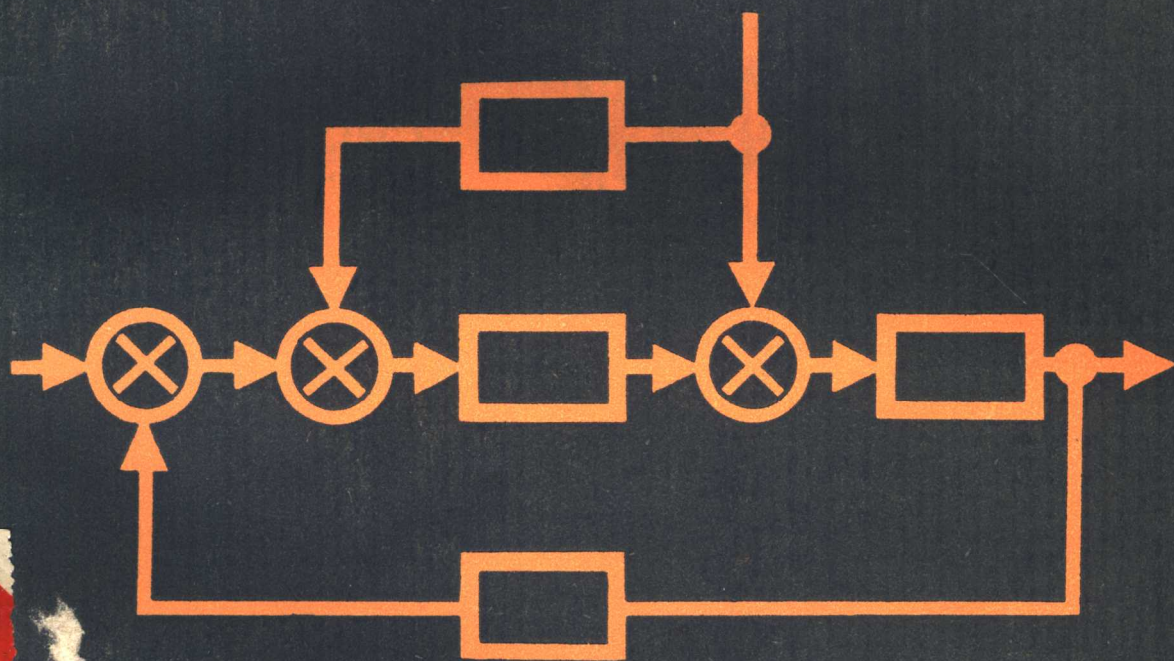


ZI DONG KONG ZHI LI LUN JI CHU

自动控制理论基础

张以杰 李瑞棠 编著 ●



西北电讯工程学院出版社

13
58

自动控制理论基础

张以杰 李瑞棠 编著

西北电讯工程学院出版社

1987

内 容 简 介

本书讨论线性连续控制系统、离散控制系统、非线性控制系统的基本原理和分析方法,包括经典分析法和状态空间分析法。全书共分八章:绪论;线性控制系统的传递函数和状态方程;控制系统的时间域分析;控制系统的频率域分析;控制系统的校正;离散控制系统;非线性控制系统;状态空间分析法。书末附有习题和参考文献。

本书可作为电子工程、信息工程、检测技术与仪器等专业高年级学生的教材,也可作为无线电、雷达、导航、电子对抗、通讯、仪表等专业的工程技术人员的参考资料。

自动控制理论基础

张以杰 李瑞棠 编著

责任编辑 景 虹

西北电讯工程学院出版社出版发行

西北电讯工程学院印刷厂印刷

新华书店经销

开本 787×1092 1/16 印张 18 6/16 字数 450千字

1986年12月第一版 1986年12月第1次印刷 印数 1-3,000

统一书号: 15322·71

定价: 3.15元

前 言

根据近年来的教学实践,并考虑到控制理论的发展和应用情况(特别是数字计算机在控制系统中的应用情况),本书在讨论经典控制理论的基础上突出了以下问题:加强了计算机控制系统和计算机辅助分析与设计的内容;加强了状态空间分析法的讨论;在研究基本理论时结合电子工程中常见的控制系统实例进行分析。为学习方便,书末附有习题和参考文献。

