

ZHANSHILINGSHUXUEFAZHANSHILING

# 数学发展拾零

SHUXUEFAZHANSHILING

张水胜 万莉娟 李朝红 著



哈尔滨地图出版社

# 数学发展拾零

SHUXUE FAZHAN SHILING

张水胜 方莉娟 李朝红 著



哈尔滨地图出版社

• 哈尔滨 •

**图书在版编目(CIP)数据**

数学发展拾零/ 张水胜, 万莉娟, 李朝红著. —哈尔滨: 哈尔滨地图出版社, 2006. 4

ISBN 7-80717-291-6

I. 数... II. ①张... ②万... ③李... III. 数学—发展史 IV. O1-09

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 028251 号

哈尔滨地图出版社出版发行

(地址: 哈尔滨市南岗区测绘路 2 号 邮政编码: 150086)

哈尔滨太平洋彩印有限公司印刷

开本: 850 mm × 1 168 mm 1/32 印张: 10 字数: 292 千字

2006 年 4 月第 1 版 2006 年 4 月第 1 次印刷

印数: 1~1 000 定价: 22.00 元

# 序 言

1999年在昆明召开的数学专业课程会议上通过了《数学与应用数学专业教学规范》，已明确将“数学史”列入专业必修课，并明确了教学的主要内容。该规范在“课程结构”中的“专业课”中规定了四组课程，其中第4组为“数学史，数学教育学”。各校根据不同的培养方向在四组课程的至少三组中选取至少五门，并规定它们作为该培养方向学生的必修课程。在“主要课程的内容和要求”中规定数学史的“主要内容”为：

- (1) 数学的研究对象、特点和作用；
- (2) 数学科学发展概述；
- (3) 数学主要分支产生的背景、发展过程及思想方法；
- (4) 中外杰出数学家；
- (5) 中国古代数学成就及东西方数学传统比较；
- (6) 数学哲学与数学基础。

由此可见，“数学史”已经被列为“数学与应用数学专业”的一门必修课，而且“规范”明确了该课程的主要内容，这本书就是以专业规范中所规定的“主要内容”为主，结合数学教育的具体需求而写成的。

不仅《数学与应用数学专业教学规范》将“数学史”列为“数学与应用数学专业”的一门必修课，在数学教育改革中对数学史也提出了新要求：“新课标中学数学课程与传统的数学课程相比出现了诸多发展和变化，在众多的发展变化中有一个变化是非常明显的，那就是在新课程中都十分注意‘数学史’内容的渗透，甚至在高中的课程中还专门开设了一门‘数学史’选修课程。”

因此说学习数学史是以“素质教育”为目标的数学教育的内在要求，它对于培养学生的人文主义精神以及数学观念、数学能力、数学整体意识有特殊意义。所以我们应该加强“数学史”的教学，同时也应该加强“数学史”课程的建设，而我们系一直以来“数学史”就没有选择到

合适的教材,给教师教和学生学带来了不便,作者在多年的“数学史”及“数学教学论”等课程教学的基础上,不断探求,写成此书。

本书处理方法是古代(初等数学时期)部分以地域为主线,分别介绍各国家数学的主要特点及代表人物;对变量数学时期则以数学分支为主线,重点介绍各数学分支的产生发展过程及相关数学家的事迹简介。而对近代、现代部分因涉及面太广,只好选择一部分内容作以简单介绍。各学校“数学史”课程课时虽然不同,但多在32~54课节之间,所以不可能将所有内容都讲到,而且不同学校教学侧重点不同,所以教师可以根据学生特点及本校教学大纲选取相关内容讲解。为了方便教学,各章后面附有选讲材料供教师选择或学生阅读。

该书之所以取名《数学发展拾零》,是因为借鉴一些数学教育家的指导理念:“数学史教学不要追求系统性、完整性,而应该结合学科的具体情况选择相关内容讲解。同样,作为教材,我们也不应该贪大求全,而应该力求灵活多样,所以本书只是精选了一些以往教学中比较主要的内容及学生比较喜欢且对学生有意义的内容,但因篇幅所限,只好忍痛割爱了。虽然留下的都是关键的,但因作者的水平有限,选取的不一定很恰当,不敢称之为“经纬”或“里程碑”,所以取名为《数学发展拾零》,希望能使读者在跟随我们一起拾零的过程中有所收获,更希望各位读者提出宝贵意见。

