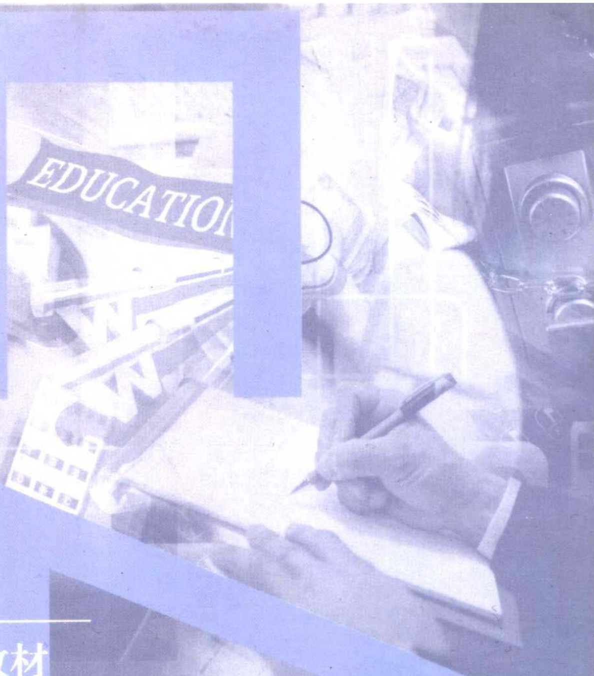

高等院校成人教育系列教材

高等数学

GAODENG SHUXUE

李国勤 黄振耀 编著

上海财经大学出版社

高等院校成人教育系列教材

高等数学

李国勤
黄振耀 编著

上海财经大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/李国勤,黄振耀编著．—上海:上海财经大学出版社,2004.12

(高等院校成人教育系列教材)

ISBN 7-81098-252-4/O·008

Ⅰ.高…　Ⅱ.①李…②黄…　Ⅲ.高等数学-高等教育:成人教育-教材　Ⅳ.D172

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第107215号

GAODENG SHUXUE

高　等　数　学

李国勤
黄振耀　编著

责任编辑　王　芳　　封面设计　优典工作室

上海财经大学出版社出版发行

(上海市武东路321号乙　邮编200434)

网　址:http://www.sufep.com

电子邮箱:webmaster@sufep.com

全国新华书店经销

同济大学印刷厂印刷

上海浦东北联装订厂装订

2004年12月第1版　2004年12月第1次印刷

890mm×1240mm　1/32　16.5印张　475千字

印数:0 001—5 000　　定价:28.00元

总　序

成人教育是我国高等教育的重要组成部分，是传统学校教育向终身教育发展的一种新型教育制度。大力发展成人教育是提高劳动者素质、振兴经济和推进教育现代化的重要环节。国家实行成人教育制度，鼓励发展多种形式的成人教育，建立与完善终身教育体系，培养大批贴近社会、服务社会的各类应用型人才，对于加强社会主义精神文明，促进社会进步和经济建设，都将起到重要作用。

按照教育部关于成人教育人才的培养目标，构建适用的教材体系，是成人教育在新形势下继续发展不可缺少的一环。经过编辑委员会、作者和出版社的共同努力，《高等院校成人教育系列教材》将陆续出版，我向他们表示诚挚的祝贺和感谢。

综观这套系列教材，具有以下特点：

1. 体现了高等院校成人教育的新思想和新观念，注重提高学生的思想道德素质、文化素质、业务素质和社会责任感。在我国高等教育发展与人力资源开发中，成人教育作为继续教育的一种重要形式和特殊层次，将发挥日趋重要的作用。

2. 体现了学术性与应用性的统一。教学内容既有基础知识、基本理论，又有基本技能；既加强基本原理与应用知识的传授，又帮助学生在掌握一定知识理论的基础上，获得相应的技能。

3. 体现了系统性与针对性的统一。在学历教育中，应重视学科知识的系统性。同时，在兼顾学科知识内在逻辑性的基础上，选择最基

本、最有针对性和适用性的部分，进行合理的组织编排，使学生能在比较短的时间内，学到急需有用的知识。

4. 体现了理论和实践的统一。成人学习的目的是解决实践中存在的问题，改变自己现有的处境或状态，他们不仅需要知识，而且需要能立即付诸实施的能力。所以，本系列教材充分体现实践能力训练的要求，针对成人在职学习与就业需求的特点，加强职业就业与创业指导。

本系列教材涵盖会计、金融、财政、工商管理、法学等多个学科，由上海财经大学相关学科的教授、副教授与成人教育学院的骨干教师承担编写任务，注意吸收本校近年来的教学改革成果，普遍更新了教学内容，既以学历教育为主，又兼顾非学历职业培训。因此，本系列教材不仅能提供校内外各相关专业本、专科学历教育使用，也适合社会各界进行专业培训和自学参考。

