

广义相对论导论

GUANGYIXIANGDUILUNDAOLUN

郭士堃 编著



电子科技大学出版社

广义相对论导论

郭士堃 编著

图书在版编目 (C I P 数据)

广义相对论导论 / 郭士堃编著 . —成都: 电子科技大学出版社, 2005.1

ISBN 7-81094-434-7

I. 广... II. 郭... III. 广义相对论 IV. 0412.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 117388 号

内 容 提 要

本书内容包括爱因斯坦经典理论的三个组成部分, 即: 狭义相对论 (第一章)、广义相对论 (第二~六章)、宇宙学 (第七章), 但以广义相对论为主。[各章取材原则, 在“前言”第四部分有说明。]

本书有两个主要特点: (1) 在介绍科学知识方面, 力图做到基础性、系统性、严密性三者兼顾, 这体现在教材的取舍和处理上。(2) 从思维模式和思想方法来说, 通过相对论的建立, 爱因斯坦提出了原理-理论的概念。如何理解和掌握这种方法, 本书有所探索, 这对从事任何理论工作的学者, 无不裨益。[“前言”的第一部分有详细说明。]

本书可以作为大学物理系、数学系高年级学生和研究生教材或参考书。凡从事理论研究的科研人员、学物理而非理论物理专业的教学工作者, 按照本书的顺序, 均能阅读。

广义相对论导论

郭士堃 编著

出 版: 电子科技大学出版社 (成都市建设北路二段四号, 邮编: 610054)

责任编辑: 朱 丹

发 行: 电子科技大学出版社

印 刷: 成都金龙印务有限责任公司

开 本: 850mm×1168mm 1/32 印张 9.875 字数 246 千字

版 次: 2005 年 2 月第一版

印 次: 2005 年 2 月第一次印刷

书 号: ISBN 7-81094-434-7 / O·18

印 数: 1-1000 册

定 价: 16.00 元

谨以此书献给

“相对论”

发表 100 周年

前言

本书是专业性很强的教材，是在多次使用的讲义基础上修订后出版的，权作相对论建立 100 周年的献礼。为此，谨向读者先作如下的几点说明：

一、学习相对论的意义

相对论建立快到 100 周年了，有的已成经典（狭义相对论），有的还颇多争议（广义相对论）。尽管如此，但仍有很大学习价值。这可用英菲尔德在纪念相对论发表 50 周年大会上所做报告⁽¹⁾中的几句话来进行说明，他说：“从对物理学发展的影响来看，狭义相对论更重要一些；而就人类思想的成就来看，广义相对论却具有更为巨大的意义。”“广义相对论解决了引力问题，是场的非线性理论的一个卓越的范例，它对物理学其他领域的影响将与日俱增。”显然，这是从它的科学价值来谈的。

再就思维模式、思想方法来说，我们可以学到许多更宝贵的东西，这些东西对无论从事哪种理论工作（不限于物理学）的人，都是有用的。这个结论可以从爱因斯坦的许多论述中找到说明。他把物理学的理论分为构造性（Constructive）理论和原理-理论

(1) L·英菲尔德. 相对论的发展史. 见赵中立、许良英《纪念爱因斯坦译文集》P.288（本文是 1955 年在梅林纪念相对论发表 50 周年做的报告）。

(Principle-theory) 两类⁽¹⁾：前者是从简单的、具有综合性的假说出发，然后对较复杂的现象构造出一幅图像来，如气体分子运动论就属于这一类型。至于原理-理论，使用的则是分析的方法，是从经验中发现的自然过程的普遍特征，即原理，这些原理能对各种过程及其理论表述得出所必需的数学形式的判据。例如热力学就属于这个类型，相对论当然是典型的原理-理论，提供一切自然规律应服从的普遍原理。

