电能计量装置故障接线分析模拟与检测

主　编　康广庸
主　审　朱建良

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

电能计量装置故障接线分析模拟与检测

◎ 主　编　康广庸
◎ 主　审　朱建良
◎ 副主编　奚　磊　陈吉芳　白　石
　　　　　程显林　刘家新
◎ 参　编　吴安岚　郑小平　毕潇昳
　　　　　董生怀　赵亦湘　王静雯
　　　　　王海龙　陈劲松　陈　澍

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书重点介绍了利用电路定理对电能计量装置故障接线的分析方法，并借助检测仪器现场测试数据，绘制故障接线的接线图及其相量图，推导错误功率表达式，计算更正系数和退补电量。全书分为三大部分：电能计量相关的数理基础知识；三相三线、四线有功和无功电能计量装置故障接线分析；故障接线的模拟或仿真装置。共计七章。

本书实例丰富，内容简明实用，可供从事供用电技术工作的电能计量人员、用电检查人员和变电所运行管理人员学习，并可作为技术培训教材，还可供大中专院校电力专业师生以及报考注册计量师的专业人员学习和参考。

图书在版编目（CIP）数据

电能计量装置故障接线分析模拟与检测/康广庸主编.
北京：中国水利水电出版社，2007
ISBN 978-7-5084-4219-8

Ⅰ.电… Ⅱ.康… Ⅲ.电能—电量测量—导线连接—基本知识 Ⅳ.TM933.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 010588 号

书　　名	**电能计量装置故障接线分析模拟与检测**
作　　者	主编　康广庸　　主审　朱建良
出版　发行	中国水利水电出版社（北京市三里河路 6 号　100044） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：sales@waterpub.com.cn 电话：（010）63202266（总机）、68331835（营销中心）
经　　售	北京科水图书销售中心（零售） 电话：（010）88383994、63202643 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　　版	中国水利水电出版社微机排版中心
印　　刷	北京市兴怀印刷厂
规　　格	787mm×1092mm　16 开本　25.75 印张　611 千字
版　　次	2007 年 3 月第 1 版　2007 年 3 月第 1 次印刷
印　　数	0001—4000 册
定　　价	**57.00** 元

序

电能计量工作的公平、公正、准确与可靠，关系到电力公司与用电客户双方的经济利益。电能计量装置能否正确计量电能，取决于电能表、计量用电压互感器和电流互感器基本误差是否合格及二次回路接线是否正确，而三者之间接线是否正确尤为重要。要预防并杜绝装表接电工作疏忽或窃电者私自改变接线引起的故障接线，从而节约能源、降低线损，以期达到电网安全经济运行和正确计量电能之目的。

由康广庸同志主编的《电能计量装置故障接线分析模拟与检测》一书就要出版了。审读该书稿，令人欣喜地看到，该书较全面、准确地反映了电能计量技术、装置的最新发展成果，理论与实践相结合，是一本不可多得的科技参考用书。总结起来该书有以下三个特点：第一，注重理论性与实用性相结合。利用电路定理、TA 的 T 型等效电路及电压、电流相量图，分析并判断三相电能计量装置典型故障接线，同时列举了大量实例来说明。第二，注重电能计量专业知识的理论严谨性。它以三相电路功率（或电能）测量理论为基础，并以各种相关技术标准、规程为依托，力求使该书所述内容理论严谨，保持与标准、规程有机统一。第三，注重现场检测方法与技能培训的可操作性。借助电能表多功能现场校验仪或电能计量装置接线模拟与仿真装置，着重培训使用电能表现场校验仪或接线模拟装置的操作方法和能力。根据现场测试数据，绘制电能表接线图，进而确定接线方式及其电压、电流相量图，最后计算更正系数和退补电量，并以大量的例题加以说明。

电能计量装置正常运行及其故障接线分析和判断是计量技术工作中极其重要的组成部分。我相信，该书的面世，对于推动电能计量新技术和新装置的普及应用，提高从事计量检定、校验和测试等计量技术人员、电力公司用电稽查专业人员的专业技能和素质，是大有裨益的。

中国工程院院士 张钟华

2007 年 1 月

前言

随着国民经济的迅速发展，城乡用电负荷逐年增加。电能作为商品，对它正确计量是非常必要的。电能计量装置作为电能计量的基本工具，它是一杆秤，确保公开、公平和公正地计量电能与供、用电双方的经济利益密切相关。

电能计量装置包括各种类型的电能表、计量用电压、电流互感器及其二次回路、电能计量柜、箱等。其中电能表和电压、电流互感器属国家强制检定的计量器具。电能表的标准（或正确）接线是保证电能计量装置正确计量的首要条件。因此电能表能否正确计量电能，不仅取决于电能表本身的准确度，而且取决于电能表的正确接线。虽然电能表本身的误差很小，但故障接线却给电能计量带来很大误差。这样一来，对于电能计量装置的故障接线，不仅要善于发现和及时纠正，而且要善于依据故障接线实例，绘制故障接线的接线图及其相量图，从而进行计量分析，最后达到对错误接线时的电能进行基本准确的更正。