当然，成人教育是一项系统工程，要真正抓好教学工作，还必须在运用教材过程中辅之以其他配套措施。我们为本系列教材确定的目标以及教材所要达到的各项要求，很可能超过了我们的学识和教学经验所容许的范围，因此，本系列教材可能存在考虑不周到以及安排和表达不妥当的地方，甚至某些失误恐亦难以避免，我们欢迎读者批评指正。

储敏伟

2004年2月

前　言

本教材是为适应财经管理类专业高职和成人教育的实际需要而编写的经济数学系列教材之一，介绍从事经济管理和经济理论研究所需要的高等数学微积分部分的基础知识。

本书是以上海财经大学成人教育学院全体数学教师参与编写的《微积分》（上海财经大学出版社 2000 年版）为基础，由原主编李国勤、黄振耀等编写的。

根据成人高等教育的特点，在教学大纲范围内及在不影响微积分学系统性和科学性的前提下，编写时适当调整了部分内容的顺序，对基本内容和解题方法着重分析和归纳，并安排了适量的典型例题，力求做到重点突出、通俗易懂、循序渐进。在编写过程中，我们还参考了经济学中的有关内容，充实了经济应用实例。本书每一章都配有适量习题，第一题均为选择题，以帮助读者加深理解有关概念，掌握基本方法。书中标有“*”的章节以及相应的习题可酌情作为选学内容，以适应有些专业的要求。书末附有习题解答，并在附录中录入集合和初等数学知识简介，以便读者使用。

本书可作为高职和成人高等教育财经管理类专业经济数学（一）微积分课程的教材或教学参考书，也可以作为高等教育自学考试财经类《高等数学（一）》的自学参考书。

本书在编写过程中，得到了学院领导和兄弟部门的大力支持和关心，在此谨表谢意。

编　者

2004年10月

目 录

第一章

函　数

函数是高等数学中最基本的研究对象，微积分学研究函数限于实数范围。本章主要介绍一元函数的概念及其性态讨论、反函数的求法，并给出复合函数与初等函数的概念。

第一节　变量及其变化范围

一、常量与变量

在考察自然现象、进行科学实验或各种经济活动时，常常会遇到各种各样的量，其中有的量在过程中不变化，也就是保持一定的数值，这种量叫作**常量**；还有一些量在过程中是变化的，也就是可以取不同的数值，这种量叫作**变量**。

例如，某工厂工人的月工资分为两部分：基本工资和效益工资，基本工资是根据工人的技术等级等因素决定的，通常在一个时期（如一年内）是不变的，也就是常量。而效益工资是根据工人每月的产品产量和质量来决定的，所以它就是个变量。

当然，一个量是常量还是变量，要根据具体情况作具体分析，同一个量在某一过程中是常量，而在另一过程中完全有可能是变量。例如，在某一个时段内，基本工资是常量，但在一个比较长的时段里，由于有晋级等因素，基本工资则是变量。

通常以 x,y,z,u,t 等表示变量；以 a,b,c,x_0,x_1,y_0 等表示常量。

在数轴上，每一点都惟一地代表一个实数，而任一实数也都对应数轴上惟一的一点。正因为全体实数与数轴上的点的这种一一对应关系，故常量可以用数轴上的定点表示，变量可以用动点表示，并可以把“实数 a”也说成“数轴上的点 a”或“点 a”.

二、区间与邻域

区间是最常见的一类数集，分为两种：

1. 有限区间

设 a,b 为实数，且 $a<b$，则称数集 $\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$ 为**闭区间**，记作 $[a,b]$；称数集 $\{x|a<x<b\}$ 为**开区间**，记作 (a,b)；称数集 $\{x|a<x\leqslant b\}$ 和 $\{x|a\leqslant x<b\}$ 为**半开半闭区间**，分别记为 $(a,b]$ 和 $[a,b)$；并称 a 为区间的左端点，b 为区间的右端点，以上有限区间的长度均为 $b-a$.

开区间 (a,b) 表示数轴上介于 a 与 b 两点之间的所有点的全体；闭区间 $[a,b]$ 比开区间多两个端点；而 $(a,b]$ 只比 (a,b) 多了一个右端点，$[a,b)$ 只比 (a,b) 多了一个左端点（见图 1—1）.

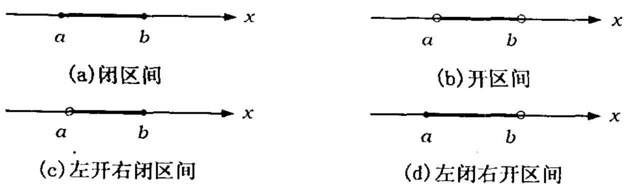

图 1—1　数轴的区间表示法

2. 无限区间

设 a 为实数，满足不等式 $x\geqslant a$ 的全体实数 x，可用区间 $[a,+\infty)$ 表示。其中，记号“$+\infty$”读作“正无穷大”。

满足不等式 $x>a$ 的全体实数 x，可用区间 $(a,+\infty)$ 表示。

类似地，可以定义：区间 $(-\infty,a]=\{x|x\leqslant a\}$；区间 $(-\infty,a)=\{x|x<a\}$. 其中，记号“$-\infty$”读作“负无穷大”。

全体实数$\{x|-\infty<x<+\infty\}$也可以用区间形式表示为：$(-\infty,+\infty)$.