在该书的写作过程中得到齐齐哈尔大学理学院数学系领导的大力支持,也得到数学系教师及一些中学教师的帮助,同时得到哈尔滨地图出版社编辑同志的亲切配合。在此,我们对以上同志表示衷心的感谢。另外,我们还参考了国内外的许多著作和文章(见参考文献),很受教诲,在此向有关作者表示深深的感谢。

由于作者的水平有限,加之成书时间比较仓促,书中难免存在疏漏和不足,恳请各位读者不吝赐教。

作者

2006年4月

# 目 录

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 绪论                | 1   |
| 第一篇 初等数学时期        | 6   |
| 第一章 古巴比伦和古埃及的数学   | 6   |
| 第一节 萌芽时期的数学       | 6   |
| 第二节 古巴比伦的数学       | 7   |
| 第三节 古埃及的数学        | 10  |
| 第二章 古希腊的数学        | 17  |
| 第一节 古希腊数学概貌       | 17  |
| 第二节 古希腊的数学学派      | 19  |
| 第三节 欧几里德及《几何原本》   | 27  |
| 第三章 光辉灿烂的中国古代数学   | 46  |
| 第一节 中国数学的发展概貌     | 46  |
| 第二节 算经十书          | 47  |
| 第三节 汉唐至明清时期的数学    | 51  |
| 第四章 印度和阿拉伯数学      | 76  |
| 第一节 印度数学的概况       | 76  |
| 第二节 阿拉伯数学         | 79  |
| 第五章 文艺复兴时期的欧洲数学   | 83  |
| 第二篇 变量数学时期        | 95  |
| 第六章 费马、笛卡尔与解析几何   | 95  |
| 第七章 牛顿、莱布尼茨与微积分   | 109 |
| 第三篇 近代数学          | 141 |
| 第八章 几个著名的数学学派     | 141 |
| 第九章 各分支发展概述       | 164 |
| 第一节 数论            | 164 |
| 第二节 几何学(geometry) | 172 |

|      |                  |     |
|------|------------------|-----|
| 第三节  | 代数学              | 180 |
| 第四节  | 概率论与数理统计         | 197 |
| 第四篇  | 现代数学             | 221 |
| 第十章  | 近现代数学特点          | 221 |
| 第一节  | 为战争服务的美国“应用数学计划” | 221 |
| 第二节  | 近现代数学中的新学科       | 224 |
| 第十一章 | 中国近、现代数学         | 261 |
| 第十二章 | 数学与社会            | 291 |
| 第一节  | 国际数学家大会          | 291 |
| 第二节  | 菲尔兹奖简介           | 294 |
| 第三节  | 沃尔夫奖简介           | 300 |
| 第四节  | 国际数学奥林匹克         | 304 |
| 参考文献 |                  | 313 |

# 绪 论

## 一、数学史的研究对象、意义

### (一)数学史的研究对象

数学史是研究数学科学发生、发展及其规律的科学,简单地讲就是研究数学的历史。它不仅追溯数学内容、思想和方法的演变、发展过程,而且还探索影响这种过程的各种因素,以及历史上数学科学的发展对人类文明所带来的影响。因此,数学史研究对象不仅包括具体的数学内容,而且还涉及历史学、哲学、文化学、宗教等社会科学与人文科学内容,是一门交叉性学科。

### (二)数学史的意义

弄清数学发展过程中的基本史实,再现其本来面貌,同时透过这些历史现象对数学成就、理论体系与发展模式作出科学、合理的解释、说明与评价,进而探究数学科学发展的规律与文化本质。

因此我们说,通过学习数学史:

可弄清数学概念和定理等的来龙去脉,更深刻、更全面地了解数学;