本书可作为电子工程、信息工程、检测技术和电子仪器等专业的教材,也可作为从事雷达、导航,电子对抗、通讯、仪表等专业的工程技术人员的参考资料。

本书由张以杰、李瑞棠编写。张以杰编写了第一、二、七、八章,李瑞棠编写了第三、四、五、六章。

编者在编写过程中听取了西北电讯工程学院电子工程系自控教研室同志们的意见,并吸收了他们的教学经验。黄道君和常文戈二同志分别提供了他们研究的绘制根轨迹和频率特性的通用程序。对于这些支持和帮助,编者表示感谢。

由于编者水平所限,书中难免有不少缺点和错误,恳切希望读者指正。

编 者

1985 年 11 月

目 录

第一章 绪 论

§ 1-1 开环和闭环控制系统	1
§ 1-2 控制系统的分类	4
§ 1-3 线性和非线性控制系统	5
§ 1-4 线性控制系统中的信号模型	8
§ 1-5 性能指标	10
§ 1-6 线性控制系统的研究方法	14

第二章 线性控制系统的传递函数和状态方程

§ 2-1 引言	16
§ 2-2 相似系统和典型环节	17
§ 2-3 比较元件和敏感元件	22
§ 2-4 执行元件	32
§ 2-5 放大元件	38
§ 2-6 变换元件	45
§ 2-7 控制系统举例	49
§ 2-8 液压控制系统	53

第三章 控制系统的时间域分析

§ 3-1 二阶系统	61
§ 3-2 系统传递函数的计算	66
§ 3-3 传递函数与系统的稳定性	73
§ 3-4 传递函数与系统的暂态性能	79
§ 3-5 传递函数与系统的稳态误差	82
§ 3-6 根轨迹法	87
§ 3-7 时域分析法计算举例	93
§ 3-8 绘制根轨迹的计算机程序	97

第四章 控制系统的频率域分析

§ 4-1 引言	105
§ 4-2 频率特性及其表示方法	106
§ 4-3 开环对数频率特性的绘制方法	111
§ 4-4 稳定性判断	115
§ 4-5 稳定裕度	121

§ 4-6	闭环频率特性绘制和系统暂态性能计算	123
§ 4-7	精度计算	129
§ 4-8	开环和闭环频率特性的数字计算机计算程序	131

第五章 控制系统的校正

§ 5-1	引言	138
§ 5-2	串联校正	140
§ 5-3	反馈校正	148
§ 5-4	复合控制与前馈校正	151
§ 5-5	频率域分析法计算举例	154

第六章 离散控制系统

§ 6-1	离散系统的基本概念	158
§ 6-2	信号的采样和恢复	160
§ 6-3	Z 变换与 Z 反变换	164
§ 6-4	离散系统的运动方程及其解法	173
§ 6-5	脉冲传递函数	176
§ 6-6	Z 域分析法	181
§ 6-7	数字控制系统的校正与综合(一)	189
§ 6-8	数字控制系统的校正与综合(二)	194

第七章 非线性控制系统

§ 7-1	引言	201
§ 7-2	非线性系统的线性化分析法	202
§ 7-3	描述函数分析法	204
§ 7-4	相平面分析法	208
§ 7-5	用李亚普诺夫直接法研究系统的稳定性	217

第八章 状态空间分析法

§ 8-1	引言	221
§ 8-2	状态方程的列写方法	225
§ 8-3	连续系统状态方程的解法	237
§ 8-4	矩阵指数的性质和计算方法	242
§ 8-5	离散系统的状态空间分析	248
§ 8-6	能控性和能观测性	255
§ 8-7	状态变量反馈	261
§ 8-8	状态观测器	265
习题		270
参考文献		288

