

★ 各类成人高考复习指导丛书

★ 修订版

数学

(理工农医类用)



高等教育出版社

各类成人高考复习指导丛书

数 学

(修 订 版)

(理工农医类用)

孙成基 主编

高等教育出版社

各类成人高考复习指导丛书

数 学

(修 订 版)

(理工农医类用)

孙成基 主编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北 京 印 刷 一 厂 印 装

*

开本787×1092 1/32 印张12.875 字数266 000

1987年6月第2版 1987年7月第1次印刷

印数00 001-130 090

ISBN 7-04-000120-9/O·49

书号 13010·01474 定价 1.85元

再 版 前 言

在国家教育委员会召开的审订《一九八六年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》会议上，与会的长期从事成人教育的教师们强烈要求根据《复习大纲》编写出版一套便于成人复习自学的指导丛书，这一要求得到国家教委主管部门的赞同和支持。为此我社约请《复习大纲》的起草人或审订人主编了这套《各类成人高考复习指导丛书》，供1987年考生使用。

鉴于本丛书初版编写时间仓促，难免存在一些问题，并且国家教委根据形势发展对《政治》、《历史》两个科目的《复习大纲》作了局部修订，因此有必要对本丛书作一次全面修订，以进一步满足1988年成人考生复习自学的需要。

为提高考生的应考能力，本丛书各教材一律以附录形式编入1986年全国成人高等学校统考试题与解答（日语、俄语无统考试题）。为不影响本丛书修订本及时供应，1987年全国成人高等学校统考试题与解答，我社将按文科（含外语）与理科分别汇编成册，单独发行。为加强对文史类考生的复习指导，本丛书修订版将《数学》按文理科分开编写。又鉴于《政治》的“经济常识”部分的内容可能由于形势发展而需要补充修改，《政治》的修订本分上、下册出版，以便及时增删修订，从而满足考生的复习要求。这样本丛书修订版包括：

《政治》（上、下册）；《语文》（上、下册）；《数学》（文史类用）；《数学》（理工农医类用）；《物理》；《化学》；《历史》；《地理》；《英语》；《俄语》；《日语》；

以及《1987年全国成人高等学校招生统一考试题目与解答》(文史类)和(理工农医类),共十三种、十五册。

本书《数学》包括“函数”、“三角函数”、“曲线和方程”、“数列、数列的极限,数学归纳法”、“排列、组合,二项式定理,复数”及“空间图形”六部分,共十七章。各章编有本章要求,内容提要,例题与解题指导,练习题和答案。书末附录编了综合试题,这是根据近年来历届各省市成人高等学校招生考试数学试题选编而成。同时还编选了1986年全国成人高等学校招生统一考试题目和答案。

本书取材适当,难易适度,重点突出,例题数量多,覆盖面宽;由浅入深,循序渐进,便于复习自学。例题之后一般都有“说明”,指出解题方法和思路,或作必要分析和总结等,以帮助考生提高解题能力。习题分A、B两类,B类题是为行有余力的读者进一步学习安排的。

本书这次修订主要是对初版错误作了订正。

本书主编为孙成基(《一九八六年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》起草人),参加编写本书的还有刘宗华、王燕生、烟学敏等同志。本书请天津大学数学系张敬如教授、南开大学数学系刘光旭副教授和天津市工农教育教研室韩恩熙同志审定。

欢迎对本丛书修订版提出批评指正。

高等教育出版社

1987年1月8日

目 录

函 数

第一章 集合	1
第二章 不等式和不等式组	9
第三章 指数和对数	26
第四章 函数	38

三 角 函 数

第五章 三角函数	51
§ 1 任意角的三角函数	51
§ 2 三角函数的图象和性质	67
第六章 两角和与两角差的三角函数	77
第七章 反三角函数和简单三角方程	109
§ 1 反三角函数	109
§ 2 简单三角方程	116
第八章 解三角形	124

曲线和方程

第九章 直线	135
§ 1 基本问题	135
§ 2 直线的方程	144
§ 3 两条直线的位置关系	151
第十章 圆锥曲线	163
§ 1 圆	163
§ 2 椭圆	172