可使学生明白数学是一门不断成熟、成长的学科;

可了解祖国数学的研究历史和辉煌成就,激发学习热情。

## 二、数学史分期

### (一)分法一

#### 1. 萌芽时期(公元前 600 年以前)

在这个时期数学的主要成就以埃及、巴比伦和中国的数学为代表。此时的数学主要是:人类在长期的生产实践中逐渐形成了数的概念、初步掌握了数的运算方法,积累了几何学的一些知识。不足之处就是此时的数学缺少逻辑因素,尚无有关的命题,没有体现出数学的演绎推理和公理化法这一特点。

#### 2. 初等数学时期(公元前 600 年至 17 世纪中叶)(又称为常量数学时期)



在这个时期数学的主要成就以希腊为中心,后来转移到印度和阿拉伯,最后转移到西欧诸国。此时的数学主要是:以《几何原本》为代表,数学由具体、实用阶段到抽象、理论阶段;从以试验和观察为依据的经验科学过渡到演绎科学,并形成了自己的体系。不足之处就是使用静态观点,研究的内容仅限于常量。

3. 变量数学时期(17世纪中叶至19世纪20年代)(又称为创造、英雄的时期)

变量和函数的引入,是数学发展史上出现的一个重大突破,改原来精致的方法为运动和变化的观点。这个时期以解析几何的建立为起点,接着是微积分的诞生和兴起,后来出现了概率论、射影几何等许多新的分支。此时的数学具备三大特点:由常量进入变量、由有限变为无限、由确定性领域进入非确定性领域,而且将数学作为工具应用于物理、生物等方面。

4. 近代数学时期(19世纪20年代至第二次世界大战)

此时期数学得到迅速发展,主要特点是:几何的非欧化;分析的严格化;代数的抽象化。

5. 现代数学时期(第二次世界大战至今)

此时期数学迅速发展,并得到广泛的应用,主要特点是:高度的抽象性、体系的严谨性、应用的广泛性。电子计算机的出现产生了计算机科学,开始了机器证明,应用数学涌现出许多新的分支:如对策论、信息论、控制论、规划论、排队论、最优化方法、运筹学、生物数学等。

## (二)分法二

1. 数学的起源与早期发展(公元前600年以前)

2. 初等数学时期(公元前600年至6世纪)

(1) 古希腊数学(公元前600年至6世纪)

(2) 中世纪东方数学(3~15世纪)

(3) 欧洲文艺复兴时期(15~16世纪)

3. 近代数学时期(或变量数学建立时期17~18世纪)

4. 现代数学时期(1820年至现在)

(1) 现代数学酝酿时期(1820年至1870年)

(2)现代数学形成时期(1870年至1940年)

(3)现代数学繁荣时期(或当代数学时期,1940年至今)

### 三、数学史研究内容

#### 1. 提供一些生动、有趣的事例激发学生的学习兴趣

因人们对数学传统的认识是数学抽象、枯燥、难、繁等,所以许多学生对数学没有兴趣,甚至厌烦,但学生的这些态度不是生来就有的,更不是不能改变的,只要我们适时适当地加以引导,是可以激发学生的学习兴趣、调动学生的学习主动性的。同时,在新《课标》及新《大纲》中都将培养学生良好的个性品质作为数学教学目的之一,因此我们在选择数学史内容时可考虑一些趣味数学史话,例如:讲概率前可将数学家帕西奥里(Pacioli)于1494年发表的《算术、几何、比和比例摘要》中的问题抛给学生,问题内容是:“假如在一场比赛中,赢6次才算赢,而两个人在一个赢5次而另一个赢2次的情况下中断比赛,问应如何分配总的赌金?”,帕西奥里的答案是 $5:2$ ;而数学家卡丹(Cardan)则认为应该是 $10:1$ ,到底谁的对呢?在这个问题的探求中引入概率论的内容学生会非常认真地学习这部分内容的。类似的内容有“国王奖励国际象棋发明者”的故事;笛卡尔(Descartes)观察天花板上苍蝇爬行轨迹产生解析几何中坐标思想的传说;斐波那契(Fibonacci)的《算盘书》中的“兔子繁殖”问题,即斐波那契数列;《希腊选集》中的“丢番图年龄”问题;《易经》中的八卦、九宫(即西方的幻方),等等。