原理-理论的特点似乎可以概括为：首先确定原理，再借助于数学语言建立起相应的具有普适性的物理方程；最后考查从这些方程导出的各种结论的正确性。

在爱因斯坦看来，“原理-理论的优越性是逻辑上完整和基础巩固。”就广义相对论而言，“由于逻辑上的完备性，从它推出的许多结论中，只要有一个被证明是错误的，它就是必须被抛弃，要对它进行修改而不摧毁其整个结构，那似乎是不可能的。”壮哉，斯言也！其学说宜乎与世长存。如果按照我们流行的语言，这无异乎是搬起自己的石头，请别人来打自己的脚。爱因斯坦说这些话时，光谱线的红移效应尚未得到证实。当其光线的引力弯曲效应通过观测得到证实后，有人问爱因斯坦：“如果没有出现弯曲的话，你将得出什么样的结论？”他说：“那样我就要替上帝感到遗憾了——这个理论是正确的。”⁽²⁾由此可见，从思想方法来说，爱因斯坦深信他提出的原理-理论这套思维模式是坚不可摧的，当然也是值得学习的。不过与狭义相对论不同，广义相对论在学术上前无古人，直到今天，科学家也对他形成这套理论的思路感到莫

(1) 什么是相对论：见许良英，范岱年译，爱因斯坦文集，北京：商务印书馆，1976. Vol. I, P.109。

(2) 重新发现爱因斯坦，美国《时代》周刊，1979年（这是为纪念爱因斯坦诞辰100周年发行的专刊）。

明其妙。费曼就曾说过：“我仍然不明白他是怎样想出来的。”由此可见，这种思维模式也是不容易学到的。至于这种类型的理论是唯心抑或唯物？是正动抑或反动？长于批判者无疑胸有成竹；作者由于缺乏批判能力，未敢妄加评论，以免蛇足之讥。

二、点滴回忆

1938年我师从夏元璠（浮筠）先生，开始接触相对论。

抗日战争爆发后，夏先生到重庆大学做教务长，主讲我们班的电磁学理论。当时在学生中流传一种说法：“全世界真正懂相对论的人，只有七个半，那半个，指的就是夏先生。”因此无论是对人对学说，大家都不无神秘之感！征得夏先生的同意后，他在重庆大学礼堂做了整整三个下午关于相对论的系统报告，场场爆满，听众兴趣盎然！听众主要是重庆大学和中央大学的部分师生（中央大学迁川后，校地与重大毗邻）。

事情无独有偶。英菲尔德在我前面提到的那个报告中，讲了这样一个故事：第一次世界大战后期，爱丁顿在伦敦做关于相对论的报告后，一个物理学家对他说：“这是一个出色的报告；你是这世界上懂得并熟悉它的三个人之一。”由于爱丁顿听后有些惊诧而使对方误以为是自己失言时，爱丁顿说：“我并不是感到难为情，我是在想这第三个人是谁？”时间过了二十年，人数才从三个增加到七个半，这速度该有多慢！虽然这是传说，却可由此看出，能像今天这样，对广义相对论的承认，从理论物理学家扩展到实验物理学家、天文学家、数学家、以至哲学家，是非常缓慢的。

爱因斯坦著（夏元璠译）《相对论浅释》（1922年，商务版）⁽¹⁾一书，便是我当时的启蒙读物。初读后，似是而非，有异端邪说之感；之所以产生了浓厚的兴趣，与其说是钻研，毋宁说是好奇。

(1)爱因斯坦，狭义及广义相对论浅释，杨润殷译，上海：上海科技出版社，1964。（就是夏先生译那本书的重译本。）

由于夏先生的引导，方知自己还远不具备读懂的条件；尔后，才陆续选修张量分析、微分几何、黎曼几何等数学课程，恰好这些课全由长于几何的系主任周绍濂先生讲授，使我受益匪浅。1953年院系调整后，周先生执教于兰州大学，蒙冤二十余载，直至1979年，回上海后去世。解放后一直未曾见面，行文至此，不觉凄然若失，抱憾终身！

1955年，完成教改，设置专门化。1957年下期，我给四川大学物理系理论物理专业开出专门化课《广义相对论》，教材以C.M. Filler 所著《The Theory Of Relativity》(1955年)为主，以L.Landau & E. Lifshitz 所著《The Classical Theory Of Fields》(1951年英译本)为辅，教学内容的大纲即始于此时。