第一、二章由康广庸、白石、程显林、刘家新、王海龙、陈澍编写，第三章由郑小平、刘家新编写，第四章由吴安岚、康广庸、王静雯、毕潇昳编写，第五章由陈吉芳、刘家新编写，第六章由康广庸、奚磊、董生怀编写，第七章由康广庸、奚磊、赵亦湘、陈劲松编写。全部书稿经过多次修改，最后由康广庸、刘家新统稿。由哈尔滨理工大学朱建良副教授主审。在编写过程中，得到了哈尔滨理工大学研究生田聪、哈尔滨第二电业局培训中心主任高云霞及其同事、牡丹江电校培训中心主任秦宪平、牡丹江农垦供电有限公司国营部长支永江和宋聪明、齐齐哈尔电力培训中心自动化处长曹世龙和朱学成老师等的大力支持，在此一并向他们表示衷心地感谢，并致以崇高的敬意。

此外，在编写本书过程中还参阅了其他作者的书刊，在此同样向他们表示感谢。

由于编者水平有限，书中错误、疏漏和不足之处在所难免，敬请广大读者和技术同仁批评指正。

作者

2007年1月于哈尔滨

目　　录

第一章　电能计量相关的基础知识

第一节　数学基础知识

一、三角函数

（一）三角函数的定义

1. 锐角三角函数的定义

在 Rt（直角三角形，见图 1－1）$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=\alpha$（锐角），其三角函数定义如下：

$$\text{正弦}\ \sin\alpha=\frac{\text{对边}}{\text{斜边}}=\frac{b}{c}$$

$$\text{余弦}\ \cos\alpha=\frac{\text{邻边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c}$$

$$\text{正切}\ \mathrm{tg}\alpha=\frac{\text{对边}}{\text{邻边}}=\frac{b}{a}$$

$$\text{余切}\ \mathrm{ctg}\alpha=\frac{\text{邻边}}{\text{对边}}=\frac{a}{b}$$

$$\text{正割}\ \sec\alpha=\frac{\text{斜边}}{\text{邻边}}=\frac{c}{a}$$

$$\text{余割}\ \csc\alpha=\frac{\text{斜边}}{\text{对边}}=\frac{c}{b}$$

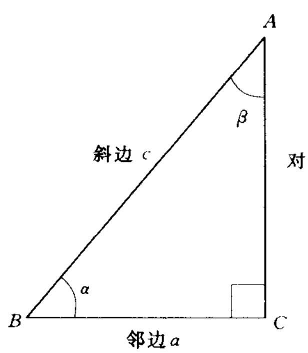


图 1－1　直角三角形边角关系示意图

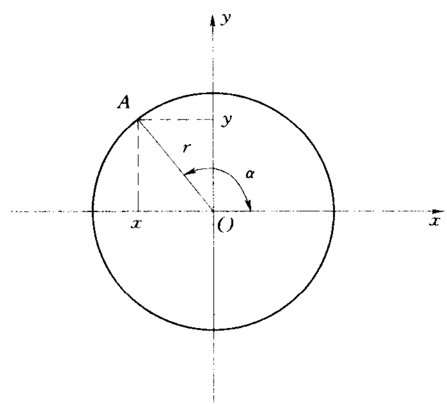


图 1－2　任意角参数示意图

2. 任意角三角函数的定义

如图 1－2 所示，在圆 O 中，设 $OA=r$，OA 与 x 轴正方向夹角为 α，A 点坐标为$(x,\ y)$，则

$$\sin\alpha=\frac{y}{r},\quad \cos\alpha=\frac{x}{r}$$

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{y}{x},\ \mathrm{ctg}\alpha=\frac{x}{y}$$

$$\sec\alpha=\frac{r}{x},\ \csc\alpha=\frac{r}{y}$$

可见其定义与 α 为锐角时相同。

3. 特殊角的三角函数值（见表 1－1）

表 1－1 特殊角的三角函数值

α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
$\mathrm{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	∞	0
$\mathrm{ctg}\alpha$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	∞	0	∞

（二）三角公式

1. 基本公式

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1,\ \sin\alpha\ \csc\alpha=1,\ \mathrm{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\sec^2\alpha-\mathrm{tg}^2\alpha=1,\ \cos\alpha\ \sec\alpha=1,\ \mathrm{ctg}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\csc^2\alpha-\mathrm{ctg}^2\alpha=1,\ \mathrm{tg}\alpha\ \mathrm{ctg}\alpha=1$$

