

只有掌握正确的解题方法 考试才能取得高分

NEW  
Sunshine



新课标

初中

代数

主编：张少玉

解题方法

大全



北京出版社出版集团  
北京教育出版社

只有掌握正确的解题方法 考试才能取得高分

NEW  
Sunshine



新课标

初中

代数

解题方法 大全



主编：张少玉

北京出版社出版集团  
北京教育出版社

# 前

# 言

在新一轮的课程改革中,新的数学课程标准、新的数学实验教科书,都对广大师生的教与学活动提出了新的要求。饱孕新一代教改理念的新教材正逐步进入校园,在这场“教育改革”中,考试内容和模式也逐渐变化,新的学习策略正在生成。新陈代谢之际,作为始终坚持在课改第一线的教师编写本书,就是为了使这种学习策略能够成为众多学生容易共享的资源。本书与教材同步配套,从七年级到九年级全程贯通,本书注重导学,着力于基础知识基本能力的全面掌握,并结合渗透学生分析问题和解决问题能力的培养,面向全体学生。同时以点带面,全面提升。本书以培养能力为导向,以新课改理念为指针,以中考获胜为目标,以期让初中学生的潜能得到最大限度发挥。

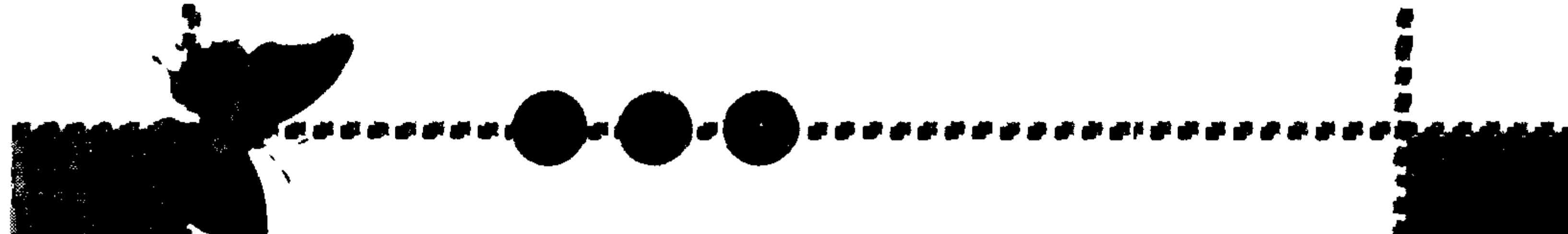
**本书具备这样一些显著的特点:**

## **1. 与最新教材同步。**

依据教育部最新颁发的《义务教育课程标准》和人教版、北师大版、华师大版的《义务教育课程标准实验教科书》,并结合近年来全国各省市的中考情况和今后中考发展趋向的信息,同步、分章节编写。紧紧围绕大纲及教材,结合学生在学习中的实际问题,注重加强基础知识和基本技能的训练;注重学生分析问题、解决问题能力的训练;精选题目,强化训练学生对知识点的理解和应用。

## **2. 设计的讲解过程科学合理,符合学生思维规律。**

力求体现教改新理念,又避免花哨,从栏目设置到内容编写,做到简明实用,返璞归真,从而真正体现了学生的主体地位。本书结构上分为《基础篇》:选编了一定数量的启发性、实用性较强的典型例题,主要教给学生如何寻求解题的突破口,进而提高学生灵活运用知识解决实际问题的能力;《能力篇》:选编的典型例题既注重基础知识灵活运用,又注重综合能力的培养与提高。对典型例题进行全面剖析,书中的体例解答中设计了【思路分析】提纲挈领,有利于学生提高能力;【方法过程】独辟蹊径,体现了规范和优化设计;【点拨指导】总结解题过程的注意点,剖析解题技巧的关键处;【配套练习】供学生作同步训练,以及“配套练习解答”。在行文上,使用