以后，由于相对论与相对主义仅一字之差而犯禁。相对论真的是成了“异端邪说”了！直至1979年，由于世界范围内开展纪念爱因斯坦诞辰100周年的学术活动，再一次掀起学习相对论的高潮。中国自然也不会例外，有关广义相对论的活动，也逐渐成为时尚。

三、写作过程

1979年，中国引力与广义相对论天体物理学会成立，随着大潮，开展学习广义相对论活动。当年的暑期，首先由川大与北师大合办了“广义相对论暑期讲习班”。

1985年夏，全国师专给物理教师组织的“暑期理论物理讲习班”中使用的广义相对论的讲义，就是本书的初稿。这本几经修订补充后的定稿，完成于1990年，分别在川大和四川师大两校物理系主办的几届物理助教进修班和物理专业的研究生班上，先后使用过多次。实践证明：本书作为基础教材是恰当的；如欲自学，可进行适当精简，循序渐进，可收事半功倍之效。

本书稿尘封多年，束之高阁久矣。值兹相对论建立 100 周年之际，得以重见天日，不敢言添砖加瓦，权作“类球迷”的一种“啦啦词”，看来还是可以的。

四、材料的取舍原则

根据教科书的特点，以简明扼要为主，力图基础性、系统性、严密性三者兼顾，除阐述基本理论必不可少的基础知识外，力避旁及太宽。全书尽量不使用“显然”、“不证自明”、“见前”、“已经讲过”等等不实之词，徒然增加初读者的困惑。前后呼应，多用章、节、段或者方程式编号作为指标，易于查找。

全书可以概括为三部分：第一部分（即第一章）为狭义相对论。由于相对论像个两层建筑，广义相对论是在狭义相对论的基础上建立起来的，而且两者都是原理-理论，所以这一章的目的之一在于展示：它是如何从原理出发借助于数学的语言而建立起来的，对后面的论述有示范的作用；至于纯属狭义相对论的问题，概不涉及。

第三部分（即最后一章）为宇宙学简介。这是应用广义相对论研究宇宙结构的问题，目前由于天体物理学的蓬勃发展，专著颇多，所以这部分的介绍很简略。

第二部分（即第二～六章）属于广义相对论的基本内容，完整地包含广义相对论中引力场方程的建立、验证和简单应用等问题；从结构上看，第二章、第三章、第四章分别与第一章的 § 1.2、§ 1.3、§ 1.6、§ 1.7 各节对应；第三章是给不熟悉黎曼几何的读者设置的。第五章巨质量周围的引力现象，可统视为引力场方程的应用，具有较大伸缩性，非本书的主题。第六章讲引力辐射，我们只从理论上论证了引力波的存在和它的横波性及偏振问题，纯属理论探讨。引力波是否存在，尚未得到证实，目前有关这方

面的论述很多，故本书亦未进行更多的介绍。

五、致 谢

1956 级是川大物理系设置专业后招收的第一届学生，约 300 余人，我教他们的普通物理整整一年。由于受到专业的鼓舞，教与学的热情都很高，相处也很融洽，真是济济一堂，盛况空前。

这个年级的同学毕业后，在各大学从事教学科研者不少，目前，俱都是年近古稀的专家、教授、博导；更值得骄傲的是，解放后的川大物理系学生中荣获中国科学院院士的第一人，就出在他们中间。“师者，所以传道、授业、解惑也。”“弟子不必不如师，师不必贤于弟子。”诚哉，韩子之言也！然乎？其不然乎？

这本书的出版，没有他们从各方面的支持、鼓励和协助，绝对是不可能的，他们之中有：封小超、宋永荣、张乃文、彭堃堦、谢常德、张兴栋、周康巍、郭永康、郭鸣中、樊程方、缪钟英等；其中，封宋二君，均非我的直接学生，但是，这本书最初的讲义稿，全靠封小超教授（当时任四川师大物理系主任）的大力支持，请他的研究生校对的；这次出版的全部校稿工作，完全偏劳宋、樊二位教授担任，他们二人体质欠佳，兼有宿疾，而工作量特大，尤为艰苦。

