普通高等教育基础课规划教材

大学物理学

张庆国 尤景汉 主编

DAXUE WULIXUE

【上册】

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育基础课规划教材

大学物理学

上册

主　编　张庆国　尤景汉
副主编　陈庆东　汤正新

机械工业出版社

本书根据教育部最新制订的《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》，结合编者多年的教学实践编写。全书分上、下两册。本书是上册，内容包括：力学、热学、静电场。

本书在保证基本内容的前提下，适当拓宽了近代物理部分，增加了一些物理学在工程技术中的应用实例。本书为一般院校非物理专业的理工科大学物理教材或参考书，也可用于专科物理（包括夜大、电大、函授等）的教学。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理学. 上册/张庆国，尤景汉主编. —北京：机械工业出版社，2007.2

普通高等教育基础课规划教材

ISBN 978-7-111-20806-8

Ⅰ. 大… Ⅱ. ①张…②尤… Ⅲ. 物理学—高等学校—教材 Ⅳ. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 010289 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）
责任编辑：李永联 版式设计：霍永明 责任校对：申春香
封面设计：马精明 责任印制：李 妍

北京铭成印刷有限公司印刷

2007 年 3 月第 1 版第 1 次印刷
169mm × 239mm · 9.625 印张 · 370 千字
标准书号：ISBN 978-7-111-20806-8
定价：25.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
销售服务热线电话：（010）68326294
购书热线电话：（010）88379639 88379641 88379643
编辑热线电话：（010）88379723

前　言

为适应“高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划”的需要，按照国家教育部非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会最新制订的《**非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求**》，结合我们多年的教学经验和教学研究成果编写了这套教材。

大学物理教学的目的是使学生对物理学的基本概念、基本理论和基本方法有比较系统的认识和理解，增强分析问题和解决问题的能力，培养探索精神和创新意识，提高科学素养，树立科学的世界观。加之物理学的普遍性、基础性以及与其他学科的相关性，所以，在高等学校理工科各专业的人才培养过程中，大学物理都是一门重要的通识性必修基础课。

在编写本教材时，主要注意了以下几点：

(1) 考虑到一般院校大学物理课程学时的限制，本教材主要以“基本要求”中的A类知识点作为核心内容来阐述物理学的基础理论。同时，对B类知识点有选择地进行拓宽。这样，既保证了课程的系统性和完整性，又能使学生的知识面得到一定的拓宽。

(2) 正确处理经典物理与近代物理的关系。“加强基础，拓宽近代”已成为大学物理教学改革的趋势。我们认为，经典物理不但是学习理工科各专业知识的理论基础，而且也是学习近代科学技术的理论基础。同时，经典物理是当今科学和技术各领域应用最广泛的基础理论，所以，在拓宽近代内容的同时，我们并不是一味压缩经典内容，而是尽可能地挖掘经典内容更深层次的涵义和应用。比如，在力学中，我们介绍了对称性与守恒定律的关系；在热学中，介绍了熵与信息；在电磁学中，介绍了场致发射显微镜等。

(3) 为使结构更加合理，本书对课程体系和内容安排稍作了调整。比如，将相对论放在经典力学后讲述，使学生更容易理解绝对时空观和相对时空观；考虑到与波动光学的连贯性，把振动与波放在了光学前讲述等。

(4) 注意培养学生分析问题的能力。本书强调：对于物理问题，首先要进行认真的分析，只有通过分析，才能透彻地理解问题、解决问题。例如，对一些物理概念的引出、定理的证明注意了分析的方法；对于力学例题，不是简单地写上“根据(或利用)……定理，列出方程”，而是根据研究对象的受力图，自然地分析出所用的定理、定律。

(5) 编写本书时，尽量采用书刊上发表的较新教学研究成果，并融入作者

多年的教学经验。例如，稳恒磁场的镜像对称电流元定理、位移电流的引入、机械波的多普勒效应、在相对论中通过实例讲述光的多普勒效应、两个独立普通光源的干涉等。有些教研成果则通过习题予以介绍，例如，不用洛仑兹变换导出相对论的速度变换公式。