#### 2. 提供一些典型数学家事迹培养学生的学习品质

由于现代学生生活的环境比较优越,大多数学生不具备吃苦耐劳的精神,所以对待学习也没有持之以恒的毅力,因此我们可以通过介绍一些伟大的数学家如何在艰苦的环境中工作,让学生了解他们是如何对待生活、工作中的困难;学习他们那种孜孜不倦、精益求精的科学态度,从而培养学生勇于探索、勇于创新的学习品质。这样的事例有许多,伟大的数学家、物理学家牛顿(Newton)常常把24小时中的18或19个小时用于写作、研究,并且他有超人的集中注意的能力,有许多关于他生活中的小故事值得介绍;还可以介绍在1665年因闹鼠疫剑桥大学停课,他在家乡躲避瘟疫时期还刻苦研究,发明了流数术(即微分法)

和反流术(即积分法),成为微积分创建关键人之一(另一个是莱布尼茨 Leibniz);还有数学巨匠欧拉(Euler)在双目失明后仍继续研究,并取得惊人的成就;数学王子高斯从小就善于动脑筋思考问题,十岁时就巧妙地得出 $1+2+\cdots+100=5\ 050$ ;华罗庚先生在1964年曾说:“祖冲之虽已去世1 400多年,但他的广泛吸收古人成就而不为其所拘泥、艰苦劳动、勇于创造和敢于坚持真理的精神,仍旧是我们应当学习的榜样。”因而我们要介绍祖冲之曾对《九章算术》做注解时,不仅仔细阅读前人留下的大量文献资料,而且要对别人的成果进行深入的分析,才能为自己所用。还有祖冲之“不虚推古人”的态度,时刻有创新意识的意识,等等。

### 3. 介绍一些数学分支的产生的经过培养学生的应用意识

如在学习几何时可以介绍古人之所以研究几何是因为要测量土地,他们从计算长方形、直角三角形、等腰三角形的面积出发,到研究有一边垂直于平行边的梯形面积,再推广到一般三角形,最后会将任意多边形通过分割转化为等面积的三角形来计算面积。这样他们就可以利用这些知识来测量、计算土地面积了;在讲数列时可以介绍斐波那契(Fibonacci)在研究“兔子繁殖”问题时得出斐波那契数列,而后斐波那契数列又被应用到植物生长过程中叶、花、果在茎上的排序情况,还有蜜蜂繁殖也符合斐波那契数列;在讲解微积分时,先介绍一下当时难以解决的几大问题:不规则曲面的面积、非匀变速运动的速度、任意曲线的切线等,然后再介绍微积分产生及所用的思想方法,最后说明微积分的应用,物理界、经济领域等,让学生体会数学来源于现实又应用于现实的过程,进而培养他们应用数学的意识。

### 4. 讲解典型而重要的数学概念的形成过程体现数学思想的形成

无论是新《课标》还是素质教育、教学改革等,都渗透一个重要的理念:数学教育是借助数学知识来培养学生的数学思想,并广泛地应用它解决各个领域的问题。正如钱珮玲所言:“数学素质的核心是数学意识和观念,而形成数学意识和观念的关键是数学思想方法。”因此,通过讲解典型而重要的数学概念的形成过程来体现数学思想方法,是对于真正意义下的素质教育和创新教育的实施最有效的途径之一。比如通过

介绍“飞矢不动”、“阿基里斯追龟说”、“二分法”、刘徽的“割圆术”(“割之弥细,所失弥少,割之又割以至于不可割,则与圆合体而无所失矣”)等来体现极限思想;通过讲解欧拉(Euler)解决“哥尼斯堡七桥问题”及数学符号的演变等来体现抽象的思想方法;通过介绍欧几里德(Euclid)的《几何原本》来体现公理化的思想;通过介绍布尔巴基学派及其编写的《数学原本》来体现结构主义观点,等等。