学生乐于接受的平易晓畅的语言。在选题上,体现时代感,突出人文性。

### 3. 题型新颖、覆盖面大,解题具有示范性。

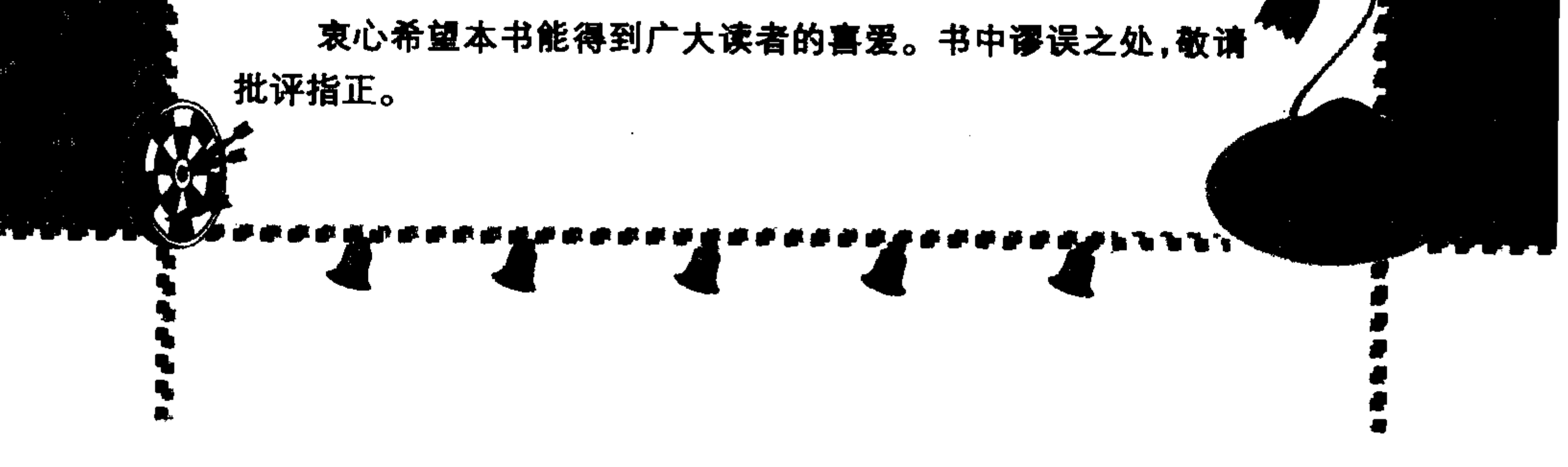
题型既考虑到实用性和适用性,由浅入深,以点带面,由一般到特殊,讲解深刻,具有题型多样、覆盖全面、针对性强的特点,有利于学生举一反三;又注意到各学科知识间的交叉渗透,注意到知识的迁移能力的提高,并以知识板块为体系组合成高效能的分析问题、解决问题的实际综合能力,亦即知识运用重组——跨学科的知识巡航能力。书中选用题型(材料)都是按中考要求精心设计挑选,让读者耳目一新。《基础篇》中将每章的基本知识点用典型题解析的形式解说,通过对典型题的分析、解答和点评,有针对性地讲解基础知识、基本理论和基本技能,理论联系实际,增强了实用性;将每章的知识点延伸问题用典型题解析的形式解说,通过对典型题的分析、解答和点评,具体讲解如何运用基础知识分析问题、解决问题,系统的解题思路拉动了基础知识的升华;《能力篇》中每章的综合问题、开放问题和应用问题用典型题解析的形式解说,通过对典型例题的分析、解答和点评,详细讲解如何综合运用知识强化创新意识和实践能力的培养。本书在题解上突出了最优解题程序,强调了解题的示范性。