以后，我们还经常要用到与区间有关的邻域概念。

定义　设a与δ都是实数，且$\delta>0$，满足不等式$|x-a|<\delta$的实数x的全体叫作**点a的δ邻域**。点a叫作该邻域的中心，δ叫作该邻域的半径。

由于上述绝对值不等式与

$$-\delta<x-a<\delta$$

等价，因此有

$$a-\delta<x<a+\delta$$

从而，满足不等式$|x-a|<\delta$的实数x的全体就是开区间$(a-\delta,a+\delta)$（见图1—2）。所以，点a的δ邻域，也就是以点a为中心，而长度为2δ的开区间。

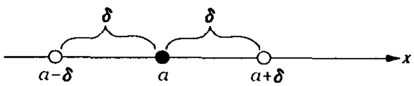

图1—2　领域示意图

例如，"点$x_0=5$的$\frac{1}{10}$邻域"就是指满足不等式

$$|x-5|<\frac{1}{10}$$

的全体实数，即开区间：(4.9,5.1)。

第二节　函　数

一、函数概念

在某个变化过程中，往往同时有几个变量在变化着，这些变量往往是相互联系的，并且遵循着一定的变化规律。下面我们先考察几个例

子。

［**例 1**］ 某种商品的售价为每件 10 元，则销售收入 R 与销售量 q 之间由公式

$$R=10q \quad (q>0)$$

联系着，销售量 q 的值确定了，销售收入 R 也就随之惟一确定了。

［**例 2**］ 某企业上半年甲种零件的月产量统计表如表 1—1 所示。

表 1—1 某企业上半年甲种零件的月产量统计表

t(月序)	1	2	3	4	5	6
产量 y(万个)	2.4	3.2	2.8	2.7	2.0	2.9

该统计表体现了月序 t 自 1 至 6 的任何一个值都有惟一确定的产量 y 与之对应。

［**例 3**］ 图 1—3 中的曲线 l 表达了某种商品的销售成本。对于销售量 x 在$[0,b]$上的任一取值 Q，都能从图上找到相应的成本值 $y=c$.

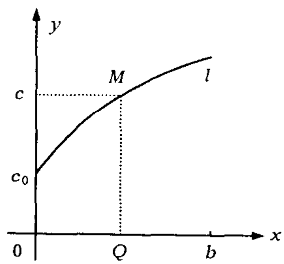

图 1—3

以上三例，如果抽去所考虑的实际意义，那么，它们都表达了两个变量之间的相依关系。这种相依关系给出了一种对应法则，根据这一法则，当其中一个变量在其变化范围内任意取定一个数值时，另一个变量就有惟一确定的值与之对应，两个变量间的这种对应关系就是函数概念的实质。

定义 设 D 是非空的实数集合，x 和 y 是两个变量，如果对于 x

的取值范围 D 内的每一个值，按照某一个确定的对应法则 f，变量 y 有惟一确定的值与之对应，则称 y **是确定在 D 上的 x 的函数**，记作

$$y=f(x), x\in D$$

x 称为**自变量**，y 称为**因变量**，x 的取值范围 D 称为函数的**定义域**。

这类一个自变量的函数称为一元函数。

对于函数 $y=f(x)$，当自变量 x 取 D 中某个定值 x_0 时，因变量 y 的相应值称为 $x=x_0$ 时的**函数值**，记作

$$f(x_0)\text{或 } y|_{x=x_0}, f(x)|_{x=x_0}$$

此时，也称**函数 $f(x)$ 在 x_0 处有定义**。当自变量 x 在定义域上取值时，其相应的函数值的全体，称为函数 $y=f(x)$ 的**值域**。

常用的函数表示法有三种：

1. 解析法

用数学算式（公式）表示一个函数，称这种表示函数的方法为**解析法**，也称为公式法。如例 1 中的函数：

$$R=10q \quad (q>0)$$

还有像指数函数、对数函数等，如

$$y=5^x, x\in(-\infty, +\infty)$$

$$y=\log_2 x, x\in(0, +\infty)$$

都是用解析法表示的函数。

2. 列表法

把自变量所取的值和对应的函数值列成表格来表示函数的方法，称为**列表法**，也称为**表格法**。如例 2，还有，我们使用的各种数学用表等，都是用列表法来表示函数的例子。

3. 图像法

由图像给出函数的对应法则的方法称为**图像法**，也称为**图示法**。如例 3 实质上由图 1－3 表示了销售成本函数：$y=C(x)$。因为当自变量 x 在$[0,b]$上任意取定值 Q 时，即有成本曲线 l 上相应的点 M 的纵坐标为 C（即因变量 y 的值），反过来也可以说函数 $y=C(x)$ 的图像（图形）是曲线 l.