第一章 绪 论

在和大自然的斗争过程中,人类不断地发明和创造出各种生产工具,随之也就产生了各式各样的操纵、调节和控制的问题。例如一个原始人骑着一段树干渡河,这就出现了怎样控制树干的漂流方向和速度的问题。一开始,他只会利用他自己的手、脚的划动和眼睛观察,紧张思索和用尽力气,才能使自己安全穿过激流,到达彼岸。逐渐人类创造出了独木舟、桨和舵等。这不仅大大地减小了人们的体力劳动,同时也提高了人们对船只的航速,航向的控制能力和控制效果。但是,在穿越险滩时,舵手的劳动仍然是十分紧张和艰巨的。能否进一步改善呢?多少年来,人类一直在探索、研究各种“自动机”、自动控制理论和方法,并取得了巨大的进展。时至今日,原始人的简陋的生产工具早已被复杂的机器设备所取代,控制对象也发展成为巨大的系统和繁杂的生产过程,从而对自动化以及自动控制理论和方法提出更多更高的要求。同时,自动控制理论和方法的应用范围也越来越加广泛,不仅适用于一般工程技术学科,而且也推广应用于生物学、医学以及社会科学各部门。另一方面,科学技术的发展,特别是近代数学和电子计算机的迅猛发展,也大力推动了控制理论的发展并形成一新的体系:现代控制理论。

但是尽管如此,古典的控制理论与方法,仍然广泛应用于各种工程技术系统,而反馈控制和稳定性理论等,也仍然是现代控制理论的基础和重要组成部分。因此,在本书中,古典控制理论与方法仍然占相当大的比重。对现代控制理论的基本问题和方法本书也加以介绍,为读者进一步深入学习现代控制理论打下初步的基础。

§ 1-1 开环和闭环控制系统

图 1-1 所示是一种应用十分广泛的位置控制系统,它的作用是将控制对象(负载),如图中所示的雷达天线,或其它如火炮炮座、发射架、轮舵或车床刀架、加工物等,从一个位置转到另一个位置。利用这一系统,操纵手或工人只要轻轻地转动一个电位器的旋臂,改变其输出电压的大小和极性,再通过放大器进行电压和功率放大后,就可以使电动机启动或停转,或以某一指定转速正向或反向旋转,将负载从一个位置转向另一个位置。

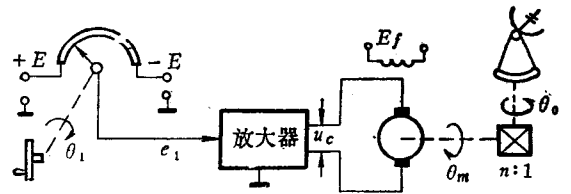


图 1-1 天线位置(开环)控制系统

如果将期望负载转到的位置 θ_1 作为系统的输入控制信号,经系统作用后负载真正转到的位置 θ_0 作为系统的输出响应,那么从信息传输观点来看,在这种系统中只存在一条传送控制作用的前向通道:电位器(旋臂)→放大器→电动机→减速器→天线(负载),而没有其它专门的反向通道,将系统的输出,也就是负载真正转到的角度 θ_0 ,再反馈到系统中。因此,这种系统称为开环控制系统。

通常,将开环系统用图 1-2 所示的框图来表示。中间的框图,表示系统自输入轴起到输出轴为止的全部设备,包括控制对象(负载)在内。

开环控制系统的优点是结构简单，容易实现，能完成各种控制信号，如力矩等的放大、能量转换以及遥控等作用。日常这种系统应用最广泛，简单的如各种手动开关、人工调整和调谐装置等都属于这一类型。

