

供 中 医 药 、 管 理 、 计 算 机 各 类 专 业 用



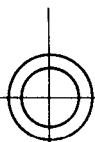
新世纪全国高等中医药院校创新教材

XIN SHI JI QUAN GUO GAO DENG ZHONG YI YAO YUAN XIAO
CHUANG XIN JIAO CAI

线 性 代 数

主 编 周仁郁

中国中医药出版社



新世纪全国高等中医药院校创新教材

线性代数

(供中医药、管理、计算机类专业用)

主 编 周仁郁(成都中医药大学)
副主编 于鹤丹(黑龙江中医药大学)
王世钦(甘肃中医学院)
关明云(辽宁中医药大学)
李秀昌(长春中医药大学)
陈世红(江西中医学院)
武京君(山东中医药大学)
郑洁刚(湖南中医药大学)
赵文峰(河南中医药大学)

中国中医药出版社

· 北 京 ·

图书在版编目(CIP)数据

线性代数/周仁郁主编. —北京:中国中医药出版社,
2006.9

新世纪全国高等中医药院校创新教材

ISBN 7-80231-066-0

I. 线… II. 周… III. 线性代数—中医学院—教材 IV. 0151.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 094482 号

中国中医药出版社出版
北京市朝阳区北三环东路 28 号易亨大厦 16 层
邮政编码:100013
传真:64405750
北京市燕鑫印刷厂印刷
各地新华书店经销

*

开本 850×1168 1/16 印张 12.75 字数 290 千字
2006 年 9 月第 1 版 2006 年 9 月第 1 次印刷
书号 ISBN 7-80231-066-0 册数 5000

*

定价:16.00 元
网址 www.cptcm.com

如有质量问题请与本社出版部调换
版权专有 侵权必究

社长热线 010 64405720
读者服务部电话:010 64065415 010 84042153
书店网址:csln.net/qksd/

前 言

高等数学、线性代数、中医药统计学,是中医药院校的三大数学课程。高等数学重在研究确定性现象的连续变化规律,研究的工具是极限,研究的内容是微积分、数学模型。中医药统计学重在研究随机性现象的统计规律,研究的工具是概率,研究的方法是由样本描述和推断总体的特征。线性代数则是研究确定性现象的系统变化规律,研究的工具是矩阵,研究的内容是矩阵理论,直接应用是线性方程组、投入产出分析、线性规划和非线性规划。随着科学技术的进步,特别是计算机技术的迅速发展,线性代数已经渗透到从自然科学技术到工农业生产建设,从经济活动到管理活动的各个领域。

传统的线性代数教学模式,是教师在黑板上演算,学生在纸上演算。本书是突破这种教学模式的一种尝试,它具有理论与实际、动脑与动手、教学与实验、教学与自学相结合的四大优点。理论与实际相结合,是指它既较完整地介绍线性代数的基本理论,又广泛地介绍医药、管理等多方面的实际问题,引导学生把学的知识用于实践。动脑与动手相结合,是指它既注重建立数学模型的思想,又注重对系统分析方法的总结,引导学生用脑指挥手。教学与实验相结合,是指它引导学生用数学软件简化繁杂的线性代数运算,降低学习线性代数的难度。教学与自学相结合,是指它按教学进度编排,既方便教师用多媒体讲授,又方便学生课前及课后自学。

本书共十章,第一至第五章为基本的矩阵理论,第六至第九章为系统分析应用方法,第十章为线性代数实验。第一章由赵文峰、崔红新编写,第二章第一、二节由王世钦、周菲编写,第二章第三、四节由陈世红、何雁、艾国平编写,第三章由于鹤丹、谢国梁编写,第四章由王金虹、谢海林编写,第五章由郑洁刚、黄爱武编写,第六章由关明云、李新编写,第七章由汪旭升编写,第八章由李秀昌、王淑媛、孙健编写,第九章第一节由陈世红、赵莹、何雁、艾国平编写,第九章第二节由陈世红、武京君、杨佩璐、付爽编写,第十章由周仁郁、曹治清、杨胤清、刘敏编写。使用时,可以根据需要选择内容进行教学,跳过部分定理的证明或计算机实验,不会影响学习的科学性、系统性和完整性。