值兹出版之际，特向诸位同仁致以诚挚的谢意和衷心的感谢！

作者谨启

2004 年 11 月

目 录

第一章 狭义相对论基础述要	1
§1.1 力学的相对性原理 伽利略变换	1
1. 牛顿运动定律 惯性系	1
2. 力学相对性原理 伽利略变换群	2
3. 伽利略变换	3
§1.2 狭义相对论的两个基本原理	5
1. 狭义相对性原理	6
2. 光速不变原理	7
3. 推论: 真空中球面光波的传播 同时的相对性	8
§1.3 闵可夫斯基 4-维时空 特殊的洛伦兹变换	10
1. 事件和间隔	10
2. 间隔的不变性	11
3. 闵可夫斯基时-空	15
4. 事件和矢量的分类	18
5. 特殊的洛伦兹变换	19
6. 洛伦兹变换的矢量形式	23
§1.4 时-空的闵可夫斯基映射	24
1. 虚坐标制的几何学	25
2. 3-维时-空图 光锥	26
3. 4-维时-空图	29
4. 2-维时-空图	29

§1.5 平时-空中的张量运算简介	37
1. 概述	37
2. 平时-空中 4 张量的代数运算	38
3. 平时-空中张量的微分运算	43
§1.6 相对论性力学述要	45
1. 质点运动方程的 4-维矢量形式	45
2. 密度的概念	48
3. 运动流体的动能-动量张量	49
§1.7 相对论性电动力学述要	53
1. 电动力学中的场方程和运动方程	53
2. 电磁场的能量-动量张量	58
3. 带电流体在电磁场中的运动方程	61
第二章 广义相对论基础	62
§2.1 广义相对性原理	62
§2.2 牛顿引力理论 惯性力场	63
1. 牛顿引力理论	64
2. 引力场的基本性质	65
3. 惯性力场与引力场的比较	66
4. 证实 $m_I = m_G$ 的简单历史回顾	68
§2.3 等效原理	71
1. 等效原理	71
2. 等效原理的一个直接推论	72
3. 结论	72
§2.4 广义相对论中时-空的非欧性	73
1. 转动坐标系	73
2. 长度的量度	74
3. 时间的量度	75

4. 非惯性系中的度规 弱场的情形.....	77
§2.5 容许的坐标变换 物理空间和标准时间的量度	79
1. 容许的时-空变换.....	79
2. 容许参考系中物理空间和标准时间的量度	82
第三章 弯曲时-空中的张量运算	88
§3.1 坐标变换 矢量	88
1. 基本关系.....	89
2. 逆变矢量.....	90
3. 不变量.....	90
4. 协变矢量.....	91
§3.2 张量.....	91
1. 张量的定义	91
2. 张量代数.....	92
3. 对称张量与反称张量.....	94
§3.3 度规张量.....	98
1. 度规张量.....	98
2. 度规张量的应用	100
§3.4 张量密度.....	101
1. 张量密度的定义.....	101
2. 列威-西威塔张量密度.....	103
3. 4-维弯曲时-空中的2-维面元、3-维超面元和4-维体元...108	
§3.5 短程线.....	111
1. 短程线.....	111
2. 零短程线.....	114
3. 仿射参数.....	115
4. 例: R-W 线元	116
§3.6 克氏符号的性质 短程坐标系	118

1. 克氏符号的基本性质.....	119
2. 克氏符号的变换规则.....	120
3. 常用公式.....	121
4. 短程坐标系.....	122
§3.7 矢量的平移 绝对微分的概念.....	125
1. 矢量的平移 矢量的偏导数.....	125
2. 协变导数的定义.....	127
3. 绝对微分.....	128
4. 局部范围内矢量的平行性 矢量沿一曲线的平移.....	129
5. 二矢量的平移.....	132
§3.8 协变微分规则 重要公式.....	134
1. 协变微分的推广.....	135
2. 协变微分法的规则.....	135
3. 若干常用公式.....	137
§3.9 黎曼曲率张量 爱因斯坦张量.....	139
1. 黎曼曲率张量.....	139
2. 大范围内矢量的平行性.....	140
3. 黎曼曲率张量的全协变形式.....	142
4. 黎曼曲率张量的对称性.....	143
5. 里西张量和里西曲率标量 爱因斯坦张量.....	144
6. 附注.....	145
§3.10 微分恒等式.....	146
1. 比安基恒等式.....	146
2. 缩并后的比安基恒等式 爱因斯坦张量的 一个重要性质.....	146
第四章 爱因斯坦方程 希瓦茨解.....	148
§4.1 广义相对论的时-空和物理方程.....	148