(6) 本书使用全国科学技术名词审定委员会审定公布的物理学名词。书中如果不作特别说明，各物理量均采用国际单位制。

本书的参考教学时数在130学时以内，为一般院校非物理专业的理工科大学物理教材，也可用于专科物理(包括夜大、电大、函授等)的教学。根据使用者的具体情况，本书加*号的内容可以选讲或自学。

本书由张庆国、尤景汉任主编，并负责全书统稿，陈庆东、汤正新任副主编。参加编写的人员有：张庆国(第一、二、八章)，陈庆东(第三章)，尤景汉(第四章)，刘香茹(第五、六章)，巩晓阳(第七章)，汤正新(下册若干章)。

在编写本书时，我们还参考了一些大学物理教材，特别是郑思明教授主编的《大学物理学》和张三慧教授主编的《大学物理学》，借鉴了其中的部分内容。编写过程中，得到了薛瑞丰教授、刘刚教授的悉心指导。本书的出版得到了机械工业出版社和河南科技大学教务处的大力支持。在此，我们一并表示衷心的感谢。

由于我们的水平有限，编写时间仓促，书中错误之处在所难免，希望广大读者提出宝贵意见。

编　者

2006年10月

目　　录

第一篇　力学基础

自然界中物质的运动有多种形式，而最简单最基本的运动形式就是机械运动，即物体位置随时间的变化。如天体的运动、飞机的航行、机器的转动、大气和河流的流动、心脏的跳动等都是机械运动，它们都遵从一定的客观规律。力学的研究对象就是机械运动的客观规律及其应用。

力学是建立在实验基础之上的，在这里，伽利略、笛卡儿、惠更斯等人作出了杰出的贡献。在此基础上，牛顿对前人的工作进行了分析、综合和归纳，提出了力学的基本定律，为建立完整的力学理论体系奠定了基础。

本篇主要研究适应于低速(物体运动速度远小于光速)、宏观(物体的线度远大于原子的尺度)的运动情况，即经典力学部分，它包括牛顿运动定律和三个守恒定律。第四章介绍狭义相对论。

第一章　质点运动学

通常把力学分为运动学、动力学和静力学。运动学只讨论物体在运动过程中位置随时间而变的规律，并不考虑运动变化的原因；动力学则研究物体的运动与物体作用之间的内在联系，既要考虑运动的变化，又要考虑其变化的原因；静力学研究物体在相互作用下的力学平衡问题，可把它看成是动力学的一部分。本章只讨论运动学，在这章中将定义描述物体运动的各个物理量，如位移、速度和加速度等，并导出这些物理量所遵从的运动学公式。

第一节　坐标系　质点

空间和时间是运动着的物质存在的基本形式，任何物质的运动都是在空间和时间中进行的。机械运动就是物体在空间的位置随时间的变化。我们引入参考系、坐标系、质点等概念，来描述物体在空间和时间中的运动。

一、参考系和坐标系

1. 运动的绝对性和运动描述的相对性

自然界中任何物体都在不停地运动着，绝对静止不动的物体是没有的。如地

球上的建筑物看来是静止不动的，其实它们都随着地球一起运动，即参与地球的自转与绕太阳的公转；太阳也不是静止的，它率领着太阳系的行星绕着银河系的中心高速旋转；即使是银河系，从银河系以外的其他星系来看，也是运动着的。就连浩瀚的宇宙也在日益膨胀着……如果深入到物质内部去，组成物质的各种分子、原子、电子等，也都在作永不停息的运动。因此说运动是绝对的。另一方面，对物体运动的描述却是相对的。如静止在地面上的观察者看到雨点竖直下落，而在行驶的列车上的观察者却看到雨点斜向下运动。这说明不同的观察者对同一物体的运动有着不同的描述，这就是运动描述的相对性。静止是物体运动的特殊状态，站在地面上的人认为电线杆是静止的，在运动的车上的人看，它却是运动的，静止只是相对的静止。

2. 参考系和坐标系

由于对物体运动的描述是相对的，因此要具体地描述一个物体的运动，就要首先指明是相对于哪一个物体，即是以哪一个物体作为标准。为描述物体的运动而被选做标准的物体称为参考物。参考物的选择，原则上是任意的，主要看分析和解决问题的方便而定。例如，在研究地面上物体的运动时，通常以地球作为参考物；而研究地球的运动时，则多以太阳作为参考物。

