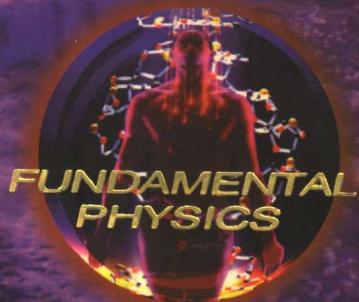


# 基础物理学

下卷 陆果



高等教育出版社

## 第三部分 光学

### 第十五章 光的干涉

#### § 15 - 1 光学概论

##### 一 从经典光学到现代光学

光学(optics)是一门发展较早的学科，早期只限于研究与眼睛和视觉相联系的自然现象。正是因为眼睛接收了物体所发射、反射或散射的光(light)，我们才能够看到客观世界中的各种景象。最初，人们从物体成象的研究中形成了光线(light ray)的概念，并以光的直线传播性质为基础，总结出了光在透明介质中的反射和折射的规律，由此逐步形成了几何光学(geometrical optics)。到17世纪，人们不但发明了望远镜和显微镜，而且还提出了两种关于光的本性的学说：一是牛顿所提出的微粒说(corporeal theory)，认为光是一股微粒流；另一是惠更斯(C. Huygens, 1629–1695)所提出的波动说(undulatory theory)，认为光是机械振动在“以太”这种特殊介质中的传播。光的微粒说差不多统治了17和18两个世纪。

早在1666年，牛顿就研究了光的色散现象，用棱镜将太阳光分解为由红到紫的可见光谱。1800年赫歇尔(J.F.W. Hershel, 1738–1822)发现，在可见光谱的红端以外，还有能够产生热效应的部分，称为红外线(infrared ray)。1802年里特(J.W. Ritter, 1776–1810)和沃拉斯顿(W.H. Wollaston, 1766–1828)发现，在可见光谱的紫端以外，还有能够产生化学效应的部分，称为紫外线(ultraviolet ray)。尽管红外线和紫外线都不能引起视觉，但可用一定方法探测。广义而言，光也包括红外线和紫外线。

19世纪以来，随着实验技术水平的提高，光的干涉、衍射和偏振等实验结果表明，光具有波动性，并且光是横波，使光的波动说获得了普遍的承认。19世纪后半叶，麦克斯韦提出了电磁波理论，并为赫兹的实验所证实，人们才认识到光不是机械波，而是一定波段的电磁波，从

而形成了以电磁波理论为基础的**波动光学**(wave optics)。19世纪末到20世纪初，光学的研究深入到了光的产生以及光与物质相互作用的微观机制问题，光学已发展成为研究从微波、红外线、可见光、紫外线直到X射线的宽广波段范围内的电磁辐射的发生、传播、接收和显示，以及与物质相互作用的学科，着重研究的范围是从红外到紫外波段。

然而，在光的电磁理论取得了巨大成功的同时，也遇到了严重的困难。例如，这一理论不能解释黑体辐射、光电效应和原子光谱等问题(见§19-1)。1900年普朗克提出了辐射的量子论，1905年爱因斯坦提出了光量子论，在此基础上人们建立起了量子力学。近代科学实践证明，光是个十分复杂的客体。对于光的本性问题，只能用它所表现出来的性质和规律来回答：光在某些方面的行为象经典的“波动”，另一些方面的行为却象经典的“粒子”。但是，任何经典的概念都不能完全概括光的本性(见§19-2)。通常人们把建立在光的量子性基础上，深入到微观领域研究光与物质相互作用规律的分支学科，称为**量子光学**(quantum optics)，并把波动光学和量子光学统称为**物理光学**(physical optics)。

1960年，梅曼(T.H. Maiman, 1927-)研制成功了第一台红宝石激光器。此后，激光科学和技术得到了异常迅速的发展，形成了研究非线性光学、激光光谱学、信息光学、全息术、光纤通信、集成光学和统计光学等方面问题的**现代光学**(modern optics)，对当代生产和科学技术的发展正起着越来越大的作用。

在本书的第三部分“光学”中，主要讨论波动光学，同时也讨论几何光学、量子光学和现代光学中的某些问题。

## 二 光的电磁理论

### (1) 光速和折射率

如前所述(见§14-3)，麦克斯韦所建立的光的电磁理论认为，光是一定波段的电磁波，电磁波在真空中的传播速度就是光在真空中的传播速度，即

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 2.997\,924\,58 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (15.1)$$

其中 $\epsilon_0$ 是真空电容率， $\mu_0$ 是真空磁导率。在介质中，光的传播速度为

$$u = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}, \quad (15.2)$$

其中 $\epsilon_r$ 是介质的相对电容率， $\mu_r$ 是介质的相对磁导率。通常 $\epsilon_r$ 和 $\mu_r$ 都

是大于 1 的常量，因此  $u$  是小于  $c$  的。一般用**折射率**(refractive index)  $n$  来表征透明介质的光学性质，它定义为

$$n = \frac{c}{u}. \quad (15.3)$$

利用式(15.1)和式(15.2)，并考虑到在光频波段所有的磁化机制都不起作用，介质的相对磁导率  $\mu_r \approx 1$ ，于是有

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \approx \sqrt{\epsilon_r}, \quad (15.4)$$