2. 诱导公式（见表 1－2）

表 1－2 任意角的三角函数诱导公式

角 函数	90°－α	90°＋α	180°－α	180°＋α	270°－α	270°＋α	360°－α
$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$
$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$
$\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	$-\mathrm{ctg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	$-\mathrm{ctg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$
$\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{ctg}\alpha$

3. 负角（$-\alpha$）的简化公式

$$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$$

$$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$$

4. 和差公式

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\mathrm{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\mathrm{tg}\alpha\pm\mathrm{tg}\beta}{1\mp\mathrm{tg}\alpha\ \mathrm{tg}\beta}$$

$$\mathrm{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\mathrm{ctg}\alpha \mathrm{ctg}\beta \mp 1}{\mathrm{ctg}\beta \pm \mathrm{ctg}\alpha}$$

5. 倍角公式

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\mathrm{tg}2\alpha = \frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha},\ \mathrm{ctg}2\alpha = \frac{\mathrm{ctg}^2\alpha - 1}{2\mathrm{ctg}\alpha}$$

6. 和差化积公式

$$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\ \cos\beta$$

$$\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\ \sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\ \cos\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta) = -2\sin\alpha\ \sin\beta$$

7. 任意三角形的边角关系

（1）正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

式中　R——$\triangle ABC$ 外接圆的半径。

（2）余弦定理

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ \cos A,\ \cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\ \cos B,\ \cos B = \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ \cos C,\ \cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

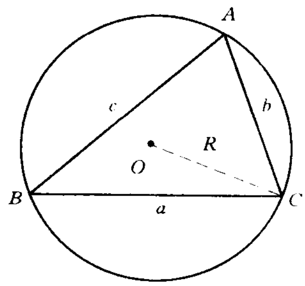


图 1－3　任意三角形边角关系示意图

8. 度和弧度的关系

表 1－3　**度与弧度关系对照表**

$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
30°	45°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°

（1）$1° = 60'$，$1' = 60''$。

（2）$1° = 0.01745325$ 弧度；

$1' = 0.00029089$ 弧度；

$1'' = 0.00000485$ 弧度。

二、指数函数

（1）$a\mathrm{e}^{i\theta} = a(\cos\theta + \mathrm{i}\ \sin\theta)$

（2）$a\mathrm{e}^{-i\theta} = a(\cos\theta - \mathrm{i}\ \sin\theta)$

（3）$\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\theta+\varphi)} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}\ \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}$

（4）$\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\theta-\varphi)} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi} = \dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}}{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}}$

三、复数及其运算

（一）复数的三种表达式及其相互变换

1. 复数的三种表达式

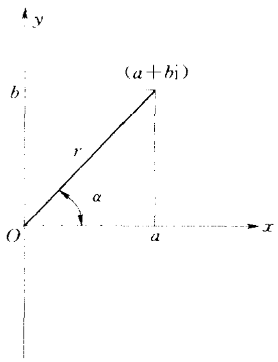


图 1－4 复数的表示

（1）代数表达式 $Z=a+bi$

（2）三角表达式 $Z=r(\cos\alpha+i\sin\alpha)$

（3）指数表达式 $Z=re^{i\alpha}$

式中 i——虚数单位，$i=\sqrt{-1}$，$i^{4n+1}=i$，$i^{4n+2}=-1$，$i^{4n+3}=-i$，$i^{4n+4}=1$，当 $n=0$ 时，$i^1=i$，$i^2=-1$，$i^3=-i$，$i^4=1$。

2. 复数三种表达式之间的相互变换

$Z=a+bi=r(\cos\alpha+i\sin\alpha)=re^{i\alpha}$

$$\begin{cases}a=r\cos\alpha\\ b=r\sin\alpha\end{cases}\qquad \begin{cases}r=\sqrt{a^2+b^2}\\ \alpha=\mathrm{tg}^{-1}\dfrac{b}{a}\left(\text{或 } \mathrm{tg}\alpha=\dfrac{b}{a}\right)\end{cases}$$

（二）复数的四则运算

1. 代数表达式

$$(a+bi)\pm(c+di)=(a\pm c)+(b\pm d)i$$

$$(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i$$

$$\frac{(a+bi)}{(c+di)}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$$

2. 三角表达式

设
$$Z_1=R(\cos\alpha+i\sin\alpha)$$
$$Z_2=r(\cos\beta+i\sin\beta)$$

则
$$Z_1Z_2=Rr[\cos(\alpha+\beta)+i\sin(\alpha+\beta)]$$
$$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{R}{r}[\cos(\alpha-\beta)+i\sin(\alpha-\beta)]$$