参考物选定后，为了定量地确定物体相对于参考物的空间位置，就必须在参考物上建立一个适当的坐标系。固定有坐标系的参考物叫做参考系。至于选用什么坐标系，坐标原点设在哪里，坐标轴的方位如何，这都是随意的。常用的坐标系有直角坐标系、极坐标系、球坐标系、自然坐标系等。坐标系不同的设置，只不过是描述物体运动所用的参数不同，对物体运动的本质并没有影响。不过，坐标系选择得当，可以简化计算或者便于描述。

二、质点和质点系

任何物体都有其大小、形状、质量和内部结构，即使是很小的分子、原子、电子以及其他的基本粒子也不例外。一般地，物体运动时，其内部各点的位置变化常常是各不相同的，而且物体的大小和形状也可能发生变化。但是，如果在我们所研究的问题中，物体的大小和形状的变化不起作用，或者所起的作用可以忽略不计时，我们就可以近似地把这个物体看作是一个只具有质量而没有大小和形状的理想物体，称为**质点**。

质点是一个理想化模型，完全是为了简化问题而引入的，其实际意义有以下几点：

1）如果一个物体只作平动，不转动也不变形，那么，物体上各点的运动必然相同，此时整个物体的运动可用物体上任何一点的运动来代表，这样的物体可视为质点。有时物体的运动不是平动，但是如果我们只研究它的整体运动，并不关心物体上各点的运动有什么不同，那么也可以把物体当成质点来处理。例如，

列车时刻表中就是把火车视为质点的。

2）当物体本身的线度与其他物体的距离相比很小以致于可以忽略不计时，我们可以不考虑物体上各部分运动的不同，而将物体视为质点。例如，在研究地球绕太阳公转时，地球上各点的距离与日地距离相比是微不足道的，因此，可以将地球视为质点；但是如果要研究地球各部分的相对运动时，就不能将它视为质点了。又如在研究物体转动时，可以把其中的分子、原子看成质点，但是要研究分子、原子的转动时，就不能把它们看成质点了。所以能否将物体当做质点来处理要由所研究问题的具体性质来确定，与物体本身的大小没有关系。

3）当研究物体的运动不能忽略物体的大小和形状时，质点模型就不适用了。这时，可以把物体看成是由若干质点组成的质点系统，简称质点系。这样，通过研究各质点的运动规律，便可以了解整个物体的运动情况了。

4）质点和质点系是从客观实际中抽象出来的理想化模型。后面还会遇到其他的理想化模型，如：刚体、理想气体、点电荷、电流元等。在科学研究中，常常根据所研究问题的性质，突出主要因素，忽略次要因素，可使一个复杂问题得到简化，使一个实际物体变得简单和抽象化，这是经常采用的一种科学思维方法。可以说，任何一个科学的结论，都是建立在合适的理想化模型基础之上的。我们应当学会如何针对实际问题的本质建立起适当的理想模型，并用理想模型来分析问题和解决问题。

第二节　描述质点运动的物理量

一、位置矢量和运动方程

要描述一个质点的运动，首先要确定它的位置，然后再看它的位置是如何随时间变化的。我们可以在参考物上建立一个空间直角坐标系，质点在空间的位置可以用它的位置矢量来表示。质点的**位置矢量**（简称位矢或矢径）定义为：从坐标原点指向质点的矢量。例如，在图 1-1 的空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，质点 P 的位置矢量就是从原点 O 指向 P 点的有向线段$\overrightarrow{OP}$，记为 $\boldsymbol{r}$，位矢 $\boldsymbol{r}$ 在坐标轴上的分量就是质点的坐标（x、y、z）（它们可正可负，例如，若 $x<0$，则表示质点在 x 轴上的投影位于 x 轴的负方向上），显然有

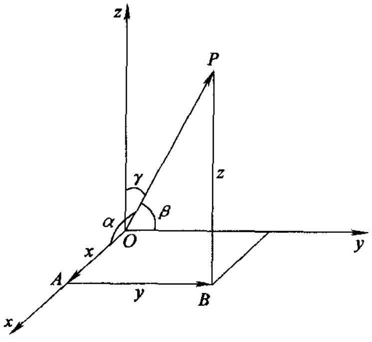

图 1-1

$$\begin{aligned}\boldsymbol{r} &= \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BP} \\ &= x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \end{aligned} \quad (1\text{-}1)$$