这个公式把光学和电磁学中的物理量联系了起来。当光波穿过不同的介质时，其频率  $v$  或角频率  $\omega$  保持不变，但光的传播速度  $u$  和波长  $\lambda$  都将随着介质的不同而改变。

应该强调，通常泛指的光波波长  $\lambda$ ，都是指该频率的光波在真空中的波长，它是在折射率为  $n$  的介质中的实际波长的  $n$  倍。

### (2) 光强

光是一种电磁波，因此光就是电磁场中电场强度  $E$  和磁场强度  $H$  周期性变化在空间的传播，或者说， $E$  矢量和  $H$  矢量的振动在空间的传播。而且，一般而言，电磁波是横波， $E$  矢量和  $H$  矢量都与传播方向垂直。研究表明，在光波中引起光效应的，即对人的眼睛或照相底片等感光器件起作用的，主要是电场强度  $E$ 。因此，一般情况下我们都把光波看成是电场强度  $E$  的振动在空间的传播，并把  $E$  矢量称为**光矢量**(photo vector)，把  $E$  矢量的振动称为光振动。

电磁波的传播总是伴随着电磁能量的传递，这个过程一般用平均能流密度  $\bar{S}$  来定量地描述。在光学中，通常把平均能流密度  $\bar{S}$  称为**光强**，用  $I$  表示。因此，光强表示单位时间内通过与传播方向垂直的单位面积的光的能量在一个周期内的平均值，即单位面积上的**平均光功率**(average luminous power)。无论是人的眼睛还是照相底片，所观测到的都是光强  $I$  而不是光振动  $E$ 。对于平面简谐电磁波，利用式(14.59)、式(15.1)、式(15.4)和式(14.72)可以得到

$$I = \bar{S} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\mu_0 \mu_r}} E_0^2 = \frac{n}{2 c \mu_0 \mu_r} E_0^2 \propto E_0^2,$$

其中  $E_0$  是光振动的振幅，以下常用  $A$  来表示。

在波动光学中，主要讨论的是光波所到之处的相对光强，因此在同一种介质中往往就直接把光强定义为

$$I = E_0^2 = A^2. \quad (15.5)$$

### (3) 光的颜色和光谱

**可见光**(visible light)是指能为人眼感受到的一定波段的电磁波，其波长 $\lambda$ 大约在390~760nm的狭窄范围内，它所对应的频率范围为 $(7.7 \sim 3.9) \times 10^{14}$ Hz。不同频率的可见光会引起人眼有不同颜色的感觉，其大体的划分如表15-1所示。

人眼对不同颜色的光的视觉灵敏度是不同的，图15-1给出了平均的正常人眼视觉的相对灵敏度曲线。由图可见，人眼对波长约为555nm的黄绿光最敏感。实际上，可见光谱两端的界限是不明确的，只要辐射足够强，眼睛还可以看得见可见光谱界限以外一定范围内的电磁辐射。广义而言，光还包括不能引起视觉的红外线和紫外线，它们可以用一定的方法探测到。

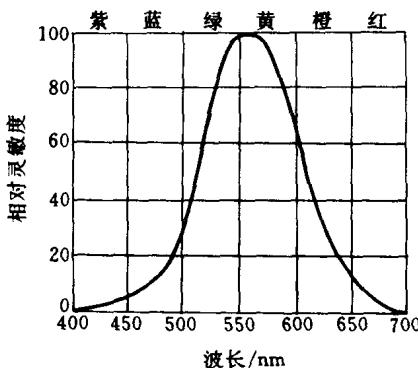


图15-1 视觉的相对灵敏度

表 15-1 光波的波长范围和频率范围

名称	波长范围	频率范围 / Hz
远红外	$100\text{ }\mu\text{m} \sim 10\text{ }\mu\text{m}$	$3 \times 10^{12} \sim 3 \times 10^{13}$
中红外	$10\text{ }\mu\text{m} \sim 2\text{ }\mu\text{m}$	$3 \times 10^{13} \sim 1.5 \times 10^{14}$
近红外	$2\text{ }\mu\text{m} \sim 760\text{ nm}$	$1.5 \times 10^{14} \sim 3.9 \times 10^{14}$
红	$760\text{ nm} \sim 622\text{ nm}$	$3.9 \times 10^{14} \sim 4.7 \times 10^{14}$
橙	$622\text{ nm} \sim 597\text{ nm}$	$4.7 \times 10^{14} \sim 5.0 \times 10^{14}$
黄	$597\text{ nm} \sim 577\text{ nm}$	$5.0 \times 10^{14} \sim 5.5 \times 10^{14}$
绿	$577\text{ nm} \sim 492\text{ nm}$	$5.5 \times 10^{14} \sim 6.3 \times 10^{14}$
青	$492\text{ nm} \sim 450\text{ nm}$	$6.3 \times 10^{14} \sim 6.7 \times 10^{14}$
蓝	$450\text{ nm} \sim 435\text{ nm}$	$6.7 \times 10^{14} \sim 6.9 \times 10^{14}$
紫	$435\text{ nm} \sim 390\text{ nm}$	$6.9 \times 10^{14} \sim 7.7 \times 10^{14}$
紫外	$390\text{ nm} \sim 5\text{ nm}$	$7.7 \times 10^{14} \sim 6.0 \times 10^{16}$

