范例 2 四边形的三条边在同一平面内,求证:第四条边和两条对角线也在这个平面内.

解: 由题意可知:构成这个四边形的四个顶点一定在同一平面内,则两条对角线和第四条边上就都分别有两个点在这个平面内,根据公理 1 可知结论是正确的.

变式题 1: 已知直线 l 和这条直线外一点 P ,求证:所有经过 P 点与 l 相交的直线必在同一平面内.

变式题 2: 一条直线和两条平行直线相交,另一条直线也和这两条平行直线相交,求证:这四条直线在同一平面内.

变式题 3: 求证:与同一条直线相交且相互平行的所有直线在同一平面内.

范例 3 如图 1-6,画一个正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$,再画出平面 ACD_1 与平面 BDC_1 的交线,并且说明理由.

解: $\because F \in CD_1 \therefore F \in \text{平面 } ACD_1 \quad \because E \in AC \therefore E \in \text{平面 } ACD_1$
 $\text{又 } \because E \in BD \therefore E \in \text{平面 } BDC_1 \quad \because F \in DC_1 \therefore F \in \text{平面 } DC_1B \therefore EF \text{ 为所求.}$

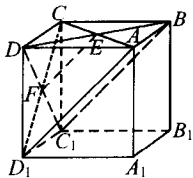


图 1-6

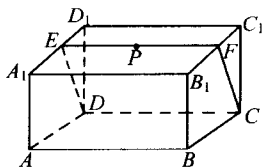


图 1-7

变式题: 如图 1-7,在一块长方形木块的面上有一点 P ,木匠师傅要用锯子从 P 和 CD 将木块分成两块,问怎样画线.

在生活中你可会用?

范例 4 如图 1-8, O_1 是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的上底面的中心,过 D_1, B_1, A 作一个截面,求证:此截面与对角线 A_1C 的交点 P 一定在 AO_1 上.

解: $\because O_1$ 为上底面中心.

$\therefore O_1 \in A_1C_1 \Rightarrow O_1 \in \text{面 } A_1C_1CA$. 又 $\because O_1 \in B_1D_1, \therefore O_1 \in \text{面 } AB_1D_1$. 且 $A \in \text{面 } AB_1D_1, A \in \text{面 } A_1C_1CA, \therefore \text{面 } AB_1D_1 \cap \text{面 } A_1C_1CA = AO_1, \therefore P \in A_1C, \therefore P \in \text{面 } A_1C_1CA$

又 $P \in \text{截面 } AB_1D_1 \therefore P \in \text{面 } AB_1D_1 \cap \text{面 } A_1C_1CA = AO_1$. 即截面 AB_1D_1 与对角线 A_1C 的交点 P 一定在 AO_1 上.

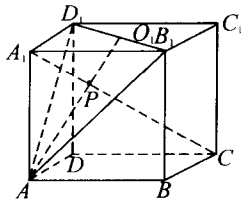


图 1-8

范例 5 如图 1-9, 在空间四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AD, BC 上的点, 且 $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} = \frac{1}{2}$, $AB = CD = 3$, $EF = \sqrt{3}$, 求 AB 与 CD 所成的角的大小.

解: 取 BD 三等分点 G , 则 $EG \parallel AB, EG = 2$.

$GF \parallel CD, GF = 1$. $\therefore EG$ 与 GF 的夹角即为所求.

$$\cos \angle EGF = \frac{EG^2 + GF^2 - EF^2}{2EG \cdot GF} = \frac{4 + 1 - 3}{2 \times 2 \times 1} = \frac{1}{2}$$

$\therefore$ 所成的角的余弦为 $\frac{1}{2}$, 所成的角的大小为 $\frac{\pi}{3}$.

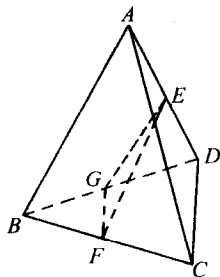


图 1-9

范例 6 如图 1-10, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 2a, AA_1 = a$, E 和 F 分别是 A_1B_1 和 BB_1 的中点. 求:

(1) EF 和 AD_1 所成的角的正弦值;

(2) A_1D_1 和 BB_1 间的距离;

(3) AC_1 和 B_1C 所成的角的余弦值.

解: (1) $\left. \begin{array}{l} A_1B \parallel EF \\ BC_1 \parallel AD_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \angle A_1BC_1$ 即为 EF 和 AD_1 所成的角

$$AD_1 = \sqrt{a^2 + 4a^2} = \sqrt{5}a = BC_1 \quad A_1B = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5}a$$

$$A_1C_1 = \sqrt{(2a)^2 + (2a)^2} = 2\sqrt{2}a$$

$$\therefore \cos \angle A_1BC_1 = \frac{5a^2 + 5a^2 - 8a^2}{2 \times 5a^2} = \frac{10 - 8}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \sin \angle A_1BC_1 = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

(2) $\left. \begin{array}{l} A_1D_1 \perp A_1B_1 \\ A_1B_1 \perp BB_1 \end{array} \right\} \Rightarrow A_1B_1$ 为 A_1D_1, BB_1 的公垂线段

$$A_1B_1 = AB = 2a$$

$\therefore A_1D_1$ 与 BB_1 的距离为 $2a$.

(3) 如图 1-11, 延长 D_1A_1 到 F 使 $A_1F = D_1A_1$, 则 $AF \parallel DA_1 \parallel CB_1$.

$\therefore AC_1$ 和 B_1C 的夹角就是 AF 与 AC_1 的夹角.

$$AF = B_1C = \sqrt{5}a \quad AC_1 = \sqrt{a^2 + 4a^2 + 4a^2} = 3a$$

$$FC_1 = \sqrt{(2a)^2 + (4a)^2} = \sqrt{20}a = 2\sqrt{5}a$$

$$\therefore \cos \angle FAC_1 = \frac{5a^2 + 9a^2 - 20a^2}{2 \times \sqrt{5}a \cdot 3a} = \frac{-6}{6\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$\therefore AC_1$ 与 B_1C 所成的角的余弦值为 $-\frac{\sqrt{5}}{5}$.

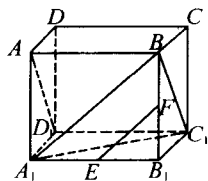


图 1-10

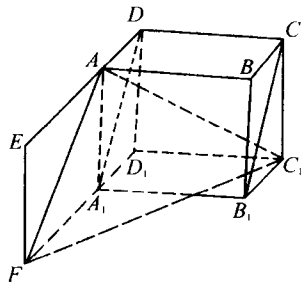


图 1-11