



# 中立型时滞系统的鲁棒控制

ZHONGLIXING SHIZHI XITONG DE LUBANG KONGZHI



李宏飞 著



西北工业大学出版社

# 中立型时滞系统的鲁棒控制

李宏飞 著

西北工业大学出版社

**【内容简介】** 时滞是导致系统不稳定的一个主要因素,从而成为控制理论界广泛关注和近年来研究的热点之一。中立型系统是一类广泛存在于工程实践中的时滞系统。本书着重讨论了中立型系统的反馈镇定、保性能控制、 $H_\infty$ 控制以及鲁棒绝对稳定性问题,并基于 MATLAB 的 LMI 工具箱进行了数值模拟。

本书可作为高等学校数学专业和自动控制专业高年级学生和研究生教材,也可作为从事教学、科研的教师和工程技术人员的参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

中立型时滞系统的鲁棒控制/李宏飞著. —西安:西北工业大学出版社,2006.10

ISBN 7-5612-2145-2

I. 中… II. 李… III. 时滞系统—鲁棒控制 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 119603 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072

电 话:029-88493844 88491757

网 址:www.nwpup.com

印刷者:陕西宝石兰印务有限公司

开 本:850 mm×1 168 mm 1/32

印 张:6.25

字 数:152 千字

版 次:2006 年 10 月第 1 版 2006 年 10 月第 1 次印刷

定 价:14.00 元



## 作者简介

李宏飞，男，1967年生，陕西佳县人。1989年7月于陕西师范大学数学系毕业，分配到榆林学院数学系从事教学工作至今。其间，1999年9月至2001年1月在陕西师范大学数学系硕士学位班学习；2001年3月进入西北工业大学自动化学院攻读博士学位，于2004年6月毕业，获工学博士学位；2001年12月晋升为副教授。主要研究方向是：中立型时滞微分方程的振动性；中立型时滞微分系统的鲁棒控制理论及应用等。发表专业学术论文30余篇。

本书由下列基金资助：

**陕西省自然科学基金(2006A13)基金**

**陕西省教育厅专项科研项目(06JK149)基金**

**榆林学院出版基金**

# 前 言

在工程实际中,动力系统总是存在滞后现象。从工程技术、物理、力学、控制论、化学反应、生物医学等中提出的数学模型带有明显的滞后量,且滞后是系统不稳定的重要因素。而中立型系统是一类重要的时滞系统,大量存在于工程实际中,如涡轮喷气式飞机的引擎系统、薄的运动体的连续热感应现象、船的稳定性和微波振荡子、传输线路问题中电压和电流的变动模型、化工过程中的双级溶解槽、人口免疫反应以及血液中的白蛋白分布等。对于时滞系统控制问题的研究,国内外主要集中于研究标准时滞系统

$$\dot{x}(t) = f(x(t), x(t-r), u(t))$$

的控制问题,而对于中立型系统

$$\dot{x}(t) - G\dot{x}(t-h) = f(x(t), x(t-r), u(t))$$

的研究较少。这主要是由于中立型时滞微分方程性态更加复杂,系统中差分算子  $D(t, x_t) = x(t) - Gx(t-h)$  较难处理,致使标准时滞系统的多数结果并不能简单地推广到中立型系统。因此,研究中立型系统的控制问题有重要的理论价值和实际意义。

对中立型系统鲁棒控制有多种研究方法。一是运用变结构控制理论研究已知滞后量的情形。但变结构控制方法耗能大,带来的抖振问题难以解决,因此它主要适用于快变系统,而对于慢变系统,耗能大、设计困难且成本高。二是运用现代控制理论。这方面研究的成果多数采用 Riccati 不等式给出,而更先进有力的应用工具是 MATLAB 中的 LMI (Linear Matrix Inequality) 工具箱。三是运用模糊控制理论。在这方面的研究极少,尚待更多研究人员参与