只包含单一波长的光，称为**单色光**(monochromatic light)。然而，

严格的单色光在实际中是不存在的，一般光源所发出的光都包含着各种不同的波长成分。如果光中只包含波长范围很窄的成分，则这种光称为**准单色光**(quasi-monochromatic light)，也就是通常所说的**单色光**。波长范围  $\Delta\lambda$  越窄，其单色性就越好。例如，用滤光片从白光中得到的色光，其波长范围相当宽， $\Delta\lambda$  约为 10 nm；在气体原子发出的光中，每一种成分的光的波长范围  $\Delta\lambda$  约为  $10^{-2} \sim 10^{-4}$  nm；即使是单色性很好的激光，也有一定的波长范围，例如  $\Delta\lambda$  约为  $10^{-9}$  nm。

利用光谱仪可以把光源所发出的光中波长不同的成分分开。所有彼此分开的波长不同的成分，就组成了所谓的**光谱**(spectrum)。光谱中每一波长成分所对应的亮线或暗线，称为**光谱线**或**谱线**(spectral line)，它们都有一定的宽度，称为**谱线宽度**，简称**线宽**(line width)。每种光源都有自己特定的光谱结构，利用它可以对化学元素进行分析，或对原子和分子的内部结构进行研究。

### 三 光波的描述

#### (1) 光波的几何描述

波动是振动在空间的传播，波动所存在的空间称为波场。波场中每点的物理状态随时间作周期性变化，而在每一瞬时波场中各点物理状态的空间分布也呈现一定的周期性。为了形象地描述波在空间中的传播，通常把某一时刻振动相位相同各点的轨迹称为**波面**(wave surface)，而把能量传播的路径称为**波线**(wave ray)。在各向同性的介质中，波线是与波面处处正交的空间曲线族。

#### (2) 光波的复振幅描述

任一理想的单色光场可用下述的波动表达式描述：

$$E(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}) \cos[\omega t - \varphi(\mathbf{r})], \quad (15.6)$$

式中  $A(\mathbf{r})$  给出了光场中的振幅分布。如果令原点光振动的初相位为零，则  $\varphi(\mathbf{r})$  给出了各点初相位比原点落后的值，它确定了光场中相位的相对分布。只要给定了光场的振幅分布和相位分布，则该频率的单色光的光场就完全确定了。

类似于简谐振动的复数描述(见 § 6-1 和 § 13-3)，式(15.6)的复数表达式可写为

$$\begin{aligned} \tilde{E}(\mathbf{r}, t) &= A(\mathbf{r}) e^{-i[\omega t - \varphi(\mathbf{r})]} \\ &= A(\mathbf{r}) \cos[\omega t - \varphi(\mathbf{r})] - i A(\mathbf{r}) \sin[\omega t - \varphi(\mathbf{r})], \end{aligned} \quad (15.7)$$

复数  $\tilde{E}(\mathbf{r}, t)$  的实部就是单色光场的波动表达式。在本书的光学部分中

我们约定，上式中的指数因子写为 $-i[\omega t - \varphi(\mathbf{r})]$ 或 $i[\varphi(\mathbf{r}) - \omega t]$ ，而不写为 $+i[\omega t - \varphi(\mathbf{r})]$ 。其原因是，在光学中我们所关心的往往主要是由空间位置决定的相因子 $\varphi(\mathbf{r})$ 。

我们还可以把式(15.7)改写为

$$\tilde{E}(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}) e^{i\varphi(\mathbf{r})} e^{-i\omega t} = \tilde{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}, \quad (15.8)$$

其中不含时间的复数因子

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) e^{i\varphi(\mathbf{r})} \quad (15.9)$$

称为**复振幅**(complex amplitude)。复振幅 $\tilde{E}(\mathbf{r})$ 的模量 $A(\mathbf{r})$ 代表振幅在空间的分布，辐角 $\varphi(\mathbf{r})$ 代表相位在空间的分布。显然，光场的复振幅包含了我们感兴趣的全部信息，一旦复振幅给定了，该频率的单色光的光场也就完全确定了。

对于单色平面波，有

$$E(\mathbf{r}, t) = A \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0),$$

其复振幅为

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = A e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \varphi_0)}. \quad (15.10)$$

对于单色发散的球面波，有

$$E(\mathbf{r}, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0),$$

其复振幅为

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = \frac{A_0}{r} e^{i(kr - \varphi_0)}. \quad (15.11)$$

### (3) 光强的复振幅表示

由于振幅 $A(\mathbf{r})$ 是复振幅 $\tilde{E}(\mathbf{r})$ 的模，因此利用式(15.5)可得光强的空间分布为

$$I(\mathbf{r}) = \tilde{E}^*(\mathbf{r}) \tilde{E}(\mathbf{r}), \quad (15.12)$$

其中 $\tilde{E}^*(\mathbf{r})$ 是 $\tilde{E}(\mathbf{r})$ 的复数共轭。

## § 15-2 光波的相干叠加

### 一 光波叠加原理

在通常的情况下，光波和其它波动一样，在空间传播时都遵从波的独立传播原理。当两列光波在空间交叠时，它们的传播是互不干扰的，亦即每列波如何传播，就象另一列波完全不存在一样，各自独立地进行