#### 5. 介绍几个数学家解决数学问题的方法培养学生的创新意识

在中学数学中有许多问题可以根据其产生、发展过程加深理解,特别是数学家在解决这些问题时的方法和思想对我们有重要的启发作用。因此,我们可以选取一些关于数学家如何从现实世界中抽象出数学问题并用数学思想、方法加以解决;在解决问题时他们是如何思考的、如何设计的;在遇到障碍时他们又是如何突破的、思路是怎样打开的;出现错误时他们又是怎样发现、怎样调整并使其完善的,等等。如笛卡尔(Descartes)观察天花板上苍蝇爬行轨迹产生解析几何中坐标思想,使代数与几何有机地结合起来,我们可以借鉴这种想法学习、研究函数图像、轨迹方程等数形结合问题;罗巴切夫斯基(Lobachevskian)在研究如何解决第五公设的过程中遇到障碍,但却创建了非欧几何(双曲几何),这启发我们在解决问题时可从另一个角度、另一个方面乃至另一个领域去思考,这样往往会出现“柳暗花明”的结果,有时还可能出现小小的创新;还有韦达(Viete)在解决罗芒乌斯(Romanus)提出的需要解 45 次方程的问题时,他认出了其中潜在三角学上的联系,利用三角形的有关知识几分钟内就解出了两个根,后来又求出了 21 个根,只是把负根漏掉了。这样的内容可以启发学生在解决问题时注意挖掘潜在因素、隐含条件,通过迁移利用相关知识解决问题等。

# 第一篇 初等数学时期

## 第一章 古巴比伦和古埃及的数学

### 第一节 萌芽时期的数学

大约在 100 万年前(也可能在两三百万年前),地球上出现了最早的人类。原始的人类和大自然艰难地搏斗着。在长期的劳动中,他们不断进步,慢慢地产生了“数”的思想。

他们找到了食物,会想到这是“有”;找不到食物,就会想到“无”。要是找到大量的食物,他们认为是“多”;得到的食物不够吃,他们认为这是“少”。有、无和多、少,是我们祖先最早概括出来的“数”的思想。

直到 25 000 年前,人们说“用你的枪头换我的鹿”的时候,还只能用一个指头表示一只鹿,三个指头表示三个枪头。这种一个指头表示一件东西、三个指头表示三件东西的原始计数法,就是他们掌握的全部算术知识了。在那以后的几千年里,他们一直把任何大于三的数量理解为“一群”,或者“一堆”。

在他们的财物中,除了御寒的兽皮、狩猎的武器、盛水的东西,也许还有熊牙或贝壳做的项链。他们的生活这么简单,当然不需要更多的数学知识,就是那种简单的手指计数,也用得很少。

对原始采集者来说,数天数是一个大难题。可不是嘛!时间一去不复返,数天数不能像数死鹿那样,把它们摆成一排,扳起指头去数。开始,他们很可能是在树上或者在棍棒和石头上刻上一道痕,表示过去了一天,刻上两道痕,表示过去了两天。久而久之,他们发现,两次满月之间总是相隔 30 天,并且用一道大点儿的刻痕来表示一次满月。

月复一月,年复一年,他们逐渐察觉到满月的次数和气候的变化有

关系。他们惊奇地发现：春、夏、秋、冬四季往复一次，恰好是 12 次满月的天数——360 天。于是第一个包括四季的月历产生了。

我们的祖先，就是这样开始有了数数和观察图形的数学知识。

定居生活以后，人们的财物越来越多，这就需要经常记录和计算耕具、土地、篱笆、庄稼和畜群了。最早的记录方法，就是前面说到的，用一个记号表示一件东西、两个记号表示两件东西，叫做“签法”。在秘鲁，印加人用在绳子上打结来记下收获谷物的捆数。在我国，也有结绳记数的古老传说。直到今天，在欧洲、亚洲和非洲的部分地区，还有一些牧羊人用在棍子上刻痕的办法，来计算自己的羊群哩！