### 4. 选题难易适中,梯度合理。



选题难易适中,适应所有的学生,循序渐进,通过对若干精选的例题解题思路分析和具体的解答过程及题末的点拨指导,揭示了解题的思维方法和技巧。教给学生掌握每个知识点的学习方法,让学生抓住知识点,再进行精辟的分析,解决其中的重点及难点,使其可以举一反三,触类旁通。书中对一些不易掌握、易混淆、易理解错的概念均有提示及相应的解题方法。既不增加学生的负担,“入门既不难,深造也是做得到的”,严格按大纲与教材规定的范围,不出繁难的计算题和证明题,又在思维和解题能力上适当拓宽;既保证了内容的基础性,又兼顾到学生解综合问题的能力。在填补现行教材和现有教学辅导书这方面的空白上,做了大胆的尝试。突出了题型多样化,分析细致精当,注意到学生的智力发展规律,《能力篇》的若干题目在一定程度上突破了教学大纲的限制,着重训练了学生的自学能力,以提高他们的创新思维能力,所以显示出鲜明的创新性、时代性、示范性。

衷心希望本书能得到广大读者的喜爱。书中谬误之处,敬请批评指正。





# 目 录

## 第一章 有理数及其运算

- ▶ 基础篇 ..... 1
- ▶ 能力篇 ..... 13
- ▶ 配套练习 ..... 21

## 第二章 字母表示数

- ▶ 基础篇 ..... 24
- ▶ 能力篇 ..... 30
- ▶ 配套练习 ..... 35

## 第三章 一元一次方程

- ▶ 基础篇 ..... 38
- ▶ 能力篇 ..... 48
- ▶ 配套练习 ..... 56

## 第四章 生活中的数据(一)

- ▶ 基础篇 ..... 59
- ▶ 能力篇 ..... 60
- ▶ 配套练习 ..... 66

## 第五章 生活中的数据(二)

- ▶ 基础篇 ..... 69
- ▶ 能力篇 ..... 72
- ▶ 配套练习 ..... 76



## 第六章 可能性

- ▶ 基础篇 ..... 79
- ▶ 能力篇 ..... 81
- ▶ 配套练习 ..... 83

## 第七章 整式运算

- ▶ 基础篇 ..... 85
- ▶ 能力篇 ..... 97
- ▶ 配套练习 ..... 107

## 第八章 概率

- ▶ 基础篇 ..... 110
- ▶ 能力篇 ..... 112
- ▶ 配套练习 ..... 115

## 第九章 变量关系

- ▶ 基础篇 ..... 117
- ▶ 能力篇 ..... 119
- ▶ 配套练习 ..... 122

## 第十章 实数

- ▶ 基础篇 ..... 126
- ▶ 能力篇 ..... 139
- ▶ 配套练习 ..... 146

## 第十一章 位置的确定

- ▶ 基础篇 ..... 148
- ▶ 能力篇 ..... 156
- ▶ 配套练习 ..... 162



**第十二章 一次函数**

- ▶ 基础篇 ..... 165
- ▶ 能力篇 ..... 173
- ▶ 配套练习 ..... 183

**第十三章 二元一次方程**

- ▶ 基础篇 ..... 186
- ▶ 能力篇 ..... 196
- ▶ 配套练习 ..... 208

**第十四章 数据的代表**

- ▶ 基础篇 ..... 211
- ▶ 能力篇 ..... 213
- ▶ 配套练习 ..... 216

**第十五章 不等关系**

- ▶ 基础篇 ..... 218
- ▶ 能力篇 ..... 227
- ▶ 配套练习 ..... 239

**第十六章 因式分解**

- ▶ 基础篇 ..... 241
- ▶ 能力篇 ..... 246
- ▶ 配套练习 ..... 254

**第十七章 分式**

- ▶ 基础篇 ..... 256
- ▶ 能力篇 ..... 265
- ▶ 配套练习 ..... 276

## 第十八章 数据的收集与整理

- ▶ 基础篇 ..... 278
- ▶ 能力篇 ..... 282
- ▶ 配套练习 ..... 288

## 第十九章 一元二次方程

- ▶ 基础篇 ..... 291
