试验与观察结果的统计分析

Н. Л. 列昂节夫著

中国林业出版社

Доктор С. Х. Наук Н. Л. Леонтьев

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ

краткое пособие для заводских лабораторий министерства лесной промышленности СССР

ГОСЛЕСБУМИЗДАТ 1952

（苏）Н. Л. 列昂節夫著
試驗与观察結果的統計分析
呂敏中 陳懋恭 郭玉学合譯
*
中国林业出版社出版
（北京安定門外和平里）
北京市書刊出版營業許可証出字第007号
崇文印刷厂印刷 新華書店發行
*
31″×43″/32・3$\frac{1}{4}$印張・70,000字
1958年11月第一版
1958年11月第一次印刷
印数：0001—2,500册 定价：(10)0.44元
统一书号：15046・471

序 言

統計研究方法，愈来愈广泛地应用于各种科学及技术部門。它在物理学、化学及电工学中，用于計算机械、机床及仪器等的一般誤差。自 OCT BKC 7653“木材物理力学試驗方法”出版以来，在木材学中，試驗及观察結果的統計分析巳經成为必不可少的工具了。

在生产工艺及生产組織方面，尤其是在評定各种工艺規程中，在設計工具与設备等时，統計方法也是必需的。

新技术的推广，不能不以广泛的实驗工作为根据。各个企业积累的大量实驗材料，往往沒有予以充分利用，若将它們加以可靠的統計加工，对生产能有很宝貴的价值，而且可以减少成本昂貴的研究工作。

自然，不能过高估計統計研究方法的作用。应用統計分析方法研究現象决不应归結为一些数学計算。在研究每一現象时，首先必須仔細分析現象的本質。在分析現象本質及过程等时，应該用統計分析作助手，从数量上估計所出現的規律性。

現在，国民經济各部門的专家巳經充分的意識到，必須应用統計方法分析試驗及观察結果。但統計方法的广泛应用，在很大程度上，却因缺少通俗的統計計算技术指南而受到阻碍。

大多数变異統計指南对这一方面注意得很不够，結果，大量的专家，由于缺乏数学修养和計算技术，以及由于时間不够，不能迅速了解复杂的計算、符号及公式。应用复杂的計算方法，而在計算过程中又缺乏經常驗算，实

际上会使統計方法无法用于規模稍大的工作。其实，应用簡化的計算技术，而不損害計算的精确性的話，反为这个方法在各科学部門的广泛应用創造有利条件，并能节省劳动及时間。

曾經出版过Ю. Л. 包莫尔斯基教授所編的通俗統計計算技术指南（“变異統計学”及“生物学研究方法”），可惜出版冊数不多，并且早已卖完。

为此，中央木材机械加工科学研究所（ЦНИИМОД）及全苏林业科学技术学会（ВНИТОЛЕС）决定为森林工业的工厂試驗室工作者編一本通俗的簡明参考書，目的在于介紹观察結果統計分析的主要方法，而不涉及統計方法的数学依据。因此統計方法的許多部分（众数的計算、中值、复相关及其它）在这里則完全沒有提及。希望更詳細了解这些問題的人，可参考更詳細的統計学指南，尤其是Ю. Л. 包莫尔斯基教授的“生物統計研究方法”一書及А. К. 米脫罗包尔斯基教授的“統計計算技术”一書。

根据同样的理由，所有以后引用的公式，只給現成式子，而沒有加以任何証明。

在編写这本書时，曾利用Ю. Л. 包莫尔斯基、А. К. 米脫罗包尔斯基、А. А. 沙辟金及其他作者的著作，詳見書末参考文献。

計算方法的叙述，主要根据Ю. Л. 包莫尔斯基教授的上述著作編写。为了容易明白起見，說明計算技术的例子，是从木材机械加工（干燥、木材学、制材及木材加工）范围內选取的。

目　　录

第一章 平均数

基本概念

当研究任何一种标志或特征时，几乎总是要遇到这样的事实，即由所研究标志测得的数值，不是相同的，而是变化在某一范围之內。这就是說他們不是同一个数，而是一系列的或大或小互不相同的数。例如，在一垜木板中，各块木板的湿度是不同的，几乎总是相差某一些数值。