从事农牧业以后，人们必须准确地预计生羔、产犊和播种、收获的时间，先前的简陋月历，显然是不够用了。要是用 360 天的月历来推算季节，头一年差 5 天，第二年就会差 10 天，年数多了，就乱套了。这样，编制精确的日历，就成为一件非常重要的事情。

记录财物和编制日历，促使人们发展书写的数字。

这个时期的数学特点：

1. 数学知识来源于自然界和人们的需要。
2. 早期对数学的认识主要是数与形。
3. 此时获得的数学知识极其有限、不成系统。

## 第二节 古巴比伦的数学

“巴比伦人”是指曾居住在底格里斯河与幼发拉底河两河之间及其流域上的一些民族，他们创造了文化，也创造了具有本民族特色的数学。

大约在公元前 2 000 多年，在两河流域建立了巴比伦王国(Babylonia)，首都都是巴比伦(Babylon)(今日伊拉克的一部分)，位于巴格达南面约 100 km。大约在公元前 4 000 年左右，苏默人(Sumerians)开始在两河流域(古代称美索不达米亚 Mesopotamia)定居，大约在公元前 3000 年创造了自己的文化。

在公元前 2500 年，苏默人受到在北面居住的闪族阿卡德人的政治控制，由于阿卡德人统治力量越来越强大，于是苏默文化就被阿卡德文

化所淹没了。公元前 1700 年左右,在汉穆拉比(Hammurabi)王统治期间,其文化得到了高度发展,并由制定一部法典而垂名后世。

汉穆拉比建立了巴比伦的第一王朝。他把自己称为“苏默人和阿卡德人的大王”。他作为最高统治者,非常关心灌溉系统的发展,采取了清理灌溉的措施,制造抽水机,并在全范围内,划分土地,分配收获的粮食,修建谷仓。向邻近国家输出农产品,同时也带来了高利贷的发展。这些都是使数学得以发展的社会因素。

促使巴比伦数学产生、发展的另一个因素是建立了货币制度。开始时,他们把谷物或者银器作为货币单位。国家利用实物或银器征收税务,后来采取用银币代替货物的支付方法,这样进一步完善了货币制度,使单位换算成为必须。

尽管巴比伦统治者变动频繁,但数学知识的传播和使用,从古代起至少一直到亚里山大时代,始终连续不断。

巴比伦人用泥板书记载着数学的内容。然而,保存下来的泥板书却没有纸草书那样多。可能是泥板靠太阳烘干,难于保持原样。另外,巴比伦的书写方式也阻碍了长篇论著的编写。

考古学家在 19 世纪上半叶于美索不达米亚挖掘出大约 50 万块刻有楔形文字、跨越巴比伦历史许多时期的泥书板。其中有近 400 块被鉴定为载有数字表和一批数学问题的纯数学书板,现在关于巴比伦的数学知识就源于分析这些原始文献。

巴比伦人和埃及人一样,是首先对数学主流作出贡献的民族。对其原始数学内容的考察,大部分来自近百年来考古研究的结果。

### 一、记数法与进制

古巴比伦人是用楔形文字来记数的。这种楔形文字(Cuneiform)是

古巴比伦数字

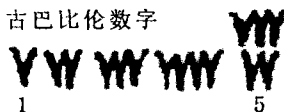


图 1-1-1

根据 100 多年前人们的发现:用头部是三角形的木笔刻写在软泥板上,然后烧或晒干,使它坚硬如石。字的形状像楔子,所以叫楔形文字。如图 1-1 所示。

值得一提的是巴比伦人似乎有位值制的观念,曾采用 60 进制。主要根据是 1854 年,地质学家 W·K 劳夫特

斯(W·K·Loftes)在森开莱(现在的拉山或拉莎)发掘出汉穆拉比时代的泥板书,上面记载着一串数字,前7个是1,4,9,16,25,36,49…后面中断,而在应该是64的地方,看到的却是 $1 \cdot 4$ ,其后跟着 $1 \cdot 21$ ,再后是 $2 \cdot 24$ ,直到最后是 $58 \cdot 1$ 。这个数列只有假定其为60进位,才能很自然地理解,即:

$$1 \cdot 4 = 60 + 4 = 64 = 8^2$$

$$1 \cdot 21 = 60 + 21 = 81 = 9^2$$

.....