本书既是中医药院校线性代数教学经验的结晶,又是建立和完善中医药院校数学课程体系的见证。愿更多的中医药院校开设线性代数课程,欢迎更多的中医药院校使用线性代数教材,发展和完善线性代数教材,让线性代数教学为培养合格的高等中医药人才作出更大的贡献。

《线性代数》编委会

2006年8月

新世纪全国高等中医药院校创新教材

《线性代数》编委会

主 编 周仁郁 (成都中医药大学)

副 主 编 (按姓氏笔画排序)

于鹤丹 (黑龙江中医药大学)

王世钦 (甘肃中医学院)

关明云 (辽宁中医药大学)

李秀昌 (长春中医药大学)

陈世红 (江西中医学院)

武京君 (山东中医药大学)

郑洁刚 (湖南中医药大学)

赵文峰 (河南中医学院)

曹治清 (成都中医药大学)

编 委 (按姓氏笔画排序)

王金虹 (山西中医学院)

王淑媛 (长春中医药大学)

艾国平 (江西中医学院)

付 爽 (山东中医药大学)

刘 敏 (成都中医药大学)

孙 健 (长春中医药大学)

杨佩璐 (山东中医药大学)

杨胤清 (成都中医药大学)

李 新 (辽宁中医药大学)

何 雁 (江西中医学院)

汪旭升 (广西中医学院)

周 菲 (甘肃中医学院)

赵 莹 (上海中医药大学)

黄爱武 (湖南中医药大学)

崔红新 (河南中医学院)

谢国梁 (黑龙江中医药大学)

谢海林 (山西中医学院)

目 录

第一章 行列式	(1)
第一节 行列式的定义	(1)
一、二阶与三阶行列式.....	(1)
二、排列与逆序.....	(2)
三、 n 阶行列式	(3)
习题.....	(5)
第二节 行列式的性质	(5)
一、基本性质.....	(6)
二、特殊性质.....	(7)
习题.....	(8)
第三节 行列式的计算	(9)
一、特殊行列式.....	(9)
二、余子式与代数余子式	(10)
三、行列式的计算	(12)
习题	(14)
第四节 克莱姆法则	(15)
一、二元一次方程组的克莱姆法则	(15)
二、 n 元一次方程组的克莱姆法则	(16)
习题	(19)
第二章 矩阵	(21)
第一节 矩阵概念	(21)
一、矩阵的定义	(21)
二、特殊矩阵	(22)
三、线性变换	(23)
习题	(24)
第二节 矩阵的运算	(25)
一、矩阵的加法	(25)
二、数与矩阵相乘	(25)
三、矩阵乘法	(26)
四、矩阵的转置	(29)
五、方阵的幂	(30)
习题	(31)

第三节 逆矩阵	(32)
一、方阵的行列式	(32)
二、逆矩阵	(33)
三、可逆的充要条件	(34)
四、逆矩阵的计算	(36)
习题	(38)
第四节 分块矩阵	(38)
一、矩阵的分块	(38)
二、矩阵的分块乘法	(40)
三、分块对角阵	(41)
四、特殊分块阵	(42)
习题	(44)
第三章 矩阵的变换	(45)
第一节 初等变换	(45)
一、消元法	(45)
二、矩阵的初等变换	(46)
三、矩阵的标准形	(48)
四、初等矩阵	(49)
五、初等变换计算逆矩阵	(50)
习题	(52)
第二节 矩阵的秩	(53)
一、矩阵秩的定义	(53)
二、初等变换求矩阵的秩	(54)
三、矩阵秩的性质	(55)
习题	(56)
第四章 向量	(58)
第一节 n 维向量及其运算	(58)
一、 n 维向量	(58)
二、 n 维向量的运算	(58)
习题	(59)
第二节 向量组的线性相关性	(59)
一、线性组合	(59)
二、线性相关	(61)
三、线性相关的常用结论	(62)
习题	(63)
第三节 向量组的秩	(64)
一、极大线性无关组	(64)