工作。

本书主要应用 Lyapunov 稳定性理论较为系统地研究了中立型系统的鲁棒控制问题。全书共分 8 章。第 1 章是概论。第 2 章简述了中立型系统的一些基本问题和性质。第 3 章第 3.1 节利用泛函变换将中立型系统转化为无时滞系统,基于解关于系统特征值的线性代数方程得到无时滞系统的系统矩阵,在系统谱可控的情况下,通过对系统矩阵的极点配置给出了中立型系统的记忆反馈控制律。第 3.2 节与第 3.3 节基于 LMI 讨论了中立型系统的反馈控制问题,分别给出了无记忆状态反馈控制器和基于观测状态的反馈控制器的设计方法。由于在观测器中引入了相应的时滞项,使得闭环系统的补偿器设计满足分离性原理。第 4 章研究了线性不确定中立型系统的鲁棒控制问题。第 4.1 节利用与其稳定性相等价的一个中立型系统,由 LMI 给出了设计无记忆状态反馈控制器的充分条件;第 4.2 节考虑了输出反馈控制器的设计问题,给出了基于解两个 LMI 的控制器设计方案。第 5 章讨论了非线性不确定中立型系统的鲁棒控制问题,得出了单时滞系统鲁棒界的估计式,利用分析的方法和技巧给出了非线性不确定多时滞中立型系统滞后独立性和滞后相关性鲁棒镇定性条件。第 6 章研究了不确定中立型系统的保代价控制问题,基于解 LMI 约束的优化问题,分别给出了线性与非线性不确定中立型系统保代价控制器的设计方案。第 7 章考虑了线性中立型系统的  $H_\infty$  性能,利用 LMI 得到了系统扰动衰减具有  $H_\infty$  范数约束的鲁棒稳定性条件,并给出了  $H_\infty$  鲁棒控制器的设计方法。第 8 章研究了非线性不确定中立型 Lurie 控制系统的鲁棒绝对稳定性,借助于 Lyapunov 泛函构造方法,得到了系统绝对稳定的 LMI 充分性条件。

本书的多数内容是我在攻读博士学位期间完成的,因此首先衷心感谢导师罗学波教授对我的栽培和辛勤培养。虽然他在我即将完成学业时离开了人世,但是老师对科学事业孜孜以求、严谨求

实的治学精神,对待科学和知识的执著态度,以及无比高尚的人格魅力将永远铭记在我心头,将永远激励我奋发向上。同时感谢西北工业大学航天学院周军教授给予我研究工作上的莫大支持和帮助,感谢机电学院的白晓亮博士在仿真研究中给予的帮助,也感谢众多关心和帮助过我的人们。

本书仓促之间不免有错误和不妥之处,恳请专家、学者和同仁多加批评指正。

著者

2006年3月28日

# 目 录

<b>第 1 章 绪论</b> .....	1
1.1 时滞系统的应用背景及其研究意义 .....	1
1.2 时滞系统的研究现状及方法 .....	7
1.3 本书论述的主要问题.....	12
<b>第 2 章 中立型系统的一些基本问题</b> .....	14
2.1 中立型系统解的基本结果 .....	14
2.2 特征方程的性质 .....	17
2.3 Razumikhin 型定理 .....	18
2.4 系统的模型变换及其稳定性.....	20
<b>第 3 章 线性中立型时滞系统的反馈镇定</b> .....	27
3.1 基于变换法的反馈镇定.....	27
3.2 无记忆状态反馈控制 .....	38
3.3 基于观测状态的反馈控制.....	44
<b>第 4 章 不确定线性中立型系统的鲁棒控制</b> .....	55
4.1 无记忆状态反馈镇定.....	55
4.2 基于观测状态的输出反馈控制 .....	63

<b>第 5 章 非线性不确定中立型系统的鲁棒控制</b> .....	74
5.1 单时滞系统的鲁棒界估计 .....	74
5.2 多时滞系统的鲁棒镇定 .....	83
<b>第 6 章 中立型系统的保性能控制</b> .....	97
6.1 线性系统的保性能控制 .....	97
6.2 非线性系统依赖于时滞的保性能控制 .....	110
<b>第 7 章 中立型系统的 <math>H_\infty</math> 控制</b> .....	128
7.1 变时滞系统的记忆反馈 $H_\infty$ 控制 .....	128
7.2 时变系统的 $H_\infty$ 性能 .....	135
7.3 鲁棒 $H_\infty$ 反馈控制器设计 .....	146
<b>第 8 章 中立型 Lurie 控制系统的绝对稳定性</b> .....	153
8.1 引言 .....	153
8.2 直接控制系统的鲁棒绝对稳定性 .....	154
8.3 间接控制系统的鲁棒绝对稳定性 .....	163
<b>参考文献</b> .....	173