式中的 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别表示 x、y、z 轴正方向的单位矢量，即有 $|\boldsymbol{i}| = |\boldsymbol{j}| = |\boldsymbol{k}| = 1$，且 $\frac{d\boldsymbol{i}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{j}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{k}}{dt} = 0$。

显然，$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$ 与 P 点坐标 (x,y,z) 一一对应，它可以描述质点的位置，所以叫位置矢量。$\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1-2}$$

其方向可由 $\boldsymbol{r}$ 与 x、y、z 轴的夹角 α、β、γ 确定，即

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \qquad \cos\beta = \frac{y}{r} \qquad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

因为 $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$，所以 α、β、γ 中只有两个是独立的。$\cos\alpha$、$\cos\beta$、$\cos\gamma$ 叫做位矢 $\boldsymbol{r}$ 的方向余弦。

位矢 $\boldsymbol{r}$ 是一个矢量，其运算法则与一般的数不同，它的相加或相减符合平行四边形或三角形(多边形)法则。同时，由于原点和坐标轴的选取都是任意的，$\boldsymbol{r}$ 和 x、y、z 都具有相对的意义，都是相对于某个参考系的。

若质点 P 是运动的，一般地，$\boldsymbol{r}$ 将随时间 t 的变化而变化，即 $\boldsymbol{r}$ 是时间 t 的函数，可写成

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-3}$$

该式反映了质点的运动情况，所以叫质点的**运动方程**。它可以写成下面的分量形式

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \tag{1-4}$$

式(1-3)和式(1-4)是等效的。它们的等效性表明：式(1-3)所描述的质点在空间中的曲线运动可视为由式(1-4)所描述的三个相互垂直的直线运动(分运动)的叠加。这就是运动的叠加(或合成)原理。

在式(1-4)中，由前面两式消去 t，得 $F_1(x,y) = 0$，它表示空间的一个曲面；由后面两式消去 t，得 $F_2(y,z) = 0$，它表示空间的另一个曲面。这两个曲面的交线就表示质点的运动轨迹，所以

$$\begin{cases} F_1(x,y) = 0 \\ F_2(y,z) = 0 \end{cases} \tag{1-5}$$

就是质点在空间的**轨迹方程**。

如果质点在一个平面内运动，这样的运动称为二维运动。取该平面为 xy 平面，则 $\boldsymbol{r}$ 只与 x、y 有关，运动方程写成 $\boldsymbol{r} = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j}$，或其分量形式：$x = x(t)$，$y = y(t)$。从这两个式中消去时间 t，得 $F(x,y) = 0$，即 $y = y(x)$，就是质点在平面中的轨迹方程。

如果质点在一条直线上运动，则称为一维运动。取该直线为 x 轴，运动方程成为 $\boldsymbol{r}=x(t)\boldsymbol{i}$ 或 $x=x(t)$。

例如，如图 1-2 所示，质点作平抛运动时，运动方程为

$$\boldsymbol{r}=v_0t\boldsymbol{i}+\frac{1}{2}gt^2\boldsymbol{j}$$

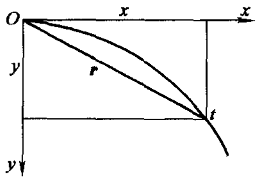

图　1-2

其分量形式为

$$\begin{cases}x=v_0t\\ y=\dfrac{1}{2}gt^2\end{cases}$$

消去 t，得质点在这个平面中的轨迹方程为 $y=\dfrac{g}{2v_0^2}x^2$，显然，其轨迹是一条抛物线。

二、位移矢量

若所研究的质点是运动的，则质点的位矢 $\boldsymbol{r}$ 是时间 t 的函数。如图 1-3 所示，质点沿某一条曲线运动，t 时刻质点位于 A 点，位置矢量为 $\boldsymbol{r}_A$，经过 Δt 时间，在 $t+\Delta t$ 时刻，质点运动到 B 点，位置矢量为 $\boldsymbol{r}_B$，如图 1-3 所示。在 Δt 时间内，质点位置的变化可以用由 A 到 B 的有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 表示，称为质点在 t 到 $t+\Delta t$ 这段时间的**位移**，记为 $\Delta\boldsymbol{r}$，则