3. 指数表达式

设
$$Z_1=Re^{i\alpha},\ Z_2=re^{i\beta}$$

则
$$Z_1Z_2=Rre^{i(\alpha+\beta)}$$
$$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{R}{r}e^{i(\alpha-\beta)}$$

四、相量及其运算

（一）代数法

1. 平面直角坐标系上的相量 $\dot{a}$

在一个平面内的相量，统称为平面相量，并用头上带圆点“·”的英文字母表示。平面直角坐标系如图 1－5 所示。设在 x 轴正方向上、y 轴正方向上的单位相量分别为 i❶、

❶ 此处 i 是单位相量，请勿与三、（一）1. 中虚数单位 $i=\sqrt{-1}$ 相混。

j，$\dot{a}$是坐标平面上的任一相量，将它平移，使其起点为坐标原点，终点 P 的坐标为（x，y），则

有 $$\dot{a}=x\mathrm{i}+y\mathrm{j}$$

或记作 $$\dot{a}=a_1\mathrm{i}+a_2\mathrm{j}$$

式中 x、y——相量$\dot{a}$在 x 轴、y 轴上的投影；

$x\mathrm{i}$、$y\mathrm{j}$——相量$\dot{a}$在 x 轴方向、y 轴方向的分相量。

相量$\dot{a}$的幅值（或模）$|\dot{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$，幅角 $\varphi=\mathrm{arctg}\,\dfrac{a_2}{a_1}$。

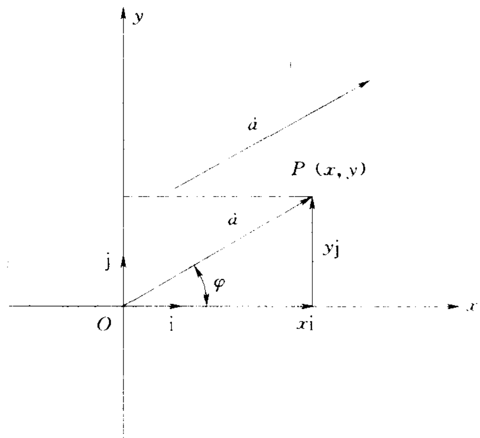


图 1－5 平面直角坐标系上的相量表示

2. 相量运算

（1）代数表达式相量的加减运算。

设 $$\dot{a}=a_1\mathrm{i}+a_2\mathrm{j},\ \dot{b}=b_1\mathrm{i}+b_2\mathrm{j}$$

则 $$\dot{a}\pm\dot{b}=(a_1\pm b_1)\mathrm{i}+(a_2\pm b_2)\mathrm{j}$$

式中 a_1、a_2 及 b_1、b_2——相量$\dot{a}$及相量 $\dot{b}$ 在 x 轴、y 轴上的投影；

i、j——x 轴、y 轴的坐标单位相量。

（2）常数与相量相乘。设常数 c，相量$\dot{a}=a_1\mathrm{i}+a_2\mathrm{j}$ 及 $\dot{b}=b_1\mathrm{i}+b_2\mathrm{j}$，则

$$c\dot{a}=ca_1\mathrm{i}+ca_2\mathrm{j},\ c\dot{b}=cb_1\mathrm{i}+cb_2\mathrm{j}$$

（3）三角表达式相量的互换运算。在平面直角坐标系如图 1－6 中，假设已知相量$\dot{a}=x\mathrm{i}+y\mathrm{j}$，则其模 $|\dot{a}|$ 及幅角 φ 为

$$|\dot{a}|=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$\varphi=\mathrm{tg}^{-1}\frac{y}{x}$$

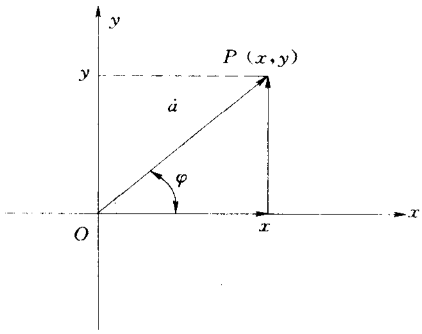


图 1－6 平面直角坐标系上的相量$\dot{a}$

相反情况，如已知相量$\dot{a}$的模 $|\dot{a}|$ 及相量$\dot{a}$与 x 轴正方向的夹角 φ，则

$$x=|\dot{a}|\cos\varphi$$

$$y=|\dot{a}|\sin\varphi$$

即 $$\dot{a}=|\dot{a}|(\cos\varphi\mathrm{i}+\sin\varphi\mathrm{j})$$

【例 1－1】 假设已知相量$\dot{a}=-1\mathrm{i}+1\mathrm{j}$，则在平面直角坐标系上作出相量$\dot{a}$，如图 1－7 所示。