着，这称为光的独立传播原理。该原理表明，一列光波在空间的传播方式，不会因同时存在其它光波而受到任何影响。

一列光波在空间传播时，将在空间每一点引起振动。当两列或多列光波在空间同一区域中传播时，其中每一点都参与由每一列光波在该点所引起的光振动。如果光的独立传播原理成立，则当两列或多列光波同时存在时，在它们的交叠区域内每点的光振动，是各列光波单独在该点产生的光振动的合成，即

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) + \dots, \quad (15.13)$$

这就是光的叠加原理，它是讨论光的干涉和衍射等问题的理论基础。

光的独立传播原理和叠加原理的成立是有条件的，通常把违反它们的效应称为非线性效应。如果光强很强，例如电场强度高达  $10^{12} \text{ V m}^{-1}$  的激光，或者光强并不很强，但通过了变色玻璃这样的介质时，则都会出现非线性效应。一般情况下，我们假定介质是线性的，光波服从叠加原理。

## 二 光波的叠加

如图15-2(a)所示，设有两列光波分别从点光源  $S_1$  和  $S_2$  发出，经过  $\mathbf{r}_1$  和  $\mathbf{r}_2$  传播到空间任一点  $P$ 。这两列球面波的光矢量分别为：

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}_1, t) = A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_{01}),$$

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}_2, t) = A_2 \cos(\omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_{02}),$$

它们相应的光强分别为  $I_1 = A_1^2$  和  $I_2 = A_2^2$ 。如图15-2(b)所示，在两列波交叠区域中的  $P$  点，若  $\mathbf{E}_1$  和  $\mathbf{E}_2$  两个振动方向之间的夹角为  $\theta$ ，可将合成振动矢量  $\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$  分解

$\mathbf{E}_1$  方向上的振动  $E_1 + E_2 \cos\theta$ ，

以及垂直于  $\mathbf{E}_1$  方向上的振动  $E_2 \sin\theta$ 。显然，总的光强等于

相当于两个相互垂直的振动分量

的光强之和，其中垂直于  $\mathbf{E}_1$  方

向上的振动  $E_2 \sin\theta$  所对应的光

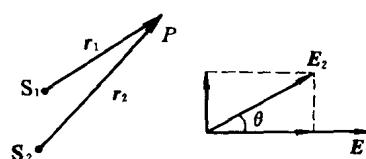


图15-2 两列波的叠加

强为

$$I_{\perp} = A_{\perp}^2 = A_2^2 \sin^2 \theta, \quad (15.14)$$

它与时间无关，而且对于空间各点位置的依赖性与单个点光源类似，不会引起光强的重新分布。

然而，沿  $\mathbf{E}_1$  方向上的振动所对应的光强  $I_{\parallel}$  却要复杂得多。为具体

分析起见，我们先求出合成振动  $E_1 + E_2 \cos\theta$  的振幅平方，即

$$\begin{aligned} A_{//}^2 &= |E_1 + E_2 \cos\theta|^2 \\ &= A_1^2 + A_2^2 \cos^2\theta + 2A_1 A_2 \cos\theta \cos\delta, \end{aligned}$$

其中  $\delta$  为空间  $P$  点处同方向振动  $E_1$  和  $E_2 \cos\theta$  在  $t$  时刻的相位差。按式(15.7)的约定，有

$$\delta = -(\omega_2 - \omega_1)t + (k_2 r_2 - k_1 r_1) - (\varphi_{02} - \varphi_{01}). \quad (15.15)$$

由于相位差  $\delta$  随时间改变，作为平均能流密度的光强  $I_{//}$  应是  $A_{//}^2$  在一个周期内的平均值，即

$$I_{//} = \overline{A_{//}^2} = A_1^2 + A_2^2 \cos^2\theta + 2A_1 A_2 \cos\theta \overline{\cos\delta}. \quad (15.16)$$

由此可见，在两列波交叠区域中的  $P$  点的总光强为

$$\begin{aligned} I &= I_{//} + I_{\perp} = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos\theta \overline{\cos\delta} \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\theta \overline{\cos\delta}. \end{aligned} \quad (15.17)$$

在上式中， $I_1$  和  $I_2$  分别为光源  $S_1$  和  $S_2$  单独在  $P$  点产生的分光强，它们都不随时间改变。然而，在上式的第三项中，尽管  $\cos\theta$  是不随时间变化的，但  $\cos\delta$  却是随时间和空间位置变化的，计算光强时须将它对时间求平均。由式(15.15)可见，这第三项与两个光源的角频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$ ，初相位  $\varphi_{01}$  和  $\varphi_{02}$ ，以及空间  $P$  点的位置和波所经过的介质有关。换言之，这第三项决定了空间各点实际光强的差异，可以引起光强的重新分布，它是我们感兴趣的项，称之为干涉项(interference term)。

### 三 相干条件

干涉项不为零的叠加，称为相干叠加。这时，光波的叠加引起了光强的重新分布，这种现象称为干涉现象。有干涉现象出现的必要条件，称为相干条件(coherent condition)。为了得出相干条件，仅须对干涉项中的  $\cos\theta \cos\delta$  因子作具体分析。