§ 3 双曲线	179
§ 4 抛物线	185
§ 5 坐标轴平移	194

第十一章 极坐标与参数方程199

§ 1 极坐标	199
§ 2 参数方程	208

数列、数列的极限，数学归纳法

第十二章 数列222

第十三章 数列的极限与数学归纳法233

排列、组合，二项式定理，复数

第十四章 排列、组合与二项式定理244

第十五章 复数256

空间图形

第十六章 直线和平面269

§ 1 平面	270
§ 2 空间两条直线	275
§ 3 空间直线和平面	282
§ 4 空间两个平面	294

第十七章 多面体和旋转体308

§ 1 多面体	308
§ 2 旋转体	321

答案或提示337

成人高考综合试题 (选自近年来历届各省市成人高考

数学试题)一.....	382
成人高考综合试题 (选自近年来历届各省市成人高考	
数学试题)二.....	385
综合试题一解答	388
综合试题二解答	392
1986 年全国成人高等学校招生统一考试题目	396
1986 年全国成人高考试题答案	400

函 数

第一章 集 合

[本章要求]

1. 了解集合的意义及其表示法, 掌握空集、子集、真子集、交集、并集、补集等概念.

2. 会正确使用集合与集合, 元素与集合之间的关系符号.

3. 掌握表示自然数集合、整数集合、有理数集合、正实数集合、负实数集合以及实数集合等数集的符号和它们之间的关系.

[内容提要]

1. 集合的基本概念

集合 把具有某种属性的一些对象看作一个整体, 便形成一个集合. 一般用大写拉丁字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合.

元素 集合里的各个对象叫做集合的元素. 一般用小写拉丁字母 $a, b, c, \dots$ 表示集合的元素.

有限集 含有有限个元素的集合叫做有限集.

无限集 含有无限个元素的集合叫做无限集.

对于一个给定的集合 A 和确定的元素 a , 它们之间有且只有以下两种关系:

(1) 若 a 是 A 的元素, 则说 a “属于” A , 记为 $a \in A$.

(2) 若 a 不是 A 的元素, 则说 a 不属于 A , 记为 $a \notin A$.

空集 不含任何元素的集合叫做空集, 记为 $\emptyset$.

2. 集合的表示法

列举法 把集合的元素一一列举出来, 写在大括号 $\{ \}$ 内表示集合的方法. 如小于 5 的自然数集合可表示为 $\{1, 2, 3, 4\}$.

描述法 把集合中元素的公共属性描述出来, 写在大括号 $\{ \}$ 内表示集合的方法. 如不等式 $x-5>2$ 的解集可表示为 $\{x|x-5>2\}$ 或 $\{x:x-5>2\}$.

常见的几种数集的表示符号:

N 表示自然数集.

Z 表示整数集.

Q 表示有理数集.

R 表示实数集. R^+ (R^-) 表示正(负)实数集.

3. 集合与集合的关系

子集 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 那么集合 A 就叫做集合 B 的子集, 记为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$, 读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”. 若 A 是 B 的子集且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么集合 A 就叫做集合 B 的**真子集**, 记为 $A \subset B$ 或 $B \supset A$. 如果 $A \subseteq B$ 同时 $B \subseteq A$, 则称集合 A 与集合 B **相等** 记为 $A=B$.

子集的性质: (1) $A \subseteq A$;

(2) 若 $A \subseteq B$, $B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$;

(3) $\emptyset \subseteq A$.

交集 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的**交集**, 记作 $A \cap B$.

交集的性质: (1) $A \cap A = A$; (2) $A \cap \emptyset = \emptyset$.

并集 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的**并集**, 记作 $A \cup B$.

并集的性质: (1) $A \cup A = A$; (2) $A \cup \emptyset = A$.

全集 在研究集合与集合之间的关系时, 这些集合往往都是某一给定的集合的子集, 这个给定的集合叫做全集, 用符号 I 表示.

补集 若 $A \subseteq I$, 由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合, 叫做集合 A 的补集, 表示为 $\bar{A}$.

补集的性质: (1) $A \cap \bar{A} = \emptyset$; (2) $A \cup \bar{A} = I$.

[例题与解题指导]

例 1 设 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 全集 $I = \{\text{小于 } 9 \text{ 的正整数}\}$, 求 $A \cap B$, $\bar{A} \cup B$.