$\dot{a}$的起点为坐标原点，$\dot{a}$的终点为 $P(-1,\ 1)$ 于是有

$$|\dot{a}|=\sqrt{(-1)^2+1^2}=\sqrt{2}$$

$$\varphi=\mathrm{arctg}\,\frac{1}{-1}=135°$$

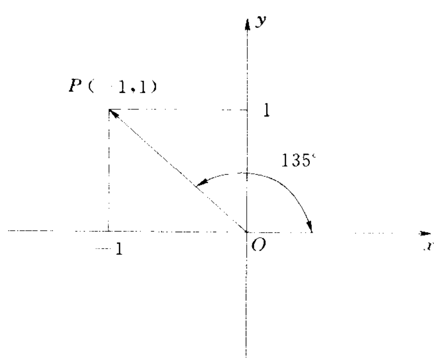


图 1－7 ［例 1－1］图示

（二）几何法（作图法）

1. 相量和相反相量

（1）相量。相量就是既有大小又有方向的量。换言之，相量既表示量的大小又表示量的方向或时间的先后（即超前和滞后）。实际上，相量是平面上的一条有向直线，其长度按照一定比例描述相量的大小，其箭头所指决定相量的方向。相量通常用带圆点的字母来表示。例如相量$\dot{a}$、$\dot{b}$、…。

（2）相反相量。我们把两个大小相等方向相反的相量称为互为相反相量。换句话说，一对互为相反相量是指幅值相等幅角相差180°的两个相量。例如相量$\dot{a}$和$-\dot{a}$就是一对互为相反相量。

2. 相量的加减运算

（1）相量加法。

1）平行四边形法。将相量$\dot{a}$和$\dot{b}$平移，使它们的前端落在同一点O上，再以相量$\dot{a}$和$\dot{b}$的大小为邻边画一个平行四边形，则它俩所夹对角线就是$\dot{a}$和$\dot{b}$相加的相量$\dot{c}$，并记作$\dot{c}=\dot{a}+\dot{b}$。这种方法叫做平行四边形法。

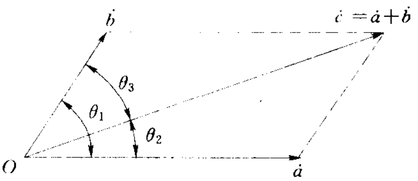


图1－8 两个相量相加的平行四边形法

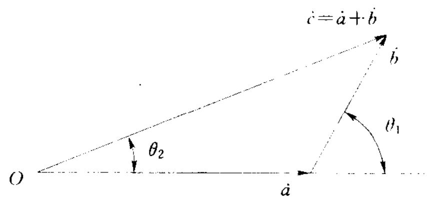
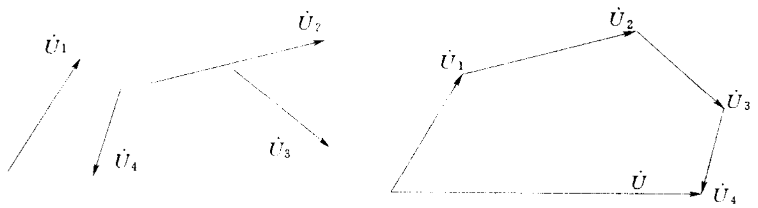


图1－9 两个相量相加的平移连接法

2）平移连接法。以相量$\dot{a}$的终点（尾端）为起点（首端），画出相量$\dot{b}$，使相量$\dot{b}$与$\dot{a}$（或其延长线）间之夹角为θ_1（即相量$\dot{a}$与$\dot{b}$间的相位角），则$\dot{a}$的始点与$\dot{b}$的终点连成的相量$\dot{c}$，就是$\dot{a}$与$\dot{b}$相加的相量和$\dot{c}=\dot{a}+\dot{b}$。这种方法叫做平移连接法。

强调指出，平行四边形法和平移连接法都可以推广到多个相量相加。例如平移连接法推广画法是，先把第二个相量的始点接到第一个相量的终点，再把第三个相量的始点接到第二个相量的终点，这样按顺序将多个相量连接起来，则最后一个相量的终点与第一个相量的始点连接的相量就是多个相量相加的相量和，如图1－10所示。



（a） （b）

图1－10 用平移连接法画四个相量相加的示意图

（a）假设的四个电压相量$\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$、$\dot{U}_3$、$\dot{U}_4$；（b）由四个相量相加的相量和$\dot{U}$