首先，当两列光波有相互平行的光振动分量时， $\cos\theta$  不为零，这时干涉项才有可能不为零；当  $\cos\theta = 1$ ， $I_1 = I_2$  时，干涉现象最显著。其次，由于在  $\omega_1 \neq \omega_2$  时  $\overline{\cos\delta} = 0$ ，因此相干条件要求  $\omega_1 = \omega_2$ 。最后，由于普通光源中原子或分子发光的间隙性和随机性(见 § 15-5)，从两个独立的普通光源发出的光波没有固定的初相位差，即  $(\varphi_{02} - \varphi_{01})$  是随机变化的，因此在测量的时间间隔内或一个周期内  $\cos\delta$  的平均值也为零；所以，两个非激光光源所发出的光波，由于它们没有固定的相位关

系，因而是不相干的。综上所述，光波的相干条件可以归纳为这两列光波必须：1) 频率相同；2) 存在相互平行的振动分量；3) 具有固定的初相位差。在满足相干条件的情况下，式(15.17)中干涉项的大小完全由相因子，例如( $k_2 r_2 - k_1 r_1$ )决定。于是，光波的相干叠加使得在空间不同位置处有不同的光强，出现了光的干涉现象。

为了从普通光源得到满足相干条件的两列光波，必须采用特殊的设计，从而得到具有固定初相位差( $\varphi_{02} - \varphi_{01}$ )的相干光源 $S_1$ 和 $S_2$ 。通常是将一个普通光源所发出的每一束光，采用某些办法使其通过两个不同的光路变成为两束光，再让它们实现相干叠加。大体来说，所采用的办法有分波前(见§15-3)、分振幅(见§15-4)和分振动面(见§17-5)等三类。由于激光光源中所有发光原子或分子动作的步调都是一致的，因此它所发出的光具有高度的**相干性(coherence)**。从激光束中任意两点引出的光都是相干的，不必采取上述办法就可以观测到光的干涉现象。

干涉项为零时波的叠加，称为**非相干叠加**。例如，当 $\omega_1 \neq \omega_2$ 时，有  $\overline{\cos\delta} = 0$ ，即相位差对时间的平均使干涉项为零；当  $\cos\theta = 0$ ，即  $A_1 \cdot A_2 = 0$  时，对应的是两个相互垂直振动的光波的叠加，干涉项也为零。这时，在空间任一点处的光强为各分光强之和，光强并没有发生重新分布，即没有干涉现象出现。

#### 四 光程和光程差

如图15-3所示，光从 $Q$ 点经过几种折射率不同的均匀介质到达 $P$ 点，所需的时间为

$$t = \sum_i \frac{s_i}{u_i} = \frac{1}{c} \sum_i n_i s_i = \frac{L}{c}, \quad (15.18)$$

其中  $L = \sum_i n_i s_i \quad (15.19)$

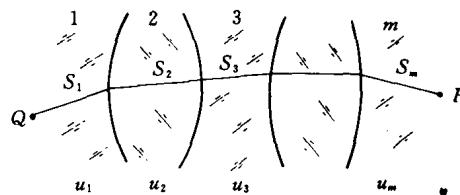


图 15-3 光程

称为**光程(optical path)**，它是光所经过的介质的折射率  $n_i$  与相应的几何

路程(path)  $s_i$  的乘积之和。由上式可以看出，光程表示在相同的时间内光在真空中所通过的路程，即  $L = c t$ 。换言之，光程这个概念可将光在介质中所走过的路程，折算为光在真空中的路程，这样便于比较光在不同介质中所走过的路程的长短。显然，光走过相同的光程所需的时间是相同的。可以证明，物点与其象点之间各光线的光程都相等，这就是所谓物象之间的等光程性。因此，当我们用透镜等光学仪器观测干涉现象时，观测仪器并不会带来附加的光程差。

在式(15.15)中，假定  $\omega_1 = \omega_2$ ,  $\varphi_{01} = \varphi_{02}$ ，则到达  $P$  点的两列球面波之间的相位差为

$$\begin{aligned}\delta &= k_2 r_2 - k_1 r_1 = \frac{2\pi}{\lambda_2} r_2 - \frac{2\pi}{\lambda_1} r_1 \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 r_2 - n_1 r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L,\end{aligned}\quad (15.20)$$

其中

$$\Delta L = (n_2 r_2 - n_1 r_1) \quad (15.21)$$

为到达  $P$  点的这两列波之间的光程差， $\lambda$  为该频率光波在真空中的波长，它分别是在介质中实际波长  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的  $n_1$  和  $n_2$  倍。由此可见，在讨论干涉现象时，若像上式那样把干涉项中的波长都改用真空中的波长，而介质的特性和几何路程所带来的相位差都用光程差来表示，则可使问题处理起来简单明了。

### § 15-3 分波前干涉

#### 一 杨氏实验

##### (1) 杨氏实验装置和惠更斯原理

1801 年，杨(T. Young, 1773–1829)首先得到了两列相干的光波，并以明确的形式确立了光波叠加原理，用光的波动性解释了干涉现象。杨氏实验的装置如图15-4 所示，在普通单色光源(如钠光灯)前面，先放置一个开有小孔  $S$  的屏，再放置一个开有两个相距很近的小孔  $S_1$  和  $S_2$  的屏。只要安排适当，就可以在较远的接收屏上观测到一组几乎是互相平行的直线条纹。为了提高干涉条纹的亮度， $S$ ,  $S_1$  和  $S_2$  常用三条互相平行的狭缝来代替，而且可以用目镜来直接观测干涉条纹。在激光出现以后，利用它的高度相干性和高亮度，只要用激光束直接照射双孔，就可以在屏幕上获得一套清晰可见的干涉条纹。