二、向量组的秩	(65)
三、矩阵的秩	(66)
习题	(68)
第四节 向量空间	(68)
一、向量空间概念	(68)
二、子空间	(69)
习题	(70)
第五章 线性方程组	(71)
第一节 线性方程组解的判定	(71)
一、线性方程组解的判定定理	(71)
二、线性方程组解的判定	(73)
习题	(74)
第二节 线性方程组解的结构	(74)
一、齐次线性方程组解的结构	(75)
二、非齐次线性方程组解的结构	(78)
习题	(80)
第六章 矩阵的特征值	(82)
第一节 正交矩阵	(82)
一、向量的内积	(82)
二、正交向量组	(83)
三、向量组的正交规范化	(83)
四、正交矩阵	(85)
习题	(86)
第二节 矩阵的特征值与特征向量	(86)
一、特征值与特征向量	(86)
二、特征值与特征向量的性质	(88)
习题	(90)
第三节 相似矩阵	(91)
一、相似矩阵概念	(91)
二、矩阵对角化的条件	(92)
三、实对称矩阵的相似矩阵	(93)
习题	(94)
第七章 投入产出分析	(96)
第一节 投入产出分析方法	(96)
一、投入产出模型	(96)
二、直接消耗系数	(98)
三、完全消耗系数	(100)

习题	(101)
第二节 投入产出分析方法的应用	(102)
一、最终产品变化对总产品的影响	(102)
二、一部门工资变动对各部门价格的影响	(103)
三、一部门价格变动对各部门价格的影响	(103)
习题	(104)
第八章 线性规划	(105)
第一节 线性规划问题	(105)
一、线性规划数学模型	(105)
二、线性规划的图解法	(107)
三、线性规划解的性质	(109)
习题	(109)
第二节 单纯形法	(110)
一、线性规划的标准形式	(111)
二、单纯形法原理	(113)
三、单纯形表	(117)
四、最优解判别定理	(119)
习题	(121)
第三节 人工变量	(122)
一、大 M 法	(122)
二、两阶段法	(123)
三、改进单纯形法	(126)
习题	(127)
第四节 对偶单纯形法	(128)
一、对偶线性规划	(128)
二、对偶理论	(131)
三、对偶单纯形法的思想	(133)
四、对偶单纯形法与单纯形法的比较	(135)
习题	(136)
第九章 线性规划的特殊类型	(138)
第一节 灵敏度分析	(138)
一、目标函数系数的变化范围	(138)
二、约束条件系数的变化范围	(140)
习题	(140)
第二节 运输问题	(141)
一、表上作业法	(141)
二、图上作业法	(144)

习题	(146)
第十章 线性代数实验	(147)
第一节 矩阵与行列式基础实验	(147)
一、实验目的	(147)
二、矩阵的创建	(147)
三、矩阵的运算	(150)
四、解线性方程组	(153)
实验一	(154)
第二节 矩阵函数与向量基础实验	(154)
一、实验目的	(154)
二、常用矩阵函数	(154)
三、向量操作	(156)
四、矩阵变换	(158)
五、一般线性方程组	(160)
实验二	(163)
第三节 综合性实验	(164)
一、实验目的	(164)
二、投入产出分析	(164)
三、线性规划模型求解	(165)
四、非线性规划模型求解	(167)
五、综合分析能力培养	(168)
实验三	(169)
第四节 设计性实验	(170)
一、实验目的	(170)
二、验证型实验设计	(170)
三、探索型实验设计	(173)
四、创新能力培养	(175)
实验四	(177)
附录	(178)
矩阵理论测试题	(178)
线性规划测试题	(180)
习题答案	(183)
矩阵理论测试题答案	(190)
线性规划测试题答案	(190)
参考文献	(192)