$$58 \cdot 1 = 58 \times 60 + 1 = 3481 = 59^2$$

应该指出巴比伦的进位制,是不甚明显的。因为完整的位值制记数法,必须有表示零的记号,但在早期的泥板上没有发现零的记号。而且具体位数也不是很确定的,即哪一个数是个位数要视具体情况而定。

例如,(5,6,3)可表示 $5 \times 60^1 + 6 \times 60^0 + 3 \times 60^{-1} = 3061/20$ ,也可以表示 $5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 3 \times 60^0 = 183608$ ,因此必须要由上下文来确定。

在实际应用中,巴比伦人并不限于60进制,他们也用60,24,12,10,6等混合进制的数表示面积、日期、钱币和重量等。

## 二、算术运算

由于巴比伦从1到59这些数都是以1和10,或更多一些数为基本记号结合而成的,因此,在此范围内的加减法不过是加上或去掉这种记号罢了。

他们在做整数的乘法时,采取“分乘相加”的方法。例如,一个数乘以27,他们先乘20,再乘7,然后把结果相加。他们在做整数除以整数时,利用乘以倒数的方法,并且还造出了倒数表。

巴比伦人从远古时代开始,已经积累了一定的数学知识,并能应用于解决实际问题。从数学本身看,他们的数学知识也只是观察和经验所得,没有综合结论和证明。

在算术方面,他们对整数和分数有了较系统的写法,在记数中,已经有了位值制的观念,从而把算术推进到一定的高度,并用之于解决许多实际问题,特别是天文方面的问题。



巴比伦人有丰富的代数知识,他们用特殊的名称和记号来表示未知量,采用了少数运算记号,解出了含有一个或多个未知量的几种形式的方程,许多泥书板上载有一次和二次方程的问题,他们解二次方程的过程与今天的配方法、公式法一致。此外,他们还讨论了某些三次方程和含多个未知量的线性方程组问题。

在公元前 1900 年至公元前 1600 年间的一块泥板上(普林顿 322 号),记录了一个数表,经研究发现其中有两组数分别是边长为整数的直角三角形斜边边长和一个直角边边长,由此推出另一个直角边边长,亦即得出不定方程  $x^2 + y^2 = z^2$  的整数解。

在几何方面,巴比伦人认识到了关于平行线间的比例关系和初步的毕达哥拉斯定理,会求出简单几何图形的面积和体积,并建立了在特定情况下的底面是正方形的棱台体积公式。他们对圆面积度量时,取  $\pi=3$  计算结果不是很精确。我们现在把圆周分为 360 等份,也应归功于古代巴比伦人。

巴比伦的几何学与实际测量是有密切联系的。他们已有相似三角形之对应边成比例的知识,会计算简单平面图形的面积和简单立体体积。

巴比伦几何学的主要特征更在于它的代数性质。例如,涉及平行于直角三角形一条边的横截线问题引出了二次方程;讨论棱锥的平头截体的体积时出现了三次方程。

古巴比伦的数学成就在早期文明中达到了极高的水平,但积累的知识仅仅是观察和经验的结果,还缺乏理论上的依据。

### 第三节 古埃及的数学

非洲东北部有一条举世闻名的大河——尼罗河。它穿过非洲北部的撒哈拉沙漠,流入地中海,两岸狭长的地带便成了肥沃的绿洲。河的下游经过的地方,孕育了最古老的文明古国之一——埃及。

埃及是数学的古国,被人们认为是数学产生的最早国家之一。因此,在研究数学历史的时候,必须提及埃及的数学。

#### 一、埃及数学产生的社会背景

埃及位于尼罗河岸,在古代分为两个王国,把夹在两个高原中间的