解 因为 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$,
所以 $A \cap B = \{3\}$.

又因为 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,
所以 $\bar{A} = \{4, 5, 6, 7, 8\}$.

因此 $\bar{A} \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

说明 求两个集合的并集时, 相同的元素只写一个, 而不能重复写. 如本题结果不能写成 $\bar{A} \cup B = \{3, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

例 2 设 $M = \{x | x \leq \sqrt{12}\}$, $a = \sqrt{10}$. 试在下列四个答案中选择一个正确的填在括号里:

- (A) $a \subset M$; (B) $a \notin M$;
(C) $\{a\} \in M$; (D) $\{a\} \subset M$.

答: ()

答: (D).

说明 此例为选择填空题, 选择正确答案的方法一般有三种: 一种是从题目本身入手去寻找正确答案; 另一种是从答案入手去验证条件或判断答案本身的合理性; 再一种是把运用条件和验证答案二者结合起来. 本题从条件入手应有 $a \in$

M 或 $\{a\} \subset M$, 从而 (D) 正确.

如果从答案入手去验证或判断, 读者会发现 A、C 的表示方法是错误的, 而 B 不符合题目的条件, 所以只有 D 是正确的. 总之, 不管用哪种方法都可以得到正确答案 D.

例 3 已知 $A = \{\text{矩形}\}$, $B = \{\text{菱形}\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{\text{矩形}\} \cap \{\text{菱形}\}$
 $= \{\text{既是矩形又是菱形的四边形}\}$
 $= \{\text{正方形}\}.$

说明 求矩形所组成的集合与菱形所组成的集合的交集, 就是要求既具有矩形的性质又具有菱形的性质的四边形所组成的集合, 这显然是正方形所组成的集合.

例 4 设 $A = \{(x, y) | x = 3 + 2y\}$, $B = \{(x, y) | 5x + y = 4\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{(x, y) | x = 3 + 2y\} \cap \{(x, y) | 5x + y = 4\}$
 $= \{(x, y) | \begin{cases} x = 3 + 2y \\ 5x + y = 4 \end{cases}\}$
 $= \{(1, -1)\}.$

说明 由题意, A 是某一个二元一次方程的解的集合, B 是另一个二元一次方程的解的集合, 而 $A \cap B$ 就是这两个二元一次方程联立所得到的二元一次方程组的解的集合, 经计算知解的集合是单元素集 $\{(1, -1)\}$. 注意切忌把这个集合写成 $\{1, -1\}$.

例 5 设全集 $I = \mathbf{R}$, 集 $A = \{x | -5 < x < 5\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 7\}$. 求 $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$.

解 由集合 A 与集合 B 知

$$\bar{A} = \{x | x \leq -5\} \cup \{x | x \geq 5\},$$

$$\bar{B} = \{x|x < 0\} \cup \{x|x > 7\},$$

由此得 $\bar{A} \cup \bar{B} = \{x|x < 0 \text{ 或 } x \geq 5\}.$

因 $A \cap B = \{x|0 \leq x < 5\},$

所以 $\overline{A \cap B} = \{x|x < 0\} \cup \{x|x \geq 5\}.$

说明 此类题如果借助于数轴的直观,则比较容易求解,且不易发生错误.

例 6 已知方程 $2x^2 - px + q = 0$ 的解集是 A , 方程 $6x^2 + (p+2)x + 5 + q = 0$ 的解集是 B , 又 $A \cap B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, 求 p, q 及 $A \cup B$.

解 因为 $A \cap B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, 所以 $\frac{1}{2}$ 是两个方程的公共根, 分别代入两个方程, 得方程组

$$\begin{cases} p - 2q = 1, \\ p + 2q = -15. \end{cases}$$

解得 $p = -7, q = -4.$

由根与系数的关系, 方程 $2x^2 - px + q = 0$ 的另一根为 -4 , 方程 $6x^2 + (p+2)x + 5 + q = 0$ 的另一根为 $\frac{1}{3}$. 所以

$$A = \left\{\frac{1}{2}, -4\right\}, B = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}.$$

由此得 $A \cup B = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -4\right\}.$

说明 本题是集合的概念在方程中的进一步运用. 由两个方程解集的交集给出公共根, 再根据方程根的意义得到两个参变量 p, q 的方程组, 从而求得 p, q , 并进而求得方程的其它根和两个方程解集的并集.