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A \tag{1-6}$$

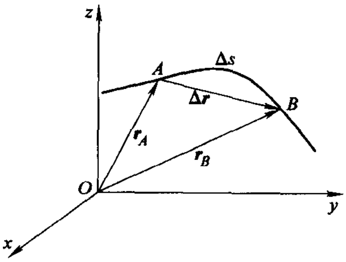

图　1-3

所以位移是位矢的增量。它除了表示 B 点与 A 点的距离之外，还表明 B 点相对于 A 点的方位。如在直角坐标系中，有

$$\boldsymbol{r}_A=x_A\boldsymbol{i}+y_A\boldsymbol{j}+z_A\boldsymbol{k},\quad \boldsymbol{r}_B=x_B\boldsymbol{i}+y_B\boldsymbol{j}+z_B\boldsymbol{k}$$

所以

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}&=(x_B\boldsymbol{i}+y_B\boldsymbol{j}+z_B\boldsymbol{k})-(x_A\boldsymbol{i}+y_A\boldsymbol{j}+z_A\boldsymbol{k})\\&=(x_B-x_A)\boldsymbol{i}+(y_B-y_A)\boldsymbol{j}+(z_B-z_A)\boldsymbol{k}\\&=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1-7}$$

其中，$\Delta x=x_B-x_A$、$\Delta y=y_B-y_A$、$\Delta z=z_B-z_A$ 分别为位移矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$ 在给定坐标系下在各个坐标轴上的分量，所以，位移在某一个轴上的分量就是质点在这个轴上的位移。

由式(1-7)可以看到，质点在空间的位移等于它在三个相互独立坐标方向上的位移的矢量叠加。位移的大小(即 A、B 两点之间的距离)用 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 表示，则

$$|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

位移大小的单位是长度单位，有厘米(cm)、米(m)、千米(km)等。位移的方向可由其方向余弦表示，即

$$\cos\alpha = \frac{\Delta x}{|\Delta \boldsymbol{r}|},\ \cos\beta = \frac{\Delta y}{|\Delta \boldsymbol{r}|},\ \cos\gamma = \frac{\Delta z}{|\Delta \boldsymbol{r}|}$$

位移是矢量，其运算应服从矢量的运算法则。位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 和位矢 $\boldsymbol{r}$ 不同，位矢确定某一时刻的位置，位移描述某段时间内始末质点位置的变化。对于相对静止的不同坐标系来说，位矢依赖于坐标系的选择，而位移则与所选取的坐标系无关，如图 1-4 所示。

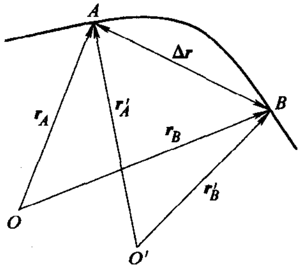

图 1-4

同时，位移与时间间隔有关，不同的时间间隔有不同的位移，即使是相同的时间间隔也会有不同的位移，这取决于质点的运动。

位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 和路程 Δs 是两个不同的物理量。位移是矢量，路程是标量。位移只反映某段时间内质点始末位置的变化，它不涉及质点位置变化过程的细节。如图 1-3 所示，位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的大小虽然等于由 A 到 B 的直线距离，但并不意味着质点是从 A 沿直线移动到 B。质点从 A 到 B 沿曲线所走过的实际轨道的长度叫做路程。路程 Δs 是标量，而且总有 $\Delta s \geqslant |\Delta \boldsymbol{r}|$。只有当满足：①质点作方向不变的直线运动时；②$\Delta t \to 0$ 时，二者才相等。第一种情况是很明显的，下面讨论第二种情况。

当 $\Delta t \to 0$ 时，Δs 和 $\Delta \boldsymbol{r}$ 都趋于无限小量，它们大小的差别也趋于无限小，记为 $\Delta \boldsymbol{r} \to \mathrm{d}\boldsymbol{r}$，$\Delta s \to \mathrm{d}s$。此时，质点的实际路径也可以看成直线，而且有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$，或 $\dfrac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}s} = 1$，$\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 的方向是轨道的切线方向，且指向质点运动的一方。用 $\boldsymbol{\tau}$ 表示轨道切线方向的单位矢量，则有