在作图时应该注意以下两点：①作图时应该保持已知相量的大小和方向；②相同单位的相量方可相加，例如电压相量加电压相量。

（2）相量减法。如图 1－11 所示，将两个电流相量 $\dot{I}_1$ 和 $\dot{I}_2$ 的始点画在同一点上，再从 $\dot{I}_2$ 的终点与 $\dot{I}_1$ 的终点连接画出相量 $\dot{I}$，相量 $\dot{I}$ 就是 $\dot{I}_1-\dot{I}_2$，即

$$\dot{I}=\dot{I}_1-\dot{I}_2$$

变换上式，可得 $\dot{I}=\dot{I}_1+(-\dot{I}_2)$。此式说明，要减去电流相量 $\dot{I}_2$，相当于加上 $\dot{I}_2$ 的相反相量 $(-\dot{I}_2)$，如图 1－12 所示。

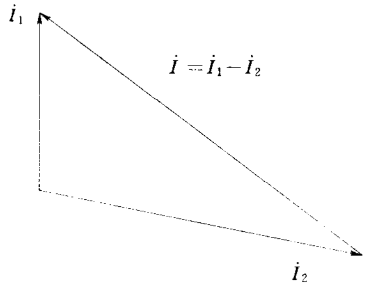


图 1－11　两个电流相量相减示意图

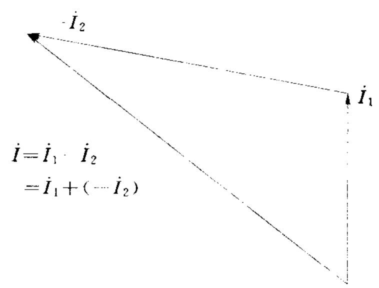


图 1－12　两个电流相量相减变成相加示意图

五、正弦交流电的复数表示法和相量表示法

（一）正弦交流电的复数表示法

当把平面直角坐标系看作复平面时，复数和相量是一一对应的。因此，交流电正弦波可用相应的复数来表示，如图 1－13 所示。

例如交流电压正弦波 $u=U_m\sin(\omega t+\varphi)$ 可用模为 U_m、幅角为 φ 的相量 $\dot{a}$ 来表示，于是可用相应的复数表示为

$$U_m e^{i\varphi}=U_m\cos\varphi+i\,U_m\sin\varphi$$

并记作　　$\dot{U}=U_m e^{i\varphi}$

通常对于星形连接的三相四线制对称电源而言，以 A 相相电压瞬时值为参考正弦量时，其瞬时值表达式如下：

$$u_{AN}=U_m\sin(\omega t+\varphi)$$
$$u_{BN}=U_m\sin(\omega t+\varphi-120^\circ)$$
$$u_{CN}=U_m\sin(\omega t+\varphi+120^\circ)$$

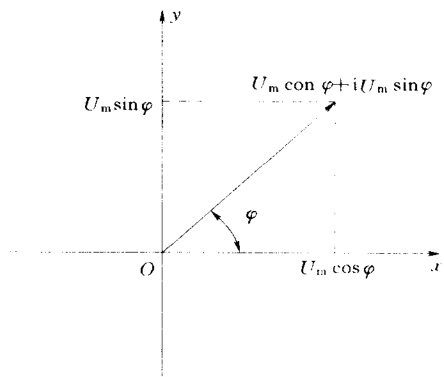


图 1－13　交流电压正弦波的复数表示

这种情况下，相电压的复数表达式为

$$\dot{U}_{AN}=Ue^{i\varphi}$$
$$\dot{U}_{BN}=Ue^{i(\varphi-120^\circ)}$$
$$\dot{U}_{CN}=Ue^{i(\varphi+120^\circ)}$$

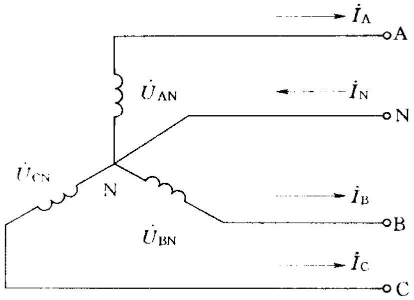


图 1-14 星形连接电源

线电压的复数表达式为

$$\dot{U}_{AB}=\sqrt{3}U_{AN}e^{i30^\circ}$$

$$\dot{U}_{BC}=\sqrt{3}U_{BN}e^{i30^\circ}$$

$$\dot{U}_{CA}=\sqrt{3}U_{CN}e^{i30^\circ}$$

上列各式中 U_m——相电压的幅值；

U——相电压的有效值；

i——虚数单位，$i=\sqrt{-1}$。

（二）正弦交流电的相量表示法

1. 正弦交流电的旋转相量表示法

如图 1-15 所示，假设正弦波交流电压 $u=U_m\sin(\omega t+\varphi)$，它可用平面直角坐标系上一个旋转相量$\dot{a}$ 来表示，$\dot{a}$ 的模 $|\dot{a}|$ 等于幅值 U_m，$\dot{a}$ 的幅角（初相角）等于$\dot{a}$ 的初始位置与 x 轴正方向夹角 φ。