- ▶ 能力篇 ..... 299
- ▶ 配套练习 ..... 321

## 第二十章 反比例函数

- ▶ 基础篇 ..... 323
- ▶ 能力篇 ..... 327
- ▶ 配套练习 ..... 336

## 第二十一章 频率与概率

- ▶ 基础篇 ..... 338
- ▶ 能力篇 ..... 342
- ▶ 配套练习 ..... 350

## 第二十二章 二次函数

- ▶ 基础篇 ..... 353
- ▶ 能力篇 ..... 366
- ▶ 配套练习 ..... 386

## 第二十三章 统计与概率

- ▶ 基础篇 ..... 388
- ▶ 能力篇 ..... 394
- ▶ 配套练习 ..... 400
- ▶ 配套练习解答 ..... 404





## 第 一 章

## 有理数及其运算

## 基础篇

Ji Chu Pian

**例 1** 下面是小莉近几天的零用钱的花费情况,你能看懂小莉的账本吗?请帮小莉说明一下.你也能像小莉一样建立一个自己的零用钱账本吗?

日期	用途(来源)	金额
9.3	妈妈(月零用钱)	100.00
9.4	买饮料	-3.00
9.5	书	-12.00
9.5	吃麦当劳	-25.00
9.8	买烟剩余	4.50
9.9	买笔	-3.00
9.9	贺年卡	-2.00

## 思路分析

关键是能看懂小莉的帐本,明确其中正、负数所表示的意义即可.

## 方法过程

9月3日妈妈给了小莉一个月的零用钱100元,9月4日,小莉买饮料花了3元;9月5日小莉上书店买书花了12元,同日吃麦当劳花去了25元;9月8日帮爸爸买烟得到了剩下的4.5元,9日买笔花去了3元,同日再买贺年卡花去了2元.

## 点拨指导

①自觉地使用正、负数表示相反意义的量,是你对数字意义认识的一大进步.

②用正、负数表示相反意义的量,并不是固定不变的,习惯上把上升、前进、增加、收入、高出等用正数表示,把具有相反意义的量用负数表示.

③0不再仅仅表示没有的意思,温度是0摄氏度不是没有温度,0还可以表示具体的数量.

④正与负不仅互相矛盾,互相对立,而且相互依赖,相互依存.

**例 2** 把下面各数分别填在相应的大括号里:

$$-10, 15, \frac{2}{3}, 0, -\frac{2}{7}, -2.5, 103, -3.14, +\frac{3}{5}, \frac{3}{2}$$

分数集合: { ..... }

自然数集合: { ..... }

负整数集合: { ..... }

正分数集合: { ..... }

整数集合: { ..... }

负数集合: { ..... }



### 思路分析



首先要明确各集合意义:正数集合包括所有的正整数、正分数;非负整数集合包括所有的正整数和0;整数集合包括所有的正整数、负整数和0;负分数集合包括所有的负分数(包括负小数),其次,每个集合最后应填“...”省略号,表示除了已填入的数外,还有其他别的数.



### 方法过程



**解** 分数集合:  $\{\frac{2}{3}, -\frac{2}{7}, -2.5, -3.14, +\frac{3}{5}, \frac{3}{2}, \dots\}$

自然数集合:  $\{15, 0, 103, \dots\}$

负整数集合:  $\{-10, \dots\}$

正分数集合:  $\{\frac{2}{3}, +\frac{3}{5}, \frac{3}{2}, \dots\}$

整数集合:  $\{-10, 15, 0, 103, \dots\}$

负数集合:  $\{-10, -\frac{2}{7}, -2.5, -3.14, \dots\}$



### 点拨指导



①正与整的区别,正数是相对负数而言的,而整数是相对于分数而言的.

②0既不是正数,也不是负数,0是自然数,是最小的自然数.

③任意有限小数和无限循环小数都可转化为分数,因此,把这些小数就看作分数,如 2.4, -3.14 都是分数.