但是，由于在这种系统中，没有将系统的输出，也就是所得的控制效果反馈回来，并和系统的输入，也就是希望能获得的控制效果——控制作用进行比较，因此，对于实际上获得的效果和期望值之间是否存在差异，系统本身是不具有任何识别和判断能力的。因此，在这种系统的工作过程中，尤其是这一类位置控制系统中就离不开“人”，它需要由“人”直接或通过一定的仪表去监视系统的输出，并不断地进行比较和判断，看是否要对系统的工作情况进行必须的校正。从这个意义上来说，这种系统不能称为是“自动”的，而且它的应用范围也受到很大的限制。

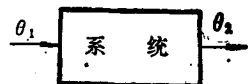


图 1-2 开环系统

以上述天线位置控制系统为例来说明这一问题：假如要求把天线从原来的指向转动 90° ，这时操纵手必须一方面转动旋臂使天线转动，另一方面又要从天线位置指示器上注意观察天线已转到的位置数据，当天线快转够 90° 时，操纵手就要根据自己的经验，判断是否应当转回旋臂，使加在电动机电枢上的电压回复到零，让电动机和天线凭藉自身的惯性继续转动到 90° 处。当天线停止转动后，操纵手还需再次观察天线的转角是否正确，并判断是否需要再次转动旋臂使天线继续向前转或倒转，以使天线转到所要求的 90° 处。由此可见，系统的工作精度和速度，在很大程度上将取决于操纵手的熟练程度和工作条件。

很显然，在跟踪雷达中，要求天线波束能连续不断地、精确地跟随目标迅速运动，这种开环控制系统就完全不能胜任了。

除此之外，由于外界因素的影响，例如由于风力扰动或机械震动，使天线自原来的指向偏开时，这种开环控制系统本身也不具有使天线自动返回原来位置的能力。

在目前的多数雷达中，为了要实现对天线的位置控制，多采用原理上与图 1-3 所示相类似的闭环控制系统。由图可见，在这个系统中，采用了一对同类型的线性电位器 W_1 和 W_2 ，其中 W_1 的旋臂和控制手轮相联，它的作用是把手轮的转角 θ_1 转换为一个电压信号 $e_1 = K_c \theta_1$ ；另一个电位器 W_2 则安置在天线座上，它们的旋臂和天线的方位转轴或俯仰转轴相联，用来将天线的方位角或俯仰角 θ_0 转换成另一电压信号 $e_0 = K_c \theta_0$ 。这两个电压分别加在运算放大器的两个极性相反的输入端上，相互进行比较。如果天线的转角位置和手轮的转角位置不符，则运算放大器的输出端将出现一个误差电压

$$U_e = K_c(e_1 - e_0) = K_c K_c (\theta_1 - \theta_0) = K_c K_c \theta_e \quad (1-1)$$

它的数值大小比例于两个角度之差 θ_e （误差角）的大小，极性的正负则视天线转角 θ_0 是小于或大于手轮转角 θ_1 而定。这个误差电压经过放大器进行电压和功率放大后，加在驱动电动机的电枢两端，使之拖动天线向减小误差的方向转动。当天线转到和手

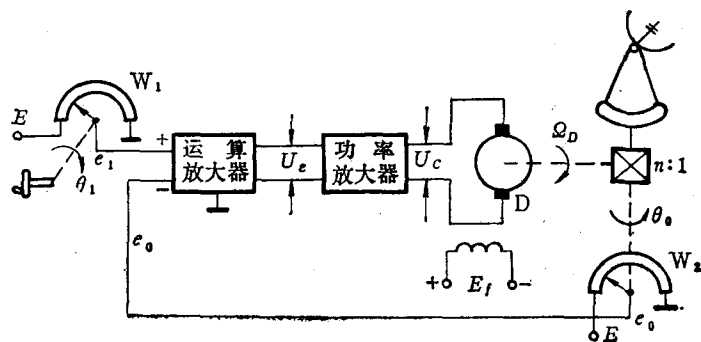


图 1-3 天线位置闭环控制系统

轮旋转的角度相同时, 即当 $\theta_0 = \theta_1$ 时, 误差电压 U_e 减小为零, 电动机电枢电压 U_c 亦随之减小为零, 天线也就停止下来。这样, 在工作中, 操纵手只要把手轮转到所需的角度的, 天线就自动地也转到相同的位置。并且, 当手轮固定在一个位置, 天线由于受外界因素的影响而偏离原来的对应位置, 使 $\theta_0 \neq \theta_1$ 时, 在运算放大器的输出端也会出现一个误差电压 U_e , 从而使天线重新转回原来的对应位置。