当$\dot{a}$ 以角速度 ω 逆时针方向绕 O 点旋转时，经过时间 t，这时其幅角 $\alpha=\omega t+\varphi$，$\dot{a}$ 在 y 轴上的投影是正弦波（值） $|\dot{a}|\sin\alpha=U_m\sin(\omega t+\varphi)$，即正弦波交流电压 $U_m\sin(\omega t+\varphi)$ 的瞬时值等于同一时刻 t 旋转相量在 y 轴上的投影，如图 1-16 所示。

假设$t=t_1=0$ 时，则有 $u_1=U_m\sin\varphi$

$t=t_2$ 时，$u_2=U_m\sin(\omega t_2+\varphi)$

$t=t_3$ 时，$u_3=U_m\sin(\omega t_3+\varphi)$

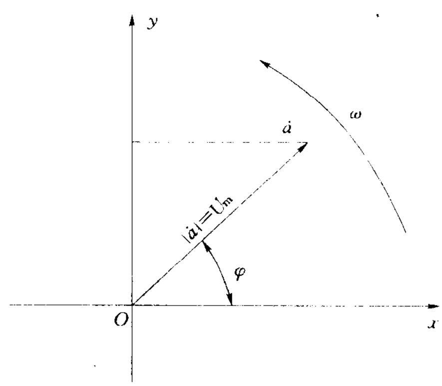


图 1-15 正弦交流电的旋转相量表示

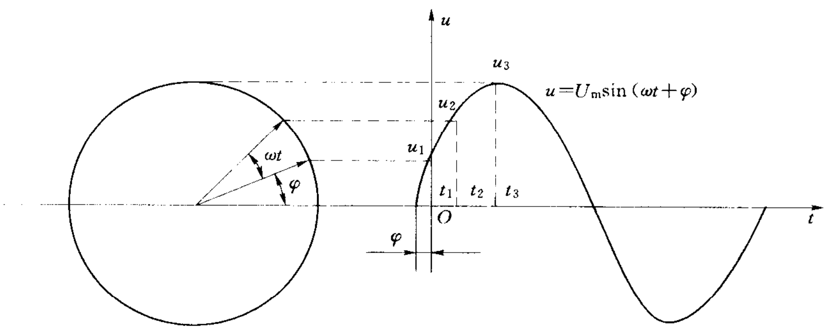


图 1-16 旋转相量瞬时值的示意图

2. 不旋转的相量表示正弦交流电

众所周知，唯有（仅当）相量按照一定的标准方向旋转时，正弦交流电的相量表示法和波形表示法才能有机联系起来。在实际应用上，因为几个相同频率的正弦交流电流或电压（旋转速度相同的时间相量）之间，在任一瞬间它们彼此的相对位置是不会变化的，故在分析相量间的相位关系时，可认为它们的相对位置是相对静止的。基于此理，可不考虑相量在旋转，但却使相量分析大为简化。

从数学分析角度来看，描述瞬时功率的数学模型为

$$p = ui = U_m\sin(\omega t + \varphi_u)I_m\sin(\omega t + \varphi_i)$$

p 是 u、i 的函数，而 u、i 又是时间 t 的函数，故 p 是时间 t 的复合函数。因此，交流电路功率或电能的分析与计算非常复杂，甚至相当困难，这就是为什么用相量图分析正弦交流电的根本原因。

六、相量间的相位关系

（一）超前和滞后

1. 交流电流的超前和滞后关系

电流超前和滞后关系如图 1－17 所示。

以电流 $\dot{I}$ 为参考（基准）相量，电流 $\dot{I}_1$ 顺时针方向旋转一个角度 φ_1，即 $\dot{I}_1$ 滞后 $\dot{I}$ 一个角度 φ_1。电流 $\dot{I}_2$ 逆时针方向旋转一个角度 φ_2，即 $\dot{I}_2$ 超前 $\dot{I}$ 一个角度 φ_2。