**例 3** 在数轴上画出表示下列各数的点,并通过数轴排列大小(由大到小).

$$-3\frac{1}{2}, 4, -1.5, 2\frac{1}{2}, 0, 1.8, -2.$$

### 思路分析

①首先画出数轴(按三要素),第二步把这些数在数轴上对应的点找出来,并涂黑.第三步,在数轴上用字母表示或直接写出数.

②把所有的数(包括 0 在原点)标出后,根据这些数在数轴上点的位置顺序,(在数轴上,右边的数总是大于左边的数)大小关系一目了然,只需用“>”号连接起来即可.

### 方法过程

**解** 如图 1-1,将上述已知数按从大到小排列为: $4 > 2\frac{1}{2} > 1.8 > 0 > -1.5 >$

$$-2 > -3\frac{1}{2}$$

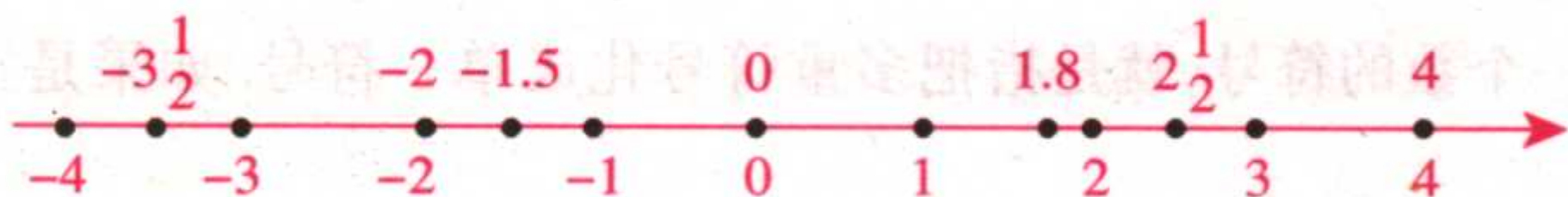


图 1-1

### 点拨指导

①标数要符合常规,原数轴上单位长度的数标在数轴下方,而要比较大小的数,标在数轴上方.

②比较数的大小是数学常规问题,用数轴比较有理数大小体现了数形结合的思想.

**例 4** 如图 1-2,根据有理数  $a$ 、 $b$  在数轴上的位置,比较  $\frac{1}{a^2}$  与  $\frac{1}{b^2}$  的大小.

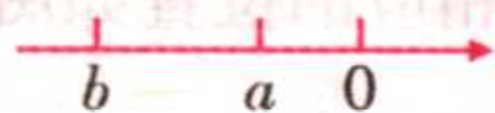


图 1-2

### 思路分析

观察图形知  $a$ 、 $b$  是两个负数,且  $|b| > |a|$ ,比较  $\frac{1}{a^2}$  与  $\frac{1}{b^2}$  的大小,可知分子相等时

分母大的分数值反而小.



方法过程



**解**  $\because b < a < 0 \therefore |b| > |a|, \therefore b^2 > a^2$ , 故  $\frac{1}{a^2} > \frac{1}{b^2}$ .



点拨指导



本例采用了化归思想和数形结合思想等思想方法,较方便、直观地解决了两个代数式比较大小的难点问题.

**例 5** 对下列带有多重符号的数,先化简再比较它们的大小:

(1)  $-[-(-2\frac{1}{3})]$ ;

(2)  $+[-(-3\frac{1}{2})]$ ;

(3)  $-[-[+(-2)]]$ ;

(4)  $+[-(+4\frac{1}{2})]$ ;

(5)  $+[-[-(-\frac{1}{3})]]$ ;

(6)  $-[-(+1)]$ .



思路分析



所谓简化一个数的符号,就是指把多重符号化成单一符号.如果是正号,则可省略不写.