与开环控制系统相比, 可以看出, 这个系统的主要特点是增加了一个反馈支路, 用来将连续检测到的系统的输出(天线转角 θ_0) 反馈到系统的输入端, 并使之与系统的输入(手轮转角 θ_1) 相比较, 从而构成了一个闭合环路, 因此, 通常称之为闭环控制系统。

明显可见, 上述的反馈是一种负反馈, 因此这种系统又称为负反馈控制系统。

从上述系统的工作过程中还可看出, 正是由于引入了负反馈支路, 从而用一些元件和线路代替了操纵手在开环系统中所起的观察和检测系统的输出、并使之与系统输入控制信号相比较的作用。这不仅大大地减轻了操纵手的劳动强度, 而且也减小了系统工作质量对操纵手熟练程度的依赖关系, 从而大大地提高了系统的工作精度、响应速度和可靠性。

正是基于这种情况, 所以通常称闭环控制系统为自动控制系统。

应当指出, 虽然闭环控制系统有很多优点, 但是, 一般说来, 它的结构比较复杂, 而且还存在一些在开环系统中不存在的问题。例如今后要重点加以讨论的“稳定性问题”就是一个突出的例子。因此, 在实际中, 要根据情况, 将开环和闭环控制系统结合起来使用。

今后为讨论方便起见, 将采用图 1-4 所示的框图来表示闭环控制系统。在这个框图中, 将系统中起测量和比较作用的元件和线路用符号 $\rightarrow \otimes \rightarrow$ 来表示, 而将系统中的其它元件和线路(包括系统的负载——控制对象在内), 统统用一个方框来表示, 并称之为控制器, 或系统的开环部分。

加在系统输入端的控制作用, 也就是系统的输入信号, 用函数 $f(t)$ 来表示; 被控制对象对这一信号的响应, 也就是系统的输出信号, 用函数 $x(t)$ 来表示。这两个信号之差, 也就是比较元件的输出

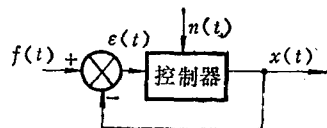


图 1-4 闭环控制系统的原理框图

$$\varepsilon(t) = f(t) - x(t) \quad (1-2)$$

则称为系统的误差信号, 或简称为误差或偏差。

从这个框图中可以清晰看出, 加在系统控制器输入端的不是外加的控制信号 $f(t)$, 而是它和系统输出信号 $x(t)$ 的差值 $\varepsilon(t)$, 也就是系统的误差信号。为此, 有时也将这种系统称为误差控制系统。

除此之外, 在系统外部和系统内部, 总是不可避免地存在有一些不规则的干扰和噪声, 这里统用函数 $n(t)$ 来表示。这些干扰和噪声, 可能是混杂在输入信号中, 一同作用在系统的输入端; 也可能直接作用在系统中某一个或某几个元件上。例如在雷达天线位置控制系统中, 随气象条件而随机变化的风负荷, 就是直接加在系统输出轴上的干扰。

在位置控制系统中, 例如在上述的雷达天线位置控制系统中, 系统的输入和输出信号, 往往是一些机械转角, 因此, 今后也常用 θ_1 、 θ_0 和 θ_e 来分别表示系统的输入、输出和误差信号。这时, 式(1-2)应改写为

$$\theta_e(t) = \theta_1(t) - \theta_0(t) \quad (1-3)$$

最后还要指出,框图中的箭头是用来表示系统中与控制作用有关的信号的流通方向的。它表明系统的输入控制作用只能沿箭头所指方向,通过比较元件和控制器去影响系统的输出,而不能在经比较元件之后,沿着反馈支路而加到系统的输出端。