第一章 | 行列式

第一节 行列式的定义

一、二阶与三阶行列式

下面，我们从求解二元一次方程组的问题中引出二阶行列式的定义。

例 1 求解二元线性方程组，即

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases}$$

解 应用加减消元法，在 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时得到

$$x_1 = \frac{b_1a_{22} - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}, x_2 = \frac{a_{11}b_2 - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

我们发现，方程的解 x_1 、 x_2 一般表达式中，分母都是 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ 。

为方便记忆和书写，引入记号和规定运算，称为二阶行列式 (2 order determinant)，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \quad (1-1)$$

其中，每个数 a_{ij} ($i, j=1, 2$) 称为该行列式的元素。二阶行列式，共有 $2^2=4$ 个元素。元素的第一个下标 i 表示该元素在行列式的行序，第二个下标 j 表示元素的列序，任一元素 a_{ij} 可以通过其行序与列序唯一交叉确定。显然，二阶行列式的值为 2! 个项的代数和，且可以视为左上角与右下角乘积减去右上角与左下角乘积，称**对角线法则** (Sarrus 规则)。

例 2 利用对角线法则计算二阶行列式的值。

$$\textcircled{1} \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \quad \textcircled{2} \begin{vmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix}$$

解 由二阶行列式的对角线法则，得到

$$\textcircled{1} \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 5 \times 2 - (-1) \times 3 = 13$$

$$\textcircled{2} \begin{vmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix} = \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

与二阶行列式类似，三阶行列式也是从求解三元一次方程组的问题中引出。这里，我们直接给出其定义。

由 $3^2=9$ 个数，排成三行三列的式子，并规定：实线上元素的乘积前加正号，虚线上元

素的乘积前加负号,称为三阶行列式的对角线法则,如图 1-1 所示。

这样规定的记号和运算,即称为三阶行列式 (3 order determinant),即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} \quad (1-2)$$

显然,三阶行列式的值为 $3! = 6$ 个项的代数和。

例 3 计算行列式的值

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

解 利用对角线法则得到

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \times 0 \times (-1) + 2 \times 1 \times 3 + 3 \times (-1) \times 1 - 3 \times 0 \times 3 - 1 \times (-1) \times 1 - (-1) \times 1 \times 2 \\ = 6$$

二、排列与逆序

作为定义 n 阶行列式的准备,我们先给出一些有关排列的基本概念。

由 n 个不同数码 $1, 2, \dots, n$ 组成的一个有序数组 $i_1 i_2 \dots i_n$, 称为一个 n 级排列。如,由 $1, 2, 3$ 组成的三级排列有且仅有 $3! = 6$ 个,即

$$123, 132, 213, 231, 312, 321$$

同理, n 级排列一共有 $n!$ 个。

定义 1 在一个 n 级排列 $i_1 i_2 \dots i_n$ 中,任意找出两个数,若较大的数 i_i 排在较小的数 i_j 之前 ($i_i < i_j$),则称 i_i 与 i_j 构成一个逆序。一个 n 级排列的逆序总数,称为这个排列的逆序数,记为 $\tau(i_1 i_2 \dots i_n)$ 。

例如,在排列 231 中, 2 与 1 构成一个逆序, 3 与 1 构成一个逆序,共有 2 个逆序,这个排列的逆序数为 2 ,记为 $\tau(231) = 2$ 。

例 4 计算排列的逆序数。

① 2431

② $n(n-1)(n-2) \dots 321$

解 分别计算逆序的个数,得到

① 2431 的逆序有 $21, 43, 41, 31$, 故 $\tau(2431) = 4$ 。

② $n(n-1)(n-2) \dots 321$ 的逆序有

$$[n(n-1), n(n-2), \dots, n1], [(n-1)(n-2), \dots, (n-1)1], \dots, [32, 31], 21$$