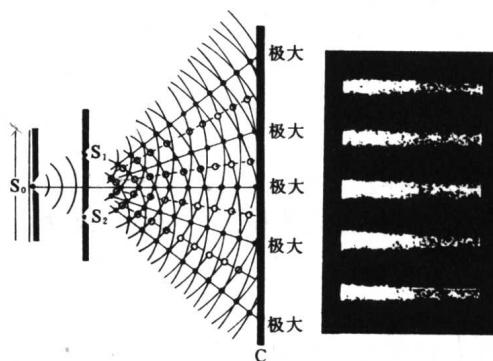


图15-4 杨氏实验

杨氏实验所依据的，是惠更斯在1678年提出的关于波面传播的原理，称为惠更斯原理(Huygens principle)。该原理指出：波面(或波前)上每一面元都可以看成是发出球面子波(wavelet)的波源，而这些子波面的包络面就是下一时刻的波面(或波前)。按照惠更斯原理，杨氏实验中的小孔S可以看成是单色点光源，而 $S_1$ 和 $S_2$ 是从S的波面或波前上分离出来的两个小面元所构成的子波源，它们所发出的球面子波是满足相干条件的，在它们的交叠区域中将出现干涉现象。显然，杨氏实验装置是典型的分波前干涉(wavefront-splitting interference)装置。

### (2) 杨氏干涉条纹

在图15-5中，设点光源S到小孔 $S_1$ 和 $S_2$ 的距离分别为 $R_1$ 和 $R_2$ ，通常取双孔的间隔为 $d \approx 0.1\sim 1\text{ mm}$ ，屏幕与双孔屏的距离为 $D \approx 1\sim 10\text{ m}$ ，观测点P到屏幕中心O的距离为 $x < 10\text{ cm}$ 。当 $R_1 = R_2$ 时，从 $S_1$ 和 $S_2$ 发出光的初相位始终相同，两列光波到达P点时的相位差 $\delta$ ，只决定于 $S_1$ 和 $S_2$ 离开P点的距离 $r_1$ 和 $r_2$ ；又由于 $D \gg d$ ，所以到达P点的两列相干光波的分光强 $I_1$ 和 $I_2$ 近似相等，且式(15.17)中的 $\cos\theta \approx 1$ 。由式(15.17)和式(15.20)，可得两列光波在屏幕上相干叠加的光强分布为

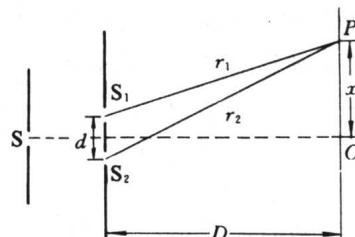


图15-5 杨氏干涉条纹计算

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L\right) \\ &\approx 4 I_0 \cos^2 \frac{\pi \Delta L}{\lambda}, \end{aligned} \quad (15.22)$$

其中

$$\Delta L = n_2 r_2 - n_1 r_1$$

是到达  $P$  点的两列相干光波的光程差。现在，设  $n_1 = n_2 = 1$ ，于是我们有

$$\Delta L = r_2 - r_1. \quad (15.23)$$

由式(15.22)可以看出，只要满足  $\Delta L = r_2 - r_1 = \text{常量}$ ，则波场中这些点的光强就相等。因此，波场中光强为极大和极小的条件分别是：

光强极大:  $\Delta L = k\lambda$ ，

$$\text{光强极小: } \Delta L = (k + \frac{1}{2})\lambda. \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (15.24)$$

光强的极大和极小交替出现，就会在屏幕上形成明暗相间的干涉条纹 (interference fringe)。在两个理想的相干点光源的情况下，由  $\Delta L = r_2 - r_1 = \text{常量}$  所决定的点的轨迹是旋转双曲面，如图 15-6 所示。然而，在杨氏实验的条件下，即在  $d \ll D$  和  $x \ll D$  的条件下，在屏幕上不大的范围内所观测到的双曲线条纹，可以近似地看成是一组平行的直线条纹。

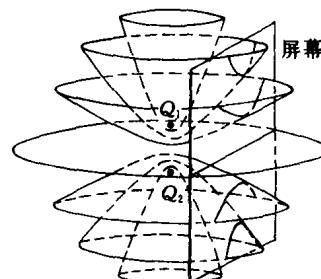


图 15-6 两球面波的干涉场

为了确定干涉条纹的位置，可以利用以下几何关系：

$$r_1^2 = D^2 + (x - \frac{d}{2})^2, \quad r_2^2 = D^2 + (x + \frac{d}{2})^2,$$

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2xd.$$

在杨氏实验的条件下， $d \ll D$ ,  $x \ll D$ ，可以取近似

$$(r_2 + r_1) \approx 2D,$$

于是有

$$\Delta L = r_2 - r_1 \approx \frac{d}{D} x. \quad (15.25)$$

联立式(15.25)和式(15.24)，即得屏幕上亮暗条纹中心的位置分别为：

$$\begin{aligned} \text{亮纹中心: } x &= k \frac{D}{d} \lambda, \\ \text{暗纹中心: } x &= \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{D}{d} \lambda. \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \end{aligned} \quad (15.26)$$