此外,一般说来,控制系统总是要对输入信号进行加工,例如放大,运算和变换等,而且总是伴随有一定的能量变换。因此,系统中除具有各种无源元件之外,也必然具备有各种有源元件,如图 1-3 中的放大器和电动机等。

综上所述,我们可以定义:所谓自动控制系统,就是一种有源的,动作具有一定方向性的,闭环的动力学系统。

§ 1-2 控制系统的分类

通常,根据控制系统的作用和输入信号的特点,可将系统分为以下三种类型。

1. 自动稳定系统(自动调节或自整定系统) 这类系统的输入信号在一段时间内一般为常量,称为基准(或参考)信号,系统的作用在于使输出量不受外界其它因素的影响而保持恒定。常见的各种反馈式稳压、稳流、稳速设备,温度自动调节设备,无线电接收设备中的自动频率微调、自动增益控制系统,锁相系统,各种天线座稳定平台系统,都属于这一类型。图 1-5 所示的烘箱温度控制系统就是一个自动稳定系统的实例。

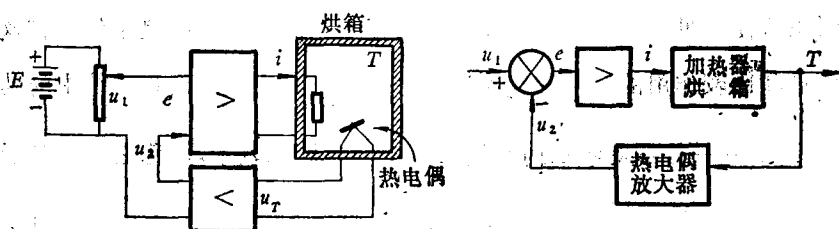


图 1-5 温度控制系统原理图及框图

如图所示,根据对烘箱温度的要求(期望值),事先由电位器装定一个相应的电压值 u_1 , 作为系统的输入信号。烘箱的实际温度 T (受控信号)可以由热电偶进行测量,热电偶的输出电压 u_T 正比于烘箱温度 T 。 u_T 经放大后成为反馈信号 u_2 , 误差信号 $e = u_1 - u_2$ 经功率放大后给加热器提供了相应的电流,使烘箱温度达到期望值。如果环境温度变化或其它因素影响,使烘箱温度偏离期望值,例如低于期望值,则 u_T 和 u_2 将有所下降,因而使误差电压 e 和加热器电流 i 相应增大,从而又使烘箱温度回升。如此,系统自动调节,使烘箱内保持在指定的温度值。

2. 程序控制系统 这类系统的输入信号是一事先安排好的确定型时间函数,系统的作用在于保证受控对象严格按照这一规定的程序进行工作。在一般工业控制系统中,这类系统应用十分广泛。

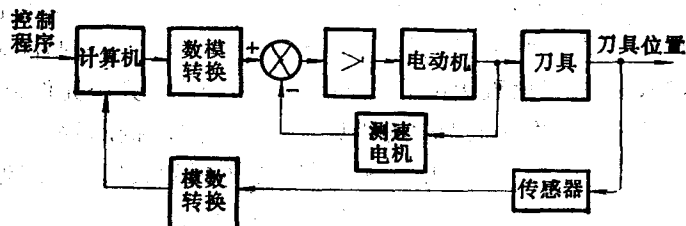


图 1-6 数控机床原理图

图 1-6 所示的数控机床系统就是一个程序控制系统。根据对工件的加工要求,事先编制

出控制程序，作为系统的输入量送入计算机。与刀具架连接在一起的传感器，将刀具的位置信息变换为电压信号，再经过模-数转换器变为数字电压信号，作为反馈信号送入计算机。计算机将输入信号与反馈信号进行比较，得到误差信号，它反映了刀具实际位置对于期望位置的偏离。计算机还要完成指定的数学运算，使系统有更高的工作质量。计算机输出的数字信号被转换为模拟电压，经功率放大之后去驱动电动机，带动刀具按期望的规律运动。图中的测速电机反馈支路是用来改善系统性能的。