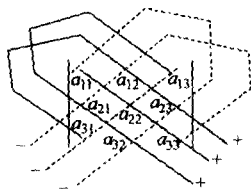


图 1-1 三阶行列式对角线法则

故得到

$$\tau[n(n-1)(n-2)\cdots 321] = (n-1) + (n-2) + \cdots + 3 + 2 + 1 = \frac{n(n-1)}{2}$$

定义 2 逆序数 $\tau(i_1 i_2 \cdots i_n)$ 是偶数或 0 的排列称为偶排列, 逆序数 $\tau(i_1 i_2 \cdots i_n)$ 为奇数的排列称为奇排列。

如: 由于 $\tau(2431)=4$, 排列 2431 是偶排列。 $\tau(45321)=9$, 排列 45321 是奇排列。

把一个排列中某两个数的位置互换, 而其余的数不动, 就得到另一个排列, 这样的变换称为一个对换。例如, 排列 2134 施以对换 (1, 4) 后得到排列 2431。

定理 1 对换改变排列的奇偶性。

也就是说, 任意一个排列经过一次对换, 奇排列变成偶排列, 偶排列变成奇排列。

证明 先看一个特殊的情形, 即对换的两个数在排列中是相邻的情形。设排列为

$$\cdots jk \cdots$$

经过 (j, k) 对换变成新排列

$$\cdots kj \cdots$$

这里, “ $\cdots$ ”表示那些不动的数, 显然新排列仅比原排列增加或减少了一个逆序, 显然与原排列的奇偶性相反。

再看一般的情形, 设排列为

$$\cdots j i_1 i_2 \cdots i_s k \cdots$$

经过 (j, k) 对换变成

$$\cdots k i_1 i_2 \cdots i_s j \cdots$$

可以视为原排列将数码 j 依次与 $i_1, i_2, \cdots, i_s, k$ 作 $s+1$ 次相邻对换, 变为

$$\cdots i_1 i_2 \cdots i_s k j \cdots$$

再将 k 依次与 $i_s, i_2, \cdots, i_1$ 作 s 次相邻对换得到新排列。即, 新排列可以由原排列经过 $2s+1$ 次相邻对换得到。 $2s+1$ 是奇数, 显然, 奇数次这样的对换的最终结果还是改变奇偶性。

定理 2 n 个数码 ($n>1$) 共有 $n!$ 个 n 级排列, 其中奇偶排列各占一半。

证明 n 级排列的总数 $n!$ 为偶数个 ($n>1$)。若奇偶排列个数不等, 则不妨设奇排列个数少于偶排列个数。若将所有的排列都施以相同对换, 例如都对换 (1, 2), 则 n 级排列的全体在施以相同对换后还是相同的 n 级排列全体。但由定理 1, 对换后的偶排列个数少于奇排列个数, 因而矛盾。所以, 奇偶排列数的个数相等, 各占一半。

三、 n 阶行列式

有了排列的一些基础知识, 我们就可以在分析三阶行列式表达式特点的基础上, 给出 n 阶行列式的定义。

由 1-2 式可以看出, 每一项都是取自不同行不同列的 3 个元素的积。在书写时, 可以把每项元素的行标排成 123 自然排列, 得到

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{12}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} \quad (1-3)$$