# 第 1 章 绪 论

动力系统总是存在滞后现象。从工程技术、物理、力学、控制论、化学反应、生物医学等中提出的数学模型带有明显的滞后量。特别是在自动控制的装置中,任何一个含有反馈的系统,从输入信号到收到反馈信号,其间必然有一个时间差。因此,用传统的微分方程去描述系统的状态只是一种近似,必须符合精度的要求才行,否则将导致错误。随着高新技术的发展,在实际工程中对控制系统不断提出新的要求,且对系统模型及对控制器设计的要求越来越高。滞后在系统中是普遍存在的。例如,在化工、液压、轧钢等系统中都具有时滞,而且时滞是系统不稳定的一个重要因素,因而引起了国内外学者对时滞系统的广泛重视。而中立型系统是一类应用更为广泛的时滞微分系统,要探讨它的控制问题首先必须搞清楚时滞系统的应用背景、研究意义和研究现状。

## 1.1 时滞系统的应用背景及其研究意义

时滞微分系统有着广泛的应用,它涉及许多学科中的众多领域,如人口理论、医学问题、生物学、经济问题、自动控制理论、物理学等。下面给出几个用时滞微分方程描述的系统。

**例 1.1**<sup>[1]</sup> 石油精炼厂是一个典型的时滞系统控制问题,精炼厂生产流程如图 1.1 所示。

原料 A 和 B 进入化学反应器参与三个化学反应精炼出产品 P 以及一些别的副产品。 $F_A, F_B$  分别表示原料 A 和 B 的进料速度 (kg/h), 得到化学反应器的线性化方程是

## 2 中立型时滞系统的鲁棒控制

$$\frac{da}{dt} = -4.93a(t) + 1.92a(t-1) - 1.01b(t) + \frac{\delta F_A}{\sigma V_R}$$

$$\frac{db}{dt} = -3.20a(t) - 5.03b(t) + 1.92b(t-1) -$$

$$12.8c(t) + \frac{\delta F_B}{\sigma V_R}$$

$$\frac{dc}{dt} = 6.40a(t) + 0.347b(t) - 32.5c(t) + 1.87c(t-1) -$$

$$1.04p(t)$$

$$\frac{dp}{dt} = 0.833b(t) + 11.0c(t) - 3.96p(t) + 0.724p(t-1)$$

式中  $t$ ——时间, 10 min;

$\delta F_A, \delta F_B$ ——原料 A 和 B 标准进料速度的偏差, kg/h;

$V_R$ ——化学反应器的质量, kg;

$a, b$ ——反应物 A 和 B 标准值的偏差, kg;

$c$ ——媒介 C 的偏差, kg;

$p$ ——产品 P 的偏差, kg。

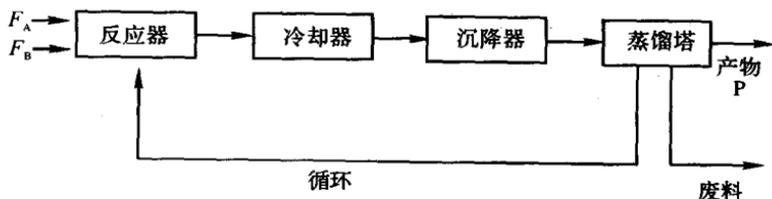


图 1.1 精炼厂流程示意图

令  $x_1 = a, x_2 = b, x_3 = c, x_4 = p, u_1 = \frac{\delta F_A}{\sigma V_R}, u_2 = \frac{\delta F_B}{\sigma V_R}$ , 则反应器方程表达成线性时滞系统

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-1) + Bu(t)$$

式中

$$A_0 = \begin{bmatrix} -4.93 & -1.01 & 0 & 0 \\ -3.20 & -5.03 & -12.8 & 0 \\ 6.40 & 0.347 & -32.5 & -1.04 \\ 0 & 0.833 & 11.0 & -3.96 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1.92 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.92 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.87 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.724 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

例 1.2<sup>[2]</sup> 1951年 Crocco 给出压力输送系统液体助推火箭发动机的动态方程为

$$\dot{\phi}(t) = (\gamma - 1)\phi(t) + \int_0^1 \{\mu[t - \delta(\theta)] - \gamma\phi[t - \delta(\theta)]\} d\theta$$

$$\dot{\mu}_1(t) = \frac{1}{\xi J} \left[ -\Psi(t) + \frac{p_0 - p_1}{2\Delta p} \right]$$

$$\dot{\mu}(t) = \frac{1}{(1 - \xi)J} [-\mu(t) + \Psi(t) - p\phi(t)]$$

$$\dot{\Psi}(t) = \frac{1}{E_c} [\mu_1(t) - \mu(t)]$$

$$\dot{\mu}(t) = (\dot{m}_i - \dot{m}) / \dot{m}$$

$$\dot{\mu}_1(t) = (\dot{m}_1 - \dot{m}) / \dot{m}$$

$$\Psi(t) = (p_1(t) - \bar{p}_1) / (2\Delta p)$$

式中  $t$ ——发动机稳定状态中具有气体储留时间  $\theta_g$  的标准减少时间；

$\delta$ ——减少的时间滞量,  $\delta = \bar{\tau} / \theta_g$ ;