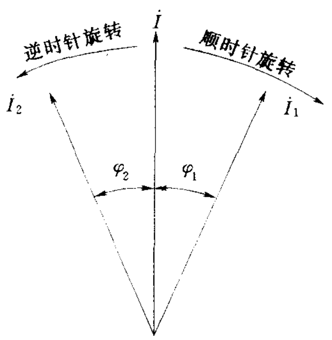


图 1－17 电流相量的超前和滞后

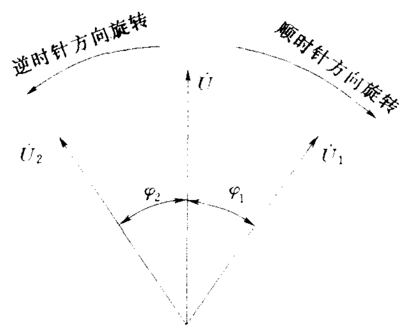


图 1－18 电压相量的超前和滞后

2. 交流电压的超前和滞后关系

电压超前和滞后关系如图 1－18 所示。

以电压 $\dot{U}$ 为参考相量，电压 $\dot{U}_1$ 顺时针方向旋转一个角度 φ_1，即 $\dot{U}_1$ 滞后 $\dot{U}$ 一个角度 φ_1。电压 $\dot{U}_2$ 逆时针方向旋转一个角度 φ_2，即 $\dot{U}_2$ 超前 $\dot{U}$ 一个角度为 φ_2。若用复数表示，则 $\dot{U}_2=\dot{U}e^{j\varphi_2}$，$\dot{U}_1=\dot{U}e^{\ j\varphi_1}$。

3. 电流和电压的超前和滞后关系

以电压 $\dot{U}$ 为参考相量，电流和电压的超前和滞后关系如图 1－19 所示。当电流相量 $\dot{I}_L$ 顺时针方向旋转一个角度 φ_L 时，即电流 $\dot{I}_L$ 滞后电压 $\dot{U}$ 一个 φ_L 相位，叫感性负载。当电流相量 $\dot{I}_C$ 逆时针方向旋转一个角度 φ_C 时，即电流 $\dot{I}_C$ 超前电压 $\dot{U}$ 一个 φ_C 相位，叫容性负载。

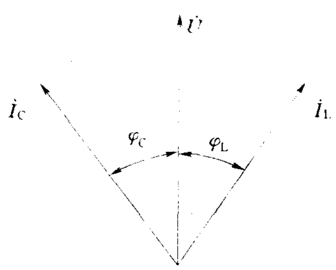


图 1－19 电流相量与电压相量的超前和滞后

（二）三相交流电流和电压的正相序和逆相序

（1）三相交流电流的正相序 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$、$\dot{I}_3$ 和逆相序 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_3$、$\dot{I}_2$ 的相量图如图 1－20 所示。

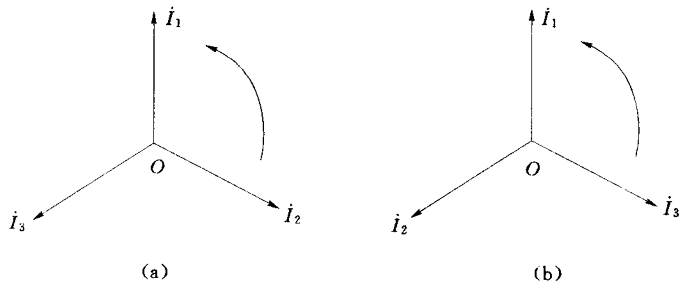


图 1－20 三相交流电流的相序
（a）正相序；（b）逆相序

（2）三相交流电压的正相序$\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$、$\dot{U}_3$ 和逆相序$\dot{U}_1$、$\dot{U}_3$、$\dot{U}_2$ 的相量图如图 1－21 所示。

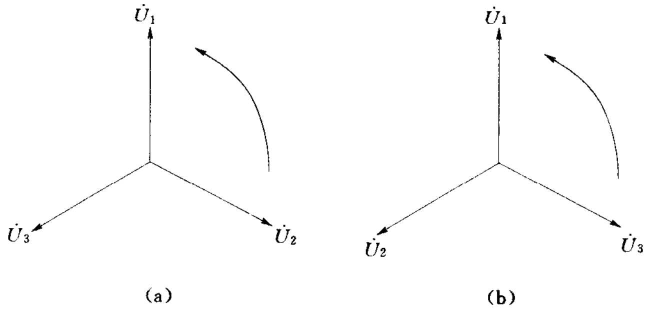


图 1－21 三相交流电压的相序
（a）正相序；（b）逆相序

电压正相序时，其复数表示为

$$\dot{U}_3 = \dot{U}_1 e^{i\,120^\circ},\ \dot{U}_2 = \dot{U}_1 e^{i\,240^\circ} = \dot{U}_1 e^{-i\,120^\circ},\ \dot{U}_1 = U_1 e^{i\,0^\circ}$$

电压逆相序时，其复数表示为

$$\dot{U}_3 = \dot{U}_1 e^{-i\,120^\circ},\ \dot{U}_2 = \dot{U}_1 e^{i\,120^\circ},\ \dot{U}_1 = U_1 e^{i0^\circ}$$

第二节 电路基础知识

一、电路

（一）电路及其组成

电路是指电流所经过的路径。最简单的电路是由电源（如干电池、发电机等）、负载（电动机、电灯等）、通断开关及连接电源与负载的导线等四个部分组成。例如手电筒的电路如图 1－22 所示。还有单相照明电路及三相动力电路等。