方法过程



**解** 对各数化简结果如下:

(1)  $-[-(-2\frac{1}{3})] = -2\frac{1}{3}$ ;

(2)  $+[-(-3\frac{1}{2})] = 3\frac{1}{2}$ ;

(3)  $-[-[+(-2)]] = -2$ ;

(4)  $+[-(+4\frac{1}{2})] = -4\frac{1}{2}$ ;

(5)  $+[-[-(-\frac{1}{3})]] = -\frac{1}{3}$ ;

(6)  $-[-(+1)] = 1$ .

把化简后的各数在数轴上画出相应的位置如图 1-3.

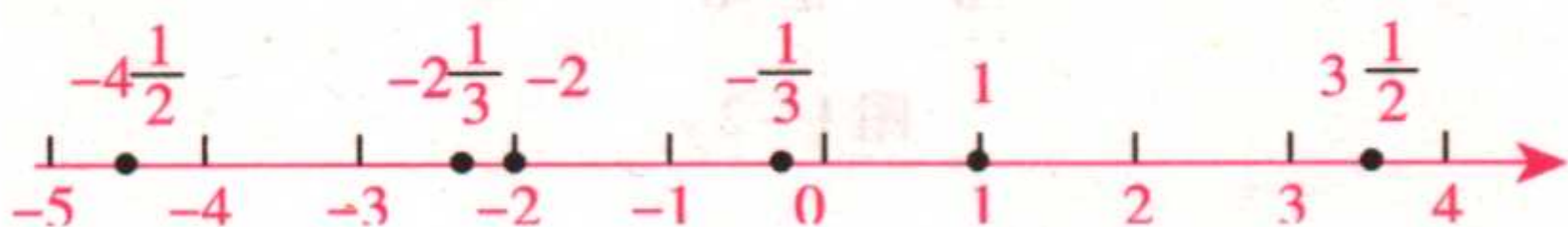


图 1-3

化简后大小关系为:  $-4\frac{1}{2} < -2\frac{1}{3} < -2 < -\frac{1}{3} < 1 < 3\frac{1}{2}$

故原来的大小关系为:

$$+ \left[ - \left( +4 \frac{1}{2} \right) \right] < - \left[ - \left( -2 \frac{1}{3} \right) \right] < - \{ - [ + (-2) ] \} < + \left\{ - \left[ - \left( -\frac{1}{3} \right) \right] \right\} < - \{ + [ - (+1) ] \} < + \left[ - \left( -3 \frac{1}{2} \right) \right]$$



### 点拨指导



一个正数前面不管有多少个“+”号,可以把“+”号都去掉;一个正数前面有偶数个“-”号,可以把负号一起去掉;一个正数前面有奇数个“-”号,则化简符号后只剩下一个“-”号.有理数大小的比较,有两种方法,解题时,要根据具体问题的实际情况,选择适当的方法,如,本题选用数轴方法比较简便.

**例 6** 比较下列各组数的大小:

(1)  $+\frac{1}{10}$  和  $-100$ ; (2)  $-50$  和  $0$ ; (3)  $-\frac{5}{2}$  和  $-5$ .



### 思路分析



(1) 是一个正数和一个负数,则正数大;(2) 是一个负数和  $0$ ,则  $0$  大;(3) 是两个负数,那么绝对值大的反而小.



### 方法过程



**解** (1)  $+\frac{1}{10} > -100$ ;

(2)  $-50 < 0$ ;

(3)  $\because |-\frac{5}{2}| = \frac{5}{2}, |-5| = 5, \text{而 } \frac{5}{2} < 5, \therefore -\frac{5}{2} > -5.$



### 点拨指导



有理数大小的比较,有两种方法,本题选用有理数大小比较法则进行比较.注意,利用绝对值,只是比较两个负数的大小.

**例 7** 分别求出数轴上两点间的距离.

(1) 表示数  $5$  的点与表示数  $-8$  的点;

(2) 表示数  $-6$  的点与表示数  $-1$  的点.



### 思路分析



求数轴上两点间的距离,实际上就是求数轴上这两点所表示的两个数的差的绝

对值. 也可简单理解成大数减小数的差.