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}s} \tag{1-8}$$

$\boldsymbol{\tau}$ 的大小 $|\boldsymbol{\tau}| = 1$，沿切线指向运动的一方。由于 $\boldsymbol{\tau}$ 的方向不断变化，所以，$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}t} \neq 0$。

还要指出的是，位移的大小 $|\Delta \boldsymbol{r}| = |\boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A|$ 和位矢大小的增量 $\Delta r = |\boldsymbol{r}_B| - |\boldsymbol{r}_A|$ 一般是不相等的。如图 1-5 所示，$|\Delta \boldsymbol{r}| = |\boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A| = |\overrightarrow{AB}|$，而 $\Delta r = |\boldsymbol{r}_B| - |\boldsymbol{r}_A| = \overline{CB}$。

三、速度

速度是描述物体运动快慢和方向的物理量。

1. 平均速度

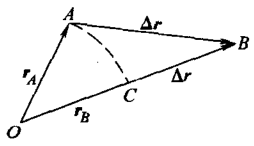

图　1-5

若质点在 t 时刻由 A 点经 Δt 时间后运动到 B 点，位移为 $\Delta \boldsymbol{r}$，如图 1-3 所示，则定义在这段时间内质点的平均速度为

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$$

平均速度表示了某段时间 Δt 内质点位置矢量平均变化快慢的情况，它是一个矢量，其大小为 $|\bar{\boldsymbol{v}}| = \left|\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}\right|$，它的方向和 $\Delta \boldsymbol{r}$ 同向。平均速度与一段时间相对应。一般来说，若把这段时间分成许多更小的时间间隔，则各小段时间内质点运动的平均快慢程度和运动方向是不同的。因此，平均速度只能粗略地反映该段时间内质点运动的快慢程度和方向。

2. 瞬时速度

为了更精确地描述物体的运动，下面引入瞬时速度的概念。当 $\Delta t \to 0$ 时平均速度的极限值叫做 t 时刻质点的**瞬时速度**，简称**速度**，用$\boldsymbol{v}$ 表示，则

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{\boldsymbol{v}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-9}$$

显然，速度等于位置矢量对时间的一阶导数，其大小为 $|\boldsymbol{v}| = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$，单位为米/秒(m/s)。

速度$\boldsymbol{v}$ 是矢量，它的方向是 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的极限方向，与 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 同向，即质点运动轨道上该点的切线方向。于是，只要知道了用位矢表示的质点运动方程，就可求导得到质点的速度。

3. 平均速率

如果从时刻 t 到时刻 $t + \Delta t$，质点走过的路程为 Δs，则 Δs 与 Δt 的比值称为质点在该段时间内的平均速率，用 $\bar{v}$ 表示，则

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

平均速率 $\bar{v}$ 是一个标量，描述质点沿运动轨道移动的平均快慢程度。由于一般情况下 $\Delta s \neq |\Delta \boldsymbol{r}|$，所以平均速度的大小一般不等于平均速率，即 $|\boldsymbol{v}| \neq \bar{v}$。例如，质点从某个位置出发，经过任意一段路径回到原来位置，由于质点的位移为零，因此平均速度等于零，但路程不为零，平均速率就不为零。

4. 瞬时速率

质点在某时刻(或某位置处)的瞬时速率(简称速率)是当 $\Delta t \to 0$ 时平均速率的极限，即

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\bar{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

由于 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$，又 $|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$，所以有 $v=|\boldsymbol{v}|$，即速率等于速度的大小。

如果要具体求出质点的速度，我们应当在所建立的坐标系中写出质点的运动方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$，然后由速度的定义$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$求解。在直角坐标系中，运动方程写成

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$$

注意到 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 的大小和方向都不随时间 t 而变，所以有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1-11}$$

$\boldsymbol{v}$ 在三个坐标轴的分量分别用 v_x、v_y、v_z 表示，即

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1-12}$$

比较式(1-11)与式(1-12)，得到

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\quad v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$