所研究标志的各个数值之間的差異，可能由下列原因造成：

第一、由测量仪器的不精确或测量方法不正确而产生的誤差；第二，与观察者个人观察質量有关的誤差；第三，由所研究标志本身变动而产生的那些不可避免的离差。

前两种原因，我們称为經常誤差，它們常常是可以設法考虑到和消除掉的。而第三种原因，由所研究指标本身性質所造成，与試驗者无关，因此是应当加以注意的。

标志或特征的变化現象本身称为变異性，变动标志的各个数值称为变量，而在测量变动标志的各个数值时所得到的一系列数值，则称为变量数列。

例如，在确定一垜木板的湿度时會得到下列数字（百分数）：19.8、17.4、18.3、19.0、18.9。它們中的每一个都是变量，而其全部則組成了一个变量数列。

根据工作条件，变量数列可由不同个数的变量組成，由几个到几百甚至几千个。

要对所研究标志得出清楚的概念，依靠整个数列的各

个不同数字是不可能的，在这种情况下必须利用平均数。因此必須学会正确地鑑定所給的变量数列，并确定鑑定这个数列所用的平均数及其他数值的可靠性。

表明两个变动标志間的相互关系程度，例如，确定松木順紋抗压极限强度与1公分中年輪数目間的关系，也往往是必要的。

数学的一个特殊部分——数理統計或变異統計，就是用来解决这类問題的。

对所研究标志的平均数来說，离差具有下列性質，后面所引用的結論，就是以这些性質为基础的：

1）离差不可能是一个符号，它們不是大于就是小于所測得变量的平均数。

2）在多数情况下离差的絕对值局限在某一范围內。

3）离差的絕对值越大，則离差出現的机会越少。

4）如果观察数目是有限的，則正离差的总和与負离差的总和近似地相等。而当观察数目趋于无限时，則全部离差（正的和負的）的总和趋于零。

符合以上原則的变量数列，属于所謂正态变量数列，这种变量数列服从正态分配的規律。

算术平均数

算术平均数是人們在日常实践中最熟悉的，是数理統計学中說明正态变量数列特性的一个要素。它用字母M表示。

算术平均数按下面公式計算：

$$M=\frac{\Sigma V}{n},$$

式中：M——算术平均数，

Σ——总和号，表示所取的全部变量V的总和，

n——观察次数。

現在我們用一个例子来說明。例如，在測定胶合一个箱子外壳所需要的时間时，得到了下列数据(秒)：47.2、50.8、43.6、40.6、38.0、44.5、43.6、39.2、36.7和39.8。

为了計算算术平均数，需要把这些数量全部加在一起，将其总和除以观察次数。在这里，总和是424。将它除以观察数10后，我們将得到42.4，因此，胶合一个箱子外壳所需要的时間，平均为42.4秒。

計算算术平均数时，时常都应当記住：所計算的对象只許有不会过渡到新的質变的量的变異。一旦量变过渡到新的質变，那就必須把这种剛发生質变的对象单分一組，并单獨計算它們的算术平均数。

材料的分組不应从形式上、即从外表上进行，而应以深入分析所研究现象和过程的実質为基础。

如果形式地進行分組，就可能会計算出新鋸木板和干燥木板的共同平均湿度。这样的平均数对我們什么用处也沒有，只能使我們曲解事物的实际状况，得出有重大危害的錯誤結論。

列宁在“俄国資本主义的发展”一書中，为我們提供了科学而正确地运用平均数分析經济现象的經典范例。民粹派份子認为革命前的俄国农民是一模一样的，并用一个平均数来說明他們，完全忽視了他們的阶級差别。与民粹派份子相反，列宁在深入研究俄国革命前农民的基础上，

十分清楚地揭示了农民之間的不同，他們是由三个基本阶层——富农、中农和貧农所組成。在这样的条件下农民是不能用一个平均数来說明的，必須象列宁那样分别說明每个阶层的特征。