行标排成 123 自然排列, 3 个元素的乘积可以表示为

$$a_{1j_1} a_{2j_2} a_{3j_3} \quad (1-4)$$

由于 3 个数 $j_1 j_2 j_3$ 为三级排列共有 6 个, 正好可以用来决定三阶行列式 6 项的符号。现在分析 (1-3) 式中的一、二、三项为什么带正号, 四、五、六项为什么带负号? 可以看出, 符号与列标排列 $j_1 j_2 j_3$ 的逆序数有关。显然 123, 231, 312 都为偶排列, 321, 213, 132 都为奇排列。当 $j_1 j_2 j_3$ 为偶排列时前面带正号, 相反带负号。故, 每项前所带符号可以表示为 $(-1)^{\tau(j_1 j_2 j_3)}$ 。从而, 三阶行列式可以表示为所有取自不同行、不同列的三个元素乘积 $a_{1j_1} a_{2j_2} a_{3j_3}$ 的代数和, 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \sum_{j_1 j_2 j_3} (-1)^{\tau(j_1 j_2 j_3)} a_{1j_1} a_{2j_2} a_{3j_3} \quad (1-5)$$

其中, Σ 表示把所有通项 $(-1)^{\tau(j_1 j_2 j_3)} a_{1j_1} a_{2j_2} a_{3j_3}$ 加起来, 而 $j_1 j_2 j_3$ 要取完所有三级排列。

定义 3 n 阶行列式 (n order determinant), 是所有取自不同行不同列的 n 个元素的乘积 $a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}$ 代数和, 各项符号由 n 级排列 $j_1 j_2 \cdots j_n$ 决定, 偶排列带正号, 奇排列带负号, 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j_1 j_2 \cdots j_n} (-1)^{\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)} a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n} \quad (1-6)$$

n 阶行列式在 $n > 3$ 时, 不能使用对角线法则计算。

例 5 计算行列式的值

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & 0 & a_{23} & a_{24} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

解 此行列式中有很多元素为 0, 则通项 $a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}$ 中就有许多项为 0, 我们只需找出所有元素都不为 0 的项加起来即可。

由于每项取自不同的行与不同的列, 第一行只有选 a_{14} 才不为 0, 第二行只有选 a_{23} , 第三行只有选 a_{32} , 第四行只有选 a_{41} 。这样 $4! = 24$ 项中, 只有 $a_{14} a_{23} a_{32} a_{41}$ 不为 0, 故行列式的值为

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & 0 & a_{23} & a_{24} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = (-1)^{\tau(4321)} a_{14} a_{23} a_{32} a_{41} = a_{14} a_{23} a_{32} a_{41}$$

习 题

1. 计算下列行列式的值。

$$\textcircled{1} \begin{vmatrix} a & a^2 \\ c & c^2 \end{vmatrix}$$

$$\textcircled{3} \begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\textcircled{5} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\textcircled{2} \begin{vmatrix} a^x & a^{-x} \\ c^x & 2 \end{vmatrix}$$

$$\textcircled{4} \begin{vmatrix} a & a & a \\ -a & a & x \\ -a & -a & x \end{vmatrix}$$

$$\textcircled{6} \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ d_1 & d_2 & 0 & 0 & 0 \\ e_1 & e_2 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

2. 求下面排列的逆序数，从而判断它们的奇偶性。

$$\textcircled{1} 41253$$

$$\textcircled{2} 35247$$

$$\textcircled{3} 987654321$$

3. 在 6 阶行列式中， $a_{11}a_{26}a_{32}a_{44}a_{53}a_{65}$ ， $a_{51}a_{32}a_{13}a_{44}a_{65}a_{26}$ 这两项应该带什么符号。

4. 由行列式定义计算下式中 x^4 与 x^3 的系数，并说明理由。

$$f(x) = \begin{vmatrix} 2x & x & 1 & 2 \\ 1 & x & 1 & -1 \\ 3 & 2 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$$

第二节 行列式的性质

行列式的计算是一个重要的问题，但当阶数 n 较大时，运算相当麻烦，而直接应用定义来计算行列式的值也不太可能。因此有必要介绍一些有关行列式的重要性质，在计算行列式时，应用其性质往往可以简化计算过程，起到事半功倍的效果。由于行列式的性质对任何阶数的行列式都成立，在这里为了便于叙述与举例，我们只讨论三阶行列式的性质， n 阶行列式同样适用。