练习一

A 组

1. 在下列各题横线上填写适当的符号($\in$, $\notin$, $=$, $\supset$, $\subset$):

- | | |
|---|---|
| (1) $\emptyset$ <u> </u> $\{a\}$; | (2) a <u> </u> $\{a\}$; |
| (3) $\{a\}$ <u> </u> $\{a\}$; | (4) $\{a\}$ <u> </u> $\{a, b\}$; |
| (5) a <u> </u> $\{b, c, d\}$; | (6) 0.5 <u> </u> $\mathbb{Q}$; |
| (7) $\mathbb{R}$ <u> </u> $\mathbb{Q}$; | (8) $\mathbb{N}$ <u> </u> $\mathbb{Z}$. |

2. 分别用符号“ $\subset$ ”、“ $\subseteq$ ”、或“ $=$ ”表示下列各题中 A 与 B 的关系:

- $A = \{\text{正整数}\}$ 和 $B = \{\text{非负整数}\}$;
- $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$ 和 $B = \{2, 3\}$;
- $A = \{0\}$ 和 $B = \emptyset$.

3. 集合 $A = \{0, 1, 2\}$ 的所有子集共有多少个? 把它们写出来.

4. 已知两个集合 A 和 B , 求 $A \cap B$:

- $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 5, 6, 8\}$;
- $A = \{\text{正数}\}$, $B = \{\text{非负数}\}$;
- $A = \{3 \text{ 的倍数}\}$, $B = \{12 \text{ 的约数}\}$;
- $A = \{\text{有理数}\}$, $B = \{\text{无理数}\}$;
- $A = \{(x, y) | 2x + y = 4\}$, $B = \{(x, y) | 3x - 2y = -1\}$.

5. 已知两个集合 A 和 B , 求 $A \cup B$:

- $A = \{1, 3, 5, 9\}$, $B = \{2, 5, 10, 11\}$;
- $A = \{\text{奇数}\}$, $B = \{\text{偶数}\}$;
- $A = \{\text{正数}\}$, $B = \{\text{负数}\}$;
- $A = \{x | x < -2\}$, $B = \{x | x > 3\}$;
- $A = \{\text{三角形}\}$, $B = \{\text{钝角三角形}\}$.

6. 设 $A = \{\text{偶自然数}\}$, $B = \{\text{奇自然数}\}$, $C = \{0\}$, 求:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| (1) $(A \cup B) \cap C$; | (2) $(A \cup B) \cup C$; |
| (3) $(A \cap B) \cap C$; | (4) $(A \cap B) \cup C$. |

7. A 是任意一个集合, 求:

- (1) $A \cap A$; (2) $A \cup A$; (3) $A \cap \emptyset$; (4) $A \cup \emptyset$.

8. 已知两个非空集合 A, B 且 $A \neq B$, 试在下列各题横线上填写适当的符号 ($\supset, \subset, \subseteq, =$):

- (1) $A \cap B$ _____ A ; (2) $A \cap B$ _____ $B \cap A$;
 (3) B _____ $A \cup B$; (4) $\emptyset$ _____ $B \cap A$;
 (5) $A \cap B$ _____ $A \cup B$.

9. 设 I 为全集.

- (1) 已知 $I = N = \{\text{自然数}\}$, $A = \{\text{偶自然数}\}$, 求 $\bar{A}$;
 (2) 已知 $I = R = \{\text{实数}\}$, $A = \{x | x > -1\}$, 求 $\bar{A}$.

B 组

1. 设 $A = \{(x, y) | 3x + 2y = 1\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 2\}$,

$C = \{(x, y) | 2x - 2y = 3\}$, $D = \{(x, y) | 6x + 4y = 2\}$.

求 $A \cap B$, $B \cap C$, $A \cap D$.