**解法一** (1)  $5 - (-8) = 5 + (+8) = 13;$

(2)  $(-1) - (-6) = (-1) + (+6) = 5.$

**解法二** (1)  $|5 - (-8)| = |5 + (+8)| = |13| = 13;$

(2)  $|(-6) - (-1)| = |(-6) + (+1)| = |-5| = 5.$

故数轴上表示数 5 的点与表示数 -8 的点的两点间距离是 13;  
数轴上表示数 -6 的点与表示数 -1 的点的两点间距离是 5.



**点拨指导**

数轴上表示有理数  $a, b$  的两点间的距离等于  $|a - b|$ .



**例 8** 一个水利勘察队, 第一天沿江向上游走了 7 千米, 第二天沿江向下游走了 5.3 千米, 第三天沿江向下游走了 6.5 千米, 第四天沿江向上游走了 10 千米;  
(1) 第四天勘察队在出发点的上游还是下游? 距出发点多少千米? (2) 若每千米的勘察费用为 200 元, 则这四天的勘察总费用是多少?



**思路分析**

(1) 设出正方向, 算出 4 个有理数的和, 据和的正负和绝对值大小确定勘察队的位置.

(2) 算出勘察的总路程即各数的绝对值之和, 乘每千米的费用即得总费用.



**方法过程**

**解** 设向上游方向为正方向, 则题中 4 个数据分别为  $+7, -5.3, -6.5, +10$ .

(1)  $(+7) + (-5.3) + (-6.5) + 10 = 5.2$

(2) 总路程的和为

$|+7| + |-5.3| + |-6.5| + |+10| = 7 + 5.3 + 6.5 + 10 = 28.8$

$200 \times 28.8 = 5\ 760$

**答** (1) 第四天勘察队在出发点的上游, 距出发点 5.2 千米.

(2) 这四天的勘察总费用为 5 760 元.



**点拨指导**

① 此题是具有实际意义的问题, 是有理数加法的应用题, 要认真体会用有理数加法怎样解应用题, 而且注意应用题必须作“答”, 在求解过程中不写单位名称, 但作“答”时要写清单位名称. ② 本题设下游方向为正, 也一样求解.



**例 9** 计算  $6\frac{3}{5} + 24 - 18 + 4\frac{4}{5} - 16 + 18 - 6.8 - 3.2$ .



### 思路分析



做带分数加法时,可将整数部分与分数部分分开相加,然后再把结果相加;但一定要注意:①分开的整数部分与分数部分必须保持原带分数的符号.②运算符号和数的性质符号要用括号区分开,如: $2 + (-3)$ ,这里的“+”是运算符号,“-”是性质符号,这两个符号不能连在一起写成“ $2 + -3$ ”.



### 方法过程



$$\begin{aligned} \text{解} \quad \text{原式} &= \left(6\frac{3}{5} + 4\frac{4}{5}\right) + (-18 + 18) + (-6.8 - 3.2) + (24 - 16) \\ &= 10\frac{7}{5} + 0 + (-10) + 8 \\ &= (10 - 10) + 8 + \frac{7}{5} \\ &= 8 + 1 + \frac{2}{5} = 9\frac{2}{5} \end{aligned}$$



### 点拨指导



将带分数写成整数和分数两部分的形式是有理数运算中常用的技巧.如本例中的  $10\frac{7}{5}$  不写成  $11\frac{2}{5}$ , 而写成  $10 + \frac{7}{5}$ .

**例 10** 计算化简:

(1) 计算  $|-16.2| + \left|-2\frac{1}{3}\right| + \left[-\left(-3\frac{2}{3}\right)\right] - |10.2|$ .



### 思路分析



利用绝对值的概念可以去掉式子中的绝对值符号,利用“相反数”的有关知识,可以将  $\left[-\left(-3\frac{2}{3}\right)\right]$  化简,这样就可以利用小学知识完成本题了.