可见，速度 $\boldsymbol{v}$ 在三个坐标轴上的分量等于相应的坐标对时间的一阶导数。v_x、v_y、v_z 分别是质点沿 x、y、z 方向的速度，它的数值可正可负。若为正值，说明其方向与坐标轴的正方向相同；若为负值，说明其方向与坐标轴的正方向相反。所以速度的正负能说明质点运动的方向，速度的绝对值表示运动的快慢。

速度的大小为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$$

其方向可由方向余弦表示。

对于速度，还可以用另一种方法表示。根据导数的概念，速度可以改写为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v\boldsymbol{\tau} \tag{1-13}$$

式中，v 表示速度的大小；$\boldsymbol{\tau}$ 表示切线方向单位矢量，即速度方向的单位矢量。该式就是通常所说的速率即为速度的大小、方向沿其切线方向的数学表示。

四、加速度

质点在轨道上不同的位置时，其速度的大小和方向通常都是不相同的。为反映质点速度的变化快慢，我们引入加速度。

1. 平均加速度

如图 1-6 所示，设质点沿某一曲线运动，t 时刻质点处于 A 点，其速度为$\boldsymbol{v}_A$，$t+\Delta t$ 时刻质点运动到 B 点，速度为 $\boldsymbol{v}_B$。在 Δt 时间内，质点速度的大小和方向都发生了变化，将 A 点的速度 $\boldsymbol{v}_A$平移到 B 点，得速度的增量为 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A$。定义质点在 Δt 这段时间内的平均加速度为

$$\overline{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

显然，平均加速度 $\overline{a}$ 是一个矢量，其大小 $|\overline{a}|=\left|\frac{\Delta v}{\Delta t}\right|$，方向与 $\Delta v=v_B-v_A$ 的方向相同。

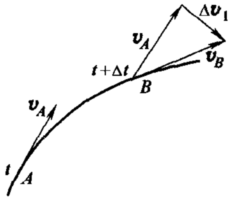

图　1-6

平均加速度只能描述一段时间内速度随时间的变化率。

2. 瞬时加速度

为了精确地描述质点在任一时刻 t（或任一位置处）运动速度的变化情况，引入瞬时加速度（即**加速度**）的概念。质点在某时刻或某位置的瞬时加速度等于当 $\Delta t\to0$ 时平均加速度的极限值，可表示为

$$a=\lim_{\Delta t\to0}\overline{a}=\lim_{\Delta t\to0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}\qquad(1\text{-}14)$$

所以，质点的加速度等于质点的速度矢量对时间的变化率（或一阶导数），或等于位置矢量对时间的二阶导数。

加速度 a 是一个矢量，其大小 $|a|=\left|\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right|=\left|\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}\right|\left(\text{注意：一般情况下 } a\neq\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\neq\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}\right)$，其单位是米/秒^2（$\mathrm{m/s^2}$）。加速度的方向就是当 $\Delta t\to0$ 时，平均加速度 $\overline{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ 或速度增量 Δv 的极限方向。

应该注意到：Δv 的方向和极限方向一般不同于速度 v 的方向，因而加速度的方向与同一时刻速度的方向一般不相一致。例如，质点作直线运动时，如果速率是加快的，那么 a 与 v 同向（夹角为 0°）；反之，如果速率是减慢的，那么 a 与 v 反向（夹角为 180°）。因此，在直线运动中，加速度和速度在同一直线上，可以有同向或反向两种情况。质点作曲线运动时，很显然，加速度总是指向曲线凹的一方，如图 1-7 所示。例如在抛体运动中，v 沿抛物线的切线方向，而加速度 a（即重力加速度）始终竖直向下，物体在上升时，速率减慢，则 a 与 v 成钝角；物体下降时，速率增加，则 a 与 v 成锐角；达最高点时，则 a 与 v 成直角。

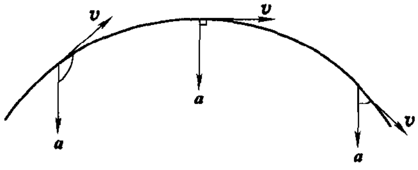

图　1-7

以上给出的加速度的一般定义适用于任何坐标系，下面讨论加速度在两种常见坐标系中的表示形式。

3. 加速度在直角坐标系中的表示