$\bar{\tau}$ ——稳定状态的时滞量；

$\Delta p$ ——稳定状态注射器的压强,  $\Delta p \stackrel{\text{def}}{=} \bar{p}_1 - \bar{p}$ ;

$p_0$ ——供给压强  $p = \bar{p} / (2\Delta p)$  的调节气压；

$\gamma$ ——压强指数；

$\xi$ ——供给压强的小数长度；

$J$ ——流路上的惯性参数；

$E_c$ ——流路上的弹性参数；

$\dot{\phi}$ ——燃烧舱内的瞬时压强， $\dot{\phi}(t) = (p(t) - \bar{p})/\bar{p}$ ；

$\bar{p}$ ——稳定状态燃烧舱内的平均压强；

$\dot{m}_i$ ——注射推进物的瞬时质速度；

$\dot{m}$ ——稳定状态中  $\dot{m}_i$  的值；

$\dot{m}_1$ ——瞬时质逆流容量；

$p_1$ ——流路上的瞬时压强；

$\bar{p}_1$ ——稳定状态  $p_1$  的值。

取  $u = (p_0 - p_1)/(\Delta p)$  作为控制变量，选取  $\delta(\theta) = r\theta, \xi = 0.1, p = 1, J = 2, E_c = 1$ 。

令

$$x(t) = [\phi(t) \quad \mu_1(t) \quad \mu(t) \quad \Psi(T)]^T$$

则上述系统就能改写为具有可加式扰动的时滞系统，即

$$\dot{x} = (A_0 + \Delta A_0)x(t) + \int_{-r}^0 (A + \Delta A(\theta))x(t+\theta)d\theta + Bu(t)$$

式中

$$A_0 = \begin{bmatrix} \gamma_0 - 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ -0.5556 & 0 & -0.5556 & 0.5556 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\gamma_0}{r_0} & 0 & \frac{1}{r_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\gamma$  和  $r$  的标称值是  $\gamma_0 = 1$  和  $r_0 = 1$ ，且扰动描述表达为

$$\Delta A_0 = \Delta A(\theta) = \begin{bmatrix} \gamma - \gamma_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \gamma_{\max} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{\Delta \gamma}{\Delta \gamma_{\max}} [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

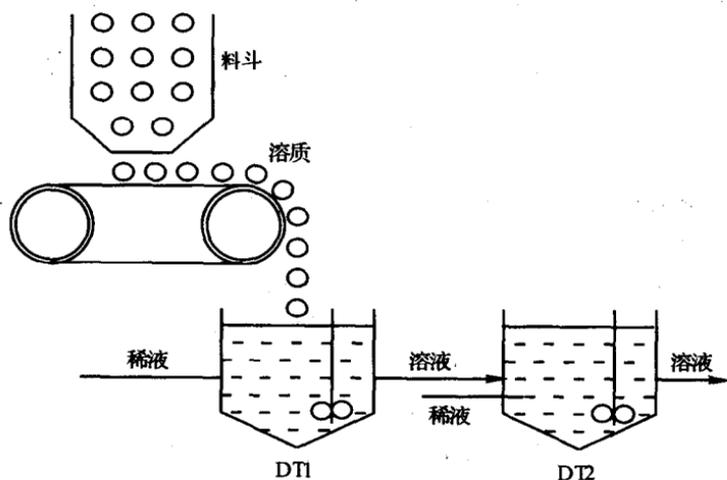


图 1.2 化工过程中的双级溶解槽(DT)示意图

**例 1.3<sup>[3-4]</sup>** 考虑图 1.2 所示的双级溶解槽(DT)。在料斗中的溶质由传输带输送到料口。如果在料斗处加大送料量,则当增加的溶质由料斗传送到加料口且落入 DT1 时,DT1 的溶液浓度将会变化,即 DT1 中的溶液浓度的改变比加料量的改变落后一个从料斗到加料口的输送时间  $\tau_1$ 。此外,DT1 的溶液要流到 DT2 中也需要一段时间  $\tau_2$ 。由文献[3]知,溶解槽  $i$  ( $i = 1, 2$ ) 的溶解浓度满足下面的控制系统

$$\begin{cases} T_1 \dot{x}_1(t) + x_1(t) = K_1 u(t - \tau_1) \\ T_2 \dot{x}_2(t) + x_2(t) = K_2 u(t - \tau_2) + R_2 \dot{x}_1(t - \tau_2) \end{cases}$$