均　方　差

算术平均数指出所研究指标的一个平均值概念，但并未表明这个标志的变異程度和它的平均值的变动范围。例如，在測定两組木板的湿度时，木板的湿度分别等于（以百分数表示）：

第一組…………17.0、20.1、18.0、19.5、20.9

第二組…………12.3、19.1、22.8、15.4、25.9

两組木板的平均湿度均等于19.1%，但第二組木板湿度的变动比第一組大得多。可見算术平均数表示不出各个变量对平均数的离差，而这对我們利用木材却是很重要的。因此为了补充算术平均数的不足，还需要知道变量的变动范围。均方差就是表明所研究标志的平均变異程度的一个数值。我們以希腊字母 σ（СИГМА）表示之。

均方差的单位与算术平均数的单位相同。

均方差之值按下列公式計算：

$$\sigma=\pm\sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n-1}}$$

式中：Σx^2——全部变量对算术平均数离差的平方和，

n——观察次数。

正号或負号是表示离差可能大于或小于算术平均数。

离差平方和的計算，将在下一章“平均数計算法”中

来講。

均方差是最重要的統計值之一，依靠它可以判断任何一个观察是否属于我們已知的观察数列。

机率論証明：全部变量的68.3%（千分之683）是在$M\pm\sigma$范围內，95.4%在$M\pm2\sigma$范围內，以及在实际上全部的变数——99.7%或千分之997，是在$M\pm3\sigma$范围内（三倍均方差規則）。

对算术平均数取不同离差时，变量数目更詳細的分配百分率，列举在表1中(指符合于正态分配規律的对象)。

变量数目的分配百分率　　表 1

（对算術平均值取不同的离差值时，正态分配曲綫所包围的面积）

对平均数M的离差指标（σ）	在該范围内的变量数目（%）	对平均数M的离差指标（σ）	在該范围内的变量数目（%）
0.1	8	1.6	89
0.2	16	1.7	91
0.3	25	1.8	93
0.4	31	1.9	94
0.5	38	2.0	95
0.6	45	2.1	96
0.7	52	2.2	97
0.8	58	2.3	98
0.9	63	2.4	98
1.0	68	2.5	99
1.1	73	2.6	99
1.2	77	2.7	99
1.3	81	2.8	99
1.4	84	2.9	100
1.5	87	3.0	100

已知所研究特征的M和σ之后，并利用百分率分配表，可以解决許多实际間题。我們試用例子来說明。

例 1：設 $M=425\ kg/cm^2$ 和 $\sigma=\pm52\ kg/cm^2$，試确定松木順紋抗压极限强度的变动范围。

上面曾指出，任何一个特征的变动范围，实际上都不超出 $M\pm3\sigma$。因此松木的順紋抗压极限强度，将近似地变动于由 269 到 581 kg/cm^2（$425\pm52\times3$）之間。

例 2：在同批松木中，順紋抗压极限强度介于 $425\pm40\ kg/cm^2$ 之間的所占的百分率是多少？

按所給条件，变动范围等于 $\pm40\ kg/cm^2$，而 σ 象上題所給的为 $\pm52\ kg/cm^2$。

我們以 σ 为单位表示变动的范围，将 40 除以 52 得 0.77。按表 1，对应于0.77的百分率为56.2%〔对 0.7 为 52，对0.07为$\frac{(58-52)\times0.07}{0.1}=4.2$〕，也就是說，这种松木中約有 56%，其順紋抗压极限强度是介于 $425\pm40\ kg/cm^2$ 范围之內。

例 3：假設柞木的 M 和 σ 各为 520 和 68 kg/cm^2，而技术規范允許的順紋抗压极限强度为 400 kg/cm^2，試求有百分之几不能滿足要求。

由 520 減去 400，我們求得順紋抗压极限强度平均值与不滿足要求之間的差数，它等于：

$$520-400=120\ kg/cm^2$$

将 120 除以 σ（即除以68），我們将不滿足要求的极限范围以 σ 为单位表示之：

$$\frac{120}{68}=1.76$$

按表 1 求得与 1.76 相对应的百分率为 92%（1.7—91%，0.06—1%）。

这样，这种材料約有92%，其順紋抗压极限强度介于$520\pm120\ kg/cm^2$之間。剩下的8%，其极限强度低于或高于上述范圍。但我們需要的仅仅是低于$400\ kg/cm^2$的，应将8%除2，所以这批柞木不滿足規范要求$400\ kg/cm^2$的約为4%。