### 方法过程



$$\begin{aligned} \text{解} \quad &|-16.2| + \left|-2\frac{1}{3}\right| + \left[-\left(-3\frac{2}{3}\right)\right] - |10.2| \\ &= 16.2 + 2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3} - 10.2 \end{aligned}$$

$$= (16.2 - 10.2) + \left(2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3}\right) = 12$$



### 点拨指导

本题中含有绝对值,式子又比较长,刚见到这种题目时,容易产生畏难情绪.而前面的“分析”是寻找使问题发生转化的途径,经过转化,题目就变容易了,这种情形在数学中经常见到,要特别注意学习怎样针对题目特点,使问题由复杂变简单,由不熟悉的变为熟悉的.



(2) 化简  $|3-x|(3-x \leq 0)$ .



### 思路分析

求一个数或式子的绝对值就是去掉绝对值符号,其方法是:先确定绝对值符号里面的数(或式子)的整体正负情况,然后根据绝对值的意义,把绝对值符号化去或确定去掉绝对值后的结果.



### 方法过程

**解** 由已知得:  $3-x \leq 0$ , 为非正数,

$$\text{故 } |3-x| = -(3-x) = x-3.$$



### 点拨指导

本题解决的关键是由绝对值里的正、负得出值(或式子)的表示,请理解并用好  $|a| = a, (a \geq 0); |a| = -a, (a \leq 0)$ .



**例 11** 计算:

(1)  $49\frac{24}{25} \times (-5)$ ;

(2)  $-27\frac{9}{11} \div (-9)$ .



### 思路分析

若直接相乘或相除很麻烦,根据它们的特点:可以把一些数拆成两项,然后用乘法分配律计算.



### 方法过程

**解** (1)  $49\frac{24}{25} \times (-5)$   
 $= \left(50 - \frac{1}{25}\right) \times (-5)$

(2)  $-27\frac{9}{11} \div (-9)$   
 $= -\left(27 + \frac{9}{11}\right) \times \left(-\frac{1}{9}\right)$





$$\begin{aligned}
 &= 50 \times (-5) - \frac{1}{25} \times (-5) && = 3 + \frac{1}{11} \\
 &= -250 + \frac{1}{5} && = 3\frac{1}{11} \\
 &= -249\frac{4}{5}
 \end{aligned}$$

**点拨指导**

把有理数进行拆分变形,正向使用分配律,把目标分开处理,即分成的整数部分与分数部分分别与乘数相乘,这样可以减少运算量.

**例 12** 用简便方法计算:

$$(1) \left( -\frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{3}{8} + \frac{5}{12} \right) \times (-24);$$

$$(2) \left( \frac{5}{9} - \frac{7}{6} \right) \times (-18) - 16 \times \left( \frac{2}{9} - \frac{7}{18} \right).$$

**思路分析**

认真观察发现:第(1)小题中的 $(-24)$ 是括号中各分母的公倍数,所以应利用分配律去括号变形运算.第(2)小题前半部分用分配律,后半部分的16不是括号中各分母的公倍数,应先计算括号里面的和再与16相乘.

**方法过程**

$$\begin{aligned}
 \text{解} \quad (1) \text{原式} &= \left( -\frac{1}{2} \right) \times (-24) + \frac{1}{6} \times (-24) - \frac{3}{8} \times (-24) + \frac{5}{12} \times (-24) \\
 &= 12 - 4 + 9 - 10 = 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{原式} &= \frac{5}{9} \times (-18) - \frac{7}{6} \times (-18) - 16 \times \left( \frac{4}{18} - \frac{7}{18} \right) \\
 &= -10 + 21 - 16 \times \left( -\frac{1}{6} \right) \\
 &= 11 + \frac{8}{3} \\
 &= 13\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

**点拨指导**

(1)巧妙地运用分配律,可避免异分母分数相加减的烦琐运算,但要注意要连同负号“-”一起去乘.如 $-24$ 中的负号.