通常把亮纹所对应的  $k$  称为干涉级(order of interference)，而将相邻亮纹中心之间的距离  $\Delta x$  称为条纹间距。在杨氏实验中， $k = \pm 1, \pm 2, \dots$  所对应的各级条纹，对称而等间距地排列在  $k=0$  级中央亮纹的两侧，条纹间距为

$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda. \quad (15.27)$$

对于已知  $D$  和  $d$  的杨氏实验装置，利用式(15.27)，可以通过条纹间距  $\Delta x$  的测量来确定光波波长  $\lambda$ 。而且，由于  $\Delta x \propto \lambda$ ，所以在使用白光光源时，各种颜色的亮纹将按波长大小逐级分开，除中央亮纹仍是白色的以外，其它条纹都带有彩色。

由式(15.27) 还可看出，只有当两孔或两缝间隔  $d$  足够小时，杨氏干涉条纹才能分辨。在杨氏实验中，当把屏幕移得近一些、远一些或倾斜放置时，只要屏幕离双孔或双缝不太近，则观察屏上都有干涉条纹，这种条纹称为非定域条纹(nonlocalized fringe)。在两相干光波交叠区的任何地方，原则上都能观测到干涉条纹的这种干涉，称为非定域干涉。

## 二 菲涅耳双面镜和劳埃镜

在杨氏实验装置中，小孔或狭缝都很小，它们的边缘效应(见 § 16-1)往往会对实验产生影响而使问题复杂化。后来，菲涅耳(A.J. Fresnel, 1788–1827) 提出了一种可使问题简化的获得相干光束的办法。如图15-7 所示，用作分波前的光具组，是一对紧靠在一起的夹角  $\alpha$  很小的平面反射镜  $M_1$  和  $M_2$ ，称为菲涅耳双面镜。狭缝光源  $S$  与两镜面的交棱  $M$  平行，于是从  $S$  发出的光波经镜面反射后被分割为两束相干光，在它们的交叠区域里的屏幕上就会出现等距的平行干涉条纹。设  $S_1$  和  $S_2$  为  $S$  对菲涅耳双面镜所成的两个虚象，屏幕上的干涉条纹就如同是由相干的虚光源  $S_1$  和  $S_2$  发出的光束所产生的一样，因此可利用杨氏装置的结果计算这里的条纹间距。

另一种分波前干涉装置，是如图15-8 所示的劳埃(H. Lloyd, 1800–1881) 镜。 $MN$  表示一块平面反射镜，从狭缝光源  $S$  发出的光波中，一部分掠入射到平面镜后反射到屏幕上，另一部分直接投射到屏幕上。于

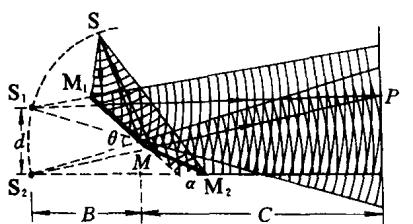


图 15-7 菲涅耳双面镜

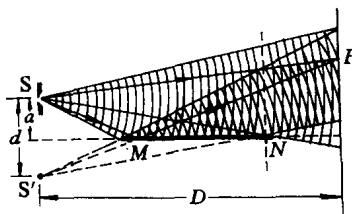


图 15-8 劳埃镜

是，处在这两束相干光的交叠区域里的屏幕上将出现干涉条纹，如同是由  $S$  与其虚象  $S'$  所产生的一样。

### 三 干涉条纹的可见度 光源的宽度和单色性

#### (1) 干涉条纹的可见度

为了描述干涉图样的强弱对比，我们引入可见度(visibility) 或衬比度(contrast) 的概念，其定义为

$$\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (15.28)$$

式中的  $I_{\max}$  和  $I_{\min}$  分别表示光强分布的极大值和极小值。当  $I_{\min} = 0$  时， $\gamma = 1$ ，条纹最清晰；反之，当  $I_{\min} = I_{\max}$  时， $\gamma = 0$ ，条纹消失，光强均匀分布。因此，用可见度  $\gamma$  可以定量地描述干涉条纹的清晰程度。

#### (2) 光源的宽度对干涉条纹的影响 光场的空间相干性

在以上关于杨氏实验的讨论中所涉及的光源  $S$ ，或者是点光源，或者是与两条狭缝  $S_1$  和  $S_2$  平行的线光源，后者只是起到了增强条纹亮度的作用，并不影响条纹的可见度。然而，实际的光源总是有一定宽度的面光源，我们现在就来考虑光源宽度对干涉条纹可见度的影响。

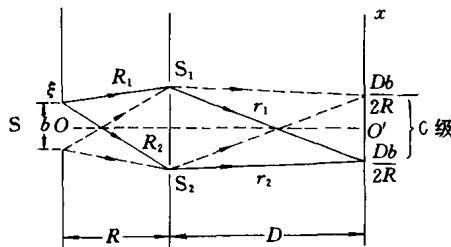


图 15-9 光源宽度对干涉条纹的影响

在图15-9所示的杨氏双缝干涉实验装置中， $S_1$ 和 $S_2$ 是间距为 $d$ 的两个狭缝，光源 $S$ 在横向( $\xi$ 方向)具有宽度 $b$ 。我们可以把具有一定宽度的面光源 $S$ 看成是由无数个互不相干的线光源组成的，每个线光源各自在屏幕上形成自己的干涉条纹。由于各线光源的位置 $\xi$ 不同，它们在屏幕上的各套干涉条纹之间有一定的相对位移。我们所观测到的干涉条纹，就是由所有各套干涉条纹的光强叠加而成的。显然，这是一种非相干的叠加。