3. 随动系统(伺服系统) 它的输入信号随工作情况和要求而变，在很多情况下是时间的不确定函数——随机过程。系统的作用在于使它的输出能及时而准确地跟随它的输入而变。电子工程中的各种自动跟踪系统都属于这一类型，§1-1中所述的天线位置控制系统就是一例。

广义而言，各种有源反馈电路，如运算放大器、递归式滤波器等，也可划归这一范畴。但对于这些电路，今后仍称为反馈控制电路或滤波器。

§1-3 线性和非线性控制系统

在以下几节中，我们将对本书要讨论的自动控制理论作一概括的简介。任何科学理论都是为了指导实践，并在实践中得到检验。自动控制理论的基本任务也正在于寻求一个最完善的设计自动控制系统的方法。为了达到这个目的，首先必须研究自动控制系统的性能分析方法；研究系统的各种结构形式以及各个组成元件的特性和参数对系统性能的影响；研究系统性能的改善方法和途径。然后，在分析所得到的各种结果的基础上，归纳出自动控制系统的综合设计方法，其中包括如何根据使用要求和实现条件拟定系统的基本结构形式；如何选择元件和决定它们的参数与工作状态；如何安排各种用来改善系统性能的校正装置和线路等。最后，自动控制理论，作为一门技术科学，还应当解决各个元件、部件乃至整个系统的性能测试和模拟的问题，借以检验设计的结果是否满足要求。

在分析研究自动控制系统的性能时，如同研究一般的网络或动态系统的问题一样，往往可以把问题简化为寻求系统对某一个或一组输入作用的输出响应问题。在这种情况下，我们可以将系统看作是一个信号转换装置，并用一个方框来表示它，如图1-7所示。系统的性能则由输入信号 $f(t)$ 和输出信号 $x(t)$ 之间的关系式来描述¹⁾。这一关系式即称为系统的数学模型或运动方程式。

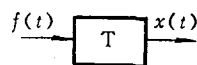


图 1-7 信号转换装置

从数学的观点来看，这相当把系统当作一个运算符 T ，它将函数 $f(t)$ 变换为函数 $x(t)$ ，即 $x(t) = T\{f(t)\}$ 。从这一观点出发，我们可以将系统分为两大类：线性系统（线性算子）和非线性系统（非线性算子）。具体来说，任何系统，只要它具有下列线性运算性质，就是一个线性系统。反之，就是非线性系统。

1. 均匀性 系统对输入 $f_1(t)$ 的响应为 $x_1(t)$ ，而它对 $af_1(t)$ 的响应则为 $ax_1(t)$ ，其中 a 是任意常数。

2. 重叠性 系统对输入 $f_1(t)$ 的响应为 $x_1(t)$ ；对输入 $f_2(t)$ 的响应为 $x_2(t)$ ，而它对输入 $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ 的响应则为 $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ 。

以上两种性质可合并写作：任意系统，只要它对输入 $f_1(t)$ 的响应为 $x_1(t)$ ；对输入 $f_2(t)$

的响应为 $x_2(t)$ ，而它对输入

$$f(t) = a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) \quad (1-4a)$$

的响应为

$$x(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \quad (1-4b)$$

其中 a_1 、 a_2 为任意常数，则该系统即为一线性系统。

应当指出，实际系统的输出或输出端状态，不仅和系统的输入信号有关，而且往往和系统的起始状态（起始条件）有关。因此，当考虑到起始状态的影响时，上述线性条件应改写为：若一系统的输出能分离为（可分性）两部分，即

$$x(t) = x_f(t) + x_0(t) \quad (1-5)$$

其中 $x_f(t)$ 是系统在零起始状态下对输入信号 $f(t)$ 的响应，称为零状态响应； $x_0(t)$ 是在输入信号为零时，由系统内部的起始状态而形成的响应，称为零输入响应；并且，若系统的这两部分响应分别满足均匀性和叠加性，则系统就是线性的。反之，就是非线性的。