式中,  $T_i, K_i > 0 (i = 1, 2), R_2 > 0$ , 且均为常数;  $u$  为送料量。

类似的例子还很多。

**例 1.4<sup>[5]</sup>** 在 1930—1940 年, Minorsky 在船的稳定性与自动驾驶的研究中, 非常清楚地指出了在反馈机械结构中考虑滞后量的重要性。1935 年 J. Tinbergen 研究了造船工业中的模型

$$\dot{x}(t) + bx(t - \tau) = \epsilon x^3(t - \tau)$$

式中  $x(t)$ —— $t$  时刻的实有吨位数同预定值之差;

$\tau$ ——建造一只船的平均周期;

$b, \epsilon$ ——常数,  $b > 0$ 。

**例 1.5<sup>[6]</sup>** 1973 年 W. P. London 和 J. A. Yorke 研究了麻疹传播的模型为

$$\dot{S}(t) = \beta(t)S(t)[S(t-12) - S(t-14) - 2r] + r$$

式中  $S(t)$ ——在时刻  $t$  无免疫力的个体数目;

$r$ ——这个个体在人口中所占的比例;

$\beta(t)$ ——人口特征函数;

14 和 12——常数滞量, 潜伏期的上限和下限。

**例 1.6<sup>[7]</sup>** 研究无损传输线连接问题时得到中立型模型

$$\dot{u}(t) - ku\dot{(t - \frac{2}{s})} = f\left[u(t), u(t - \frac{2}{s})\right]$$

**例 1.7<sup>[8]</sup>** 研究扩散过程时, 得到

$$u_t = a(t)u_{xx} - p(x, t)u(x, t - \sigma) + q(x, t)u(x, t - \rho)$$

式中,  $\delta, \rho > 0$ 。

鉴于时滞系统中的普遍存在性, 且是系统不稳定的重要因素, 加之许多时滞系统是慢变系统, 单纯利用补偿的办法并不能保证系统稳定, 因此研究时滞系统有很重要的理论意义和应用前景。特别是研究中立型时滞系统具有重要的理论价值和实际意义。一方面, 中立型时滞系统是一类更为广泛的滞后系统, 大多数时滞系统都可看做中立型系统的特殊情况; 另一方面, 许多时滞系统都可

以转化为中立型系统来研究,如无损传输线模型、标准时滞系统、标准分布时滞系统等。中立型时滞系统大量地存在于工程与科学实践中,例如,涡轮喷气式飞机引擎系统,一个薄的运动体的连续热感应现象,船的稳定性和微波振子,人口免疫反应,以及血液中的白蛋白分布等。

## 1.2 时滞系统的研究现状及方法

时滞系统是由泛函微分方程来表达的。在20世纪,1959年以后,无论是一般的泛函微分方程或者是较具体的微分差分方程,其发展都是非常迅速的;在解的基本理论、稳定性理论、周期解理论、振动理论、解算子理论、分子理论等许多方面都出现了重要的成果。70年代以后,无穷时滞和无界滞量的泛函微分方程也跟着兴起,发展非常迅速。在我国,有些学者在1966年以前就已经开始注意到泛函微分方程这个方向,出现了一些研究成果。秦元勋、刘永清、王联在1963年出版了专著《带有时滞动力系统的运动稳定性》。后来,这个方向的研究被中断,直到1978年在青岛举行的第一届微分方程会议,标志这一研究又开始被重视起来了。1979年在长沙举行了第一届全国泛函微分方程会议,1981年在合肥举行了第二届全国泛函微分方程会议,1984年在峨嵋举行了第三届全国微分方程会议。这三次会议,大大地促进了我国泛函微分方程的研究和发展。80年代中期以前,对时滞系统的研究只有零星的报道,到90年代才逐渐热了起来,出现了大量的研究成果。近两年,才有作者把时滞系统控制问题作为单独的章节著述在控制理论的专著(如文献[9-11])里。

### 1.2.1 时滞系统的稳定性分析

时滞系统的稳定性分析方法主要有三种:Lyapunov 第二方