用类似的方法也可以計算其他符合正态分配的較完整的变量数列。

一　变 異 系 数

上面曾提到对算术平均值来說，任何一个变量标志或特征的各个值，其平均变动范圍是用均方差来表示的。但是在比較两个或两个以上标志的变異程度时，σ的絕对值并不能判断那个标志变異大及那个标志变異小。

例如，在櫸木順紋抗压試驗中，試驗結果得到：$M=450\ kg/cm^2$及$\sigma=\pm59\ kg/cm^2$，而在順紋抗剪試驗中，$M=122\ kg/cm^2$和$\sigma=\pm29\ kg/cm^2$，那么按均方差的絕对值来判断；我們应得的結論，必定是受压极限强度的变动范圍較受剪大，因为前者的σ大二倍多。

但是，如将二者的σ变成其算术平均数的相应百分数，則情况就相反了，也就是說，对受压极限强度为$\frac{59}{450}\times100=18.1\%$，对受剪极限强度为$\frac{29}{122}\times100=23.8\%$，这就是說受剪极限强度的变異程度显然大于受压极限强度的变異程度。

因此在解决关于任何一个标志的变異程度这一問題时，仅有均方差是不够的，还必須計算其相应的变異程度，也就是要計算**变異系数**或**变異程度系数**。变異系数用

字母V表示，并按下式計算：

$$V\% = \pm \frac{100\sigma}{M}$$

平 均 誤 差

算术平均数經常是在观察数目比較不多时計算出来的，因为要想测量我們所需要标志的全部数值是不可能的，而且以后将会看到，这样作也是不必要的。

确定了任何一个标志或特征的算术平均数之后，我們还不能相信，用所得到的这一个局部結果，可以說明其他所有未經考查的对象的平均数。因此还必須有补充的特征，这个特征能使我們按局部的算术平均数推測所研究标志的一般算术平均数。

算术平均数的平均誤差就是这样一种性質的特征。它用字母m表示并按下式計算：

$$m = \pm\sqrt{\frac{\sigma}{n}}$$

式中：σ——均方差；

n——观察次数。

平均誤差的单位与算术平均数及均方差的单位相同。

知道了算术平均数及其平均誤差，就可以用上面所指出的方法，来判断所获平均数的可靠性。

与均方差相似，机率論証明：同样材料的試驗数目相当多时，有千分之683的結果是变动在$M \pm m$的范围内；千分之954变动在$M \pm 2m$范围内及千分之997不超出$M \pm 3m$范围内（三倍誤差規則）。

例如：在測定木板的湿度时，我們得到M＝14.5%和

$m=\pm 0.5\%$，这就意味着，如果重复测量这个材料的湿度，就会得到：M值有近于千分之683的机会是变动在14～15（14.5±0.5）的范围内；千分之954是变动在13.5～15.5（14.5±2×0.5）和千分之997是变动在13～16（14.5±3×0.5）的范围之內。

平均誤差的这一重要性質，使得对任何一个标志的各个算术平均数有了互相比較的可能性，而且也可以判断两个算术平均数間之差是否可靠或者純粹是偶然的。

算术平均数間之差的可靠性，按下面經驗公式計算（带有观察数較少的改正值）。

$$\frac{M_1-M_2}{\sqrt{m_1^2+m_2^2}}\geqslant 3+\frac{6}{n-4}$$

式中：M_1 和 M_2——算术平均数；

m_1 和 m_2——算术平均数的平均誤差。

n——观察次数（当观察数目不同时，在公式中应代入較小的 n 值）

$\frac{6}{n-4}$——观察数目較少时的修正值。

如果不等式的左部大于或等于右部，則認为M_1和M_2之間的差是可靠的。如較小，則認为是不可靠的。差的机率，也就是接近于可靠性的程度，可按表1估計。表的第一栏取$\frac{M_1-M_2}{\sqrt{m_1^2+m_2^2}}$之比值。第二栏——机会数（百分数），表示对同样材料再次进行試驗时所得到之差可能重复出現的次数。