1. 广义相对论的时-空特性.....	148
2. 引力场存在时建立基本物理规律的原则.....	150
3. 广义相对论中的物理方程.....	153
§4.2 爱因斯坦场方程.....	159
1. 基本要求.....	159
2. 场方程.....	160
3. 讨论.....	162
4. 坐标条件.....	163
§4.3 爱因斯坦方程及自由质点运动方程的弱场近似.....	164
1. 短程线的弱场近似.....	165
2. 爱因斯坦场方程的牛顿近似.....	167
§4.4 球对称度规 希瓦茨外解.....	169
1. 球对称度规.....	169
2. 球对称度规的计算.....	171
3. 希瓦茨外解.....	172
4. 备注.....	175
5. 希瓦茨西尔德度规的别形.....	177
§4.5 希瓦茨西尔德内解.....	179
1. 希氏内解.....	177
2. 讨论.....	180
§4.6 Reissner-Nordström 解.....	182
第五章 巨质量周围的引力现象.....	184
§5.1 对希氏解的一般讨论.....	184
1. 希氏解中各坐标的变化范围.....	185
2. 希氏解中的物理量度.....	185
3. 习题.....	186
§5.2 谱线的引力红移.....	187

1. 红移公式.....	187
2. 天文上的验证.....	188
3. 地面上的验证.....	189
4. 用质-能关系导出频移的结论.....	190
§5.3 雷达回波的迟滞.....	191
1. 引力迟滞.....	191
2. 计算和讨论.....	192
§5.4 希瓦茨场中自由粒子的运动.....	193
1. 自由质点的运动方程.....	194
2. 铅直自由下落.....	196
3. 光子的运动方程.....	199
4. 习题.....	202
§5.5 行星近日点的进动.....	202
§5.6 光线的弯曲.....	206
1. 广义相对论的偏角公式.....	206
2. 经典理论的偏角公式.....	209
3. 引力透镜.....	211
§5.7 短程效应 引力场中的圆周运动.....	212
1. 圆周运动.....	212
2. 短程效应.....	215
§5.8 希瓦茨西尔德黑洞.....	219
1. 拉普拉斯黑洞.....	220
2. 希氏外解的奇异性.....	223
3. 希氏解的勒梅特度规形式.....	224
4. 希氏解的爱丁顿-芬克尔斯坦度规形式.....	226
5. 希氏解的克鲁斯卡-塞克勒斯度规形式.....	230
6. 希氏黑洞 白洞.....	234
§5.9 旋转黑洞 克尔解.....	237

1. 克尔解在玻义耳-林德奎斯特坐标系中的度规形式	238
2. 克尔解在克尔坐标系中的度规形式	239
3. 克尔时-空的物理性质	241
4. 黑洞的若干性质	242
§5.10 黑洞的形成 引力坍缩	244
1. 恒星的演化过程	245
2. 球对称恒星的引力坍缩	249
3. 旋转恒星的引力坍缩	251
4. 黑洞存在的可能性	252
第六章 引力辐射	253
§6.1 弱引力场 线性化爱因斯坦方程	254
1. 线性近似的概念	254
2. 线性化的场方程	254
3. 总结	257
4. 习题	258
§6.2 两种极化	258
1. 一般的平面波方程	258
2. 平面引力波	260
3. 讨论	263
4. 习题	268
§6.3 简单的发射和检测	269
1. 四极引力辐射	269
2. 特例	271
3. 关于引力辐射的检测	273
4. 习题	273