2. 设全集 $I = \{x | 2 \leq x \leq 20, x \in Z\}$, $A = \{4 \text{ 的倍数}\}$, $B = \{3 \text{ 的倍数}\}$, $C = \{\text{素数}\}$, $D = \{\text{偶数}\}$. 求:

- (1) $\bar{D}$; (2) $A \cup B$; (3) $B \cup C$; (4) $B \cap C$; (5) $C \cap \bar{D}$;
 (6) $\bar{A}$; (7) $\overline{D \cap C}$.

3. 设 $A = \{x | x = 2k, k \in Z\}$, $B = \{x | x = 2k + 1, k \in Z\}$, $C = \{x | x = 2(k + 1), k \in Z\}$, $D = \{x | x = 2k - 1, k \in Z\}$, $I = Z$. 试问 A, B, C, D 中哪些集合相等, 哪些集合的交集是空集. 并求 $\bar{A}$, $\bar{B}$.

4. 设 $x \in N$, 求:

- (1) $\{x | x < 5\} \cap \{x | x > 2\}$;
 (2) $\{x | x < 4\} \cap \{x | 2 < x < 5\} \cap \{x | x \geq 3\}$;
 (3) $\{x | x > 6\} \cup \{x | x > 5\} \cup \{x | x < 7\}$.

5. 已知 $A = \{\text{小于 23 而能被 5 整除的自然数}\}$, $B = \{\text{小于 23 而能被 3 整除的自然数}\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$.

6. 下列集合分别用圆的图形来表示它们之间的关系:

(1) $A = \{\text{三角形}\}$, $B = \{\text{直角三角形}\}$, $C = \{\text{等腰三角形}\}$, $D = \{\text{等腰直角三角形}\}$;

(2) $A = \{\text{四边形}\}$, $B = \{\text{平行四边形}\}$, $C = \{\text{矩形}\}$, $D = \{\text{菱形}\}$, $E = \{\text{正方形}\}$.

7. 已知: 全集 $I = \{\text{实数对}(x, y)\}$, $A = \left\{ (x, y) \mid \frac{y-4}{x-2} = 3 \right\}$,

$B = \{(x, y) \mid y = 3x - 2\}$, 求 $\bar{A} \cap B$.

8. 设 $A = \{x \mid x^2 - 16 < 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$, $I = \mathbf{R}$. 求:

(1) $A \cap B$; (2) $A \cup B$; (3) $\overline{A \cap B}$; (4) $\bar{A} \cup \bar{B}$.

9. 数集 $X = \{(2n+1)\pi, n \in \mathbf{Z}\}$ 与数集 $Y = \{(4k \pm 1)\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ 之间的关系是

(A) $X \subset Y$;

(B) $X \supset Y$;

(C) $X = Y$;

(D) $X \neq Y$.

答: ()

10. 设方程 $x^2 - px + \frac{1}{2} = 0$ 的解集为 A , 方程 $x^2 - 5x + q = 0$ 的解集为 B . 已知 $A \cap B = \{2\}$, 求 p, q 及 $A \cup B$.

第二章 不等式和不等式组

[本章要求]

1. 掌握不等式的性质,并能证明简单的不等式.
2. 熟练掌握一元一次不等式组和一元二次不等式的解法.
3. 掌握 $|ax+b|>c$ 和 $|ax+b|<c$ 等类型的绝对值不等式的解法,并会用数轴表示它们的解集.
4. 掌握绝对值不等式的性质.

[内容提要]

1. 不等式的意义和性质

(1) 对于两个实数 a 与 b , 有

$$a-b>0 \Leftrightarrow a>b;$$

$$a-b=0 \Leftrightarrow a=b;$$

$$a-b<0 \Leftrightarrow a<b.$$

(2) 不等式的性质

1 $a>b \Leftrightarrow b<a;$

2 $a>b, b>c \Rightarrow a>c;$

3 $a>b \Rightarrow a+c>b+c;$

4 $a>b, c>d \Rightarrow a+c>b+d;$

5 $a>b, c>0 \Rightarrow ac>bc;$

6 $a>b, c<0 \Rightarrow ac<bc;$

7 $a>b>0, c>d>0 \Rightarrow ac>bd;$

8 $a>b>0 \Rightarrow a^n>b^n \quad (n \in \mathbf{N} \text{ 且 } n>1);$

9 $a>b>0 \Rightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b} \quad (n \in \mathbf{N} \text{ 且 } n>1).$