当比較时，因无論取那一个算术平均数作为M_1均可，所以常常是取絕对值較大的算术平均数作为M_1。

該公式适用观察数目等于5或大于5。当观察数目超过125时，观察数目的改正值可以不要，因为它的数值很小。

当比較互相相关的算术平均数时（計算算术平均数的各次观察，按其实質来說都可以互相成对的进行比較，因此它們互相間都存在着一定的联系）差的可靠性按带有相关联系改正值的公式計算（关于相关系数参看后面所述）：

$$\frac{M_1-M_2}{\sqrt{m_1^2+m_2^2+2rm_1m_2}}\geqslant 3+\frac{6}{n-4}$$

式中：r——相关系数

其它数值的意义上面已叙述过了。現在我們用例子来說明。

例1。当确定将16和22Cm的原木推到小車上所必須的时間时，曾对根数各为150的直徑分别为16和22 cm的两組原木，記取了裝車时間并收到下列数据（以秒为单位）：

16cm的原木	M=2.7	m=±0.03
22cm的原木	M=3.1	m=±0.04

試确定堆积22cm的原木是否总較堆积16cm的原木平均需要时間为多，或者在这一情况下純粹是偶然的現象。

解决这个問題，鑑于观察数相当多及資料間沒有什么联系，所以采用不带修正值和不考虑相关联系的公式。

将所給数据代入公式得：

$$\frac{3.1-2.7}{\sqrt{(0.03)^2+(0.04)^2}}=8>3$$

因8較3大很多，故可認为，完全証明了堆积22 cm

原木所需的平均时間总多于堆积 16 cm 原木。

例 2。用試驗方法得到下面数据，試决定浸油对柞木抗剪强度的影响。

	未浸油木材	浸油木材
观察数目	30	30
抗剪极限强度 (kg/cm^2)	162	159
平均誤差	6	7
相关系数	0.83	

在这一情形中，我們应該采用带有观察数目較小及有相关联系改正值的公式（試驗所用試件用相同木質层制作，因而可以成对地互相比較）。

将所給数据代入公式得：

$$\frac{162-159}{\sqrt{6^2+7^2-2\times0.83\times6\times7}}=0.76<3+\frac{6}{n-4}$$
$$=0.76<3.23$$

因为0.76<3.23，所以不能認为已經証明，柞木浸油后抗剪极限强度降低。但是这个結論虽然不完全可信，降低的趋向还是存在的。按表 1 它可确定为54%，这就是說在 100 个中間可能有54个会因浸油而降低木材的抗剪极限强度。

精 確 度 指 标

与变異系数相似，平均誤差亦可用其相应算术平均数的百分比来表示。

这样所得之值称为**精确度指标**。它以 P 表示，并按下式計算：

$$P\%=\pm\frac{100m}{M}$$

精确度指标用来說明試驗結果的可靠性。它越小，則研究的結果越可靠。根据苏联森林工业方面的許多試驗工作，通常認为：只有在精确度指标不超过5%的情况下，方能保証試驗的充分可靠性。

观察数目的確定

在安排試驗时，确定必要的观察数目是有很大实际意义的問題。因为大量的观察数目，就要引起大量物力和时間的消耗，并且在很多情况下也是完全不能实現的。但是观察数目过少，也会有試驗結果可靠性不大，甚至不足凭信的危险。

从以上所述，我們已經了解到，試驗的准确性，第一是与所研究标志的变动性有关，它以变異系数表示；第二是与試驗的精确度有关，以精确度指标表示。

知道变異系数和精确度指标后，观察数目可按下式确定：

$$n=\frac{V^2}{P^2}$$

該公式能保証所得結果具有机率为0.683（千分之683）的可靠性。

为了得到完全可靠的結果，必要时可采用下面的經驗公式确定观察数目：

$$n=10\left(\frac{V}{P}\right)^2+5$$

这样一来，要确定观察数目，第一：必須給出我們所希望得到的結果的精确度，第二：必須确定变異系数的値。变異系数通常是在以往研究的基础之上取得的。当完