为了进行定量的计算，考虑离中心 $\xi$ 的某一线光源，它到屏幕上 $P$ 点的两相干光之间的光程差为

$$\Delta L = (R_2 - R_1) + (r_2 - r_1). \quad (15.29)$$

与计算 $r_2 - r_1$ 类似，在 $d \ll R$ 和 $\xi \ll R$ 的条件下，近似地有

$$R_2 - R_1 \approx \frac{d}{R} \xi.$$

将它代入式(15.29)，并利用式(15.25)，得

$$\Delta L = \frac{d}{R} \xi + \frac{d}{D} x = \frac{d}{D} (x + \frac{D}{R} \xi).$$

令上式中的光程差等于零，即可得到离中心 $\xi$ 的线光源所产生的零级条纹的位置为 $x = -\frac{D}{R} \xi$ 。于是，扩展光源 $S$ 的上下边界点处的线光源，

它们所产生的零级条纹的位置之间的距离为

$$\delta x = \frac{D}{R} b. \quad (15.30)$$

因此，扩展光源上不同线光源所产生的各套等间隔的干涉条纹，相互之间产生了位移，其最大位移 $\delta x$ 由上式决定。该式表明，光源宽度 $b$ 越大，各套条纹之间的最大位移 $\delta x$ 也越大，即每级条纹所占的范围越大，总的干涉条纹越模糊。

光源有一定宽度时的屏幕上，光强分布，如图15-10所示。其中各条 $I_i - x$ 曲线表示扩展光源上不同线光源所产生的各套干涉条纹的光强分布， $I - x$

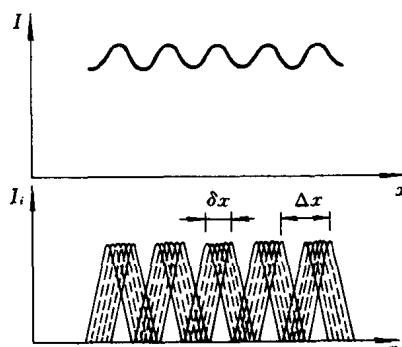


图15-10 扩展光源的光强分布

曲线表示总的光强分布。由图可见，当各套条纹的最大位移  $\delta x$  等于或大于条纹间距  $\Delta x$  时， $I_i - x$  各分布曲线将融合成一片，干涉条纹消失。

因此，当光源有一定宽度  $b$  时，还能观测到干涉条纹的必要条件是

$$\delta x = \frac{D}{R} b < \Delta x = \frac{D}{d} \lambda,$$

或  $b < \frac{R}{d} \lambda.$  (15. 31)

显然，当扩展光源的宽度  $b$  增大时，干涉条纹的可见度变小； $b$  增大到其临界值  $R \lambda / d$  时，干涉条纹的可见度变为零。

对于给定宽度  $b$  的扩展光源，式(15. 31)可以改写为

$$d < \frac{R}{b} \lambda,$$

或  $\beta \approx \frac{d}{R} < \frac{\lambda}{b},$  (15. 32)

其中  $d$  表示两个子波源  $S_1$  和  $S_2$  之间的距离，而  $\beta$  表示两个子波源  $S_1$  和  $S_2$  对光源  $S$  的中心所张的角。式(15. 32)对  $d$  或  $\beta$  所作的限制，给出了在该扩展光源的光场中相干范围的横向线度。

实际上，这里所讨论的正是光场的空间相干性问题。所谓空间相干性(spatial coherence)，就是描述光场中在波前上多大的横向范围内提取出来的两个子波源  $S_1$  和  $S_2$  仍是相干的。这个范围越大，我们就说光场的空间相干性越好。空间相干性问题来源于普通扩展光源的不同部分是不相干的，理想的点光源具有最好的空间相干性。由式(15. 32)可见，在杨氏实验中，可以在光源前放置狭缝，以减小光源的宽度  $b$ ，从而改善光场的空间相干性，提高干涉条纹的可见度。由于激光的空间相干性好，所以将激光直接投射在双缝上，就能获得可见度很高的干涉条纹。

### (3) 光源的非单色性对干涉条纹的影响 光场的时间相干性

严格的单色光是具有确定的频率和波长的简谐波。然而，任何实际的光源都不是理想的单色光源，它们所发出的光总是包含着一定的波长范围  $\Delta\lambda$ 。由于  $\Delta\lambda$  范围内的每一个波长的光都会形成各自的一套干涉条纹，且除零级以外各套条纹间都有一定的位移，所以它们非相干叠加的结果会使总的干涉条纹的可见度下降。在杨氏双缝干涉实验中，波长为  $\lambda$  的亮纹中心在屏幕上的位置由式(15. 26)确定，由此可得波长范围为  $\Delta\lambda$  的所有亮纹的中心都在

$$\delta' x = k \frac{D}{d} \Delta\lambda \quad (15. 33)$$