线性系统的运动方程式（输入-输出关系式）是线性代数方程、线性微分方程或线性差分方程（或状态方程组）。如前所述，自动控制系统是由许多不同元件组成的动态系统，其中除个别理想化的放大和比较元件的输入-输出关系式可用代数方程来描述之外，其它各种元件多少总具有一定的惯性。它们的输出不仅与当前的输入有关，而且与以往的输入也有一定的关系。换言之，这些元件多少具有一定的记忆能力。从今后的讨论中可看出，这类元件的输入-输出关系要用微分-积分方程来描述。因此，连续的线性系统，也就是输入、输出以及在系统中所传输的信号均是时间的连续函数的系统，它们的运动方程，在单输入-单输出情况下，总是一个线性微分方程：

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x \\ = b_m \frac{d^m f}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} f}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{df}{dt} + b_0 f \end{aligned} \quad (1-6)$$

方程的阶数和系数，完全取决于系统的结构和所采用的元件的特性和参数。并且，对于一般物理可实现系统来说，总有 $n \geq m$ 。

如果元件的参数都是不随时间而变化的常量，则方程式中的各个系数也都是常数，即系统的运动方程式是一个常系数线性微分方程。这种系统称为线性时不变系统，简称线性定常系统。这类系统的特征是：若系统对输入 $f(t)$ 的响应为 $x(t)$ ，则对输入 $f(t-\tau)$ 的响应为 $x(t-\tau)$ 。本书将着重研究这种系统的性能分析和综合问题。

如果系统的组成元件（即使仅仅只是一个元件）的参数随时间而变化，则上述方程的参数之中，有些将也是时间的函数。如此，系统的运动方程将是个变系数微分方程。这种系统称为变系数线性控制系统，简称为线性时变系统。

还有一些常见的控制系统，其中除了上述线性元件之外，还接有采样开关元件 K ，它的输入信号 $f_1(t)$ 是时间的连续函数，但其输出却是一串脉冲采样信号 $f_1^*(t)$ ，如图 1-8 所示。

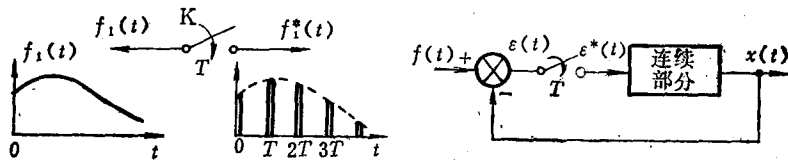


图 1-8 脉冲元件和离散控制系统

这时，系统中某些部分所传递的信号在时间上是断续的离散值。因此，称这种系统为离散控制系统或采样控制系统。

图 1-9 所示是接有数字计算机的控制系统的一种结构形式。在这一系统中，输入控制信号 $f(t)$ ，反馈信号 $b(t)$ 和误差信号 $\varepsilon(t)$ 是时间上连续的模拟信号。系统中的模/数转换器将连续的模拟信号 $\varepsilon(t)$ 变换为计算机能接受的、时间上离散的数字序列 $\varepsilon^*(t)$ 后，进入计算机中进行加工处理，然后又经数/模转换器将计算机输出的数字信号 $c^*(t)$ 转换为后级由模拟器件组成的控制器能接受的、时间上连续的模拟信号 $u(t)$ 。由此可见，这也是一种离散系统。目前，由于数字计算机的应用越来越广泛，因此计算机控制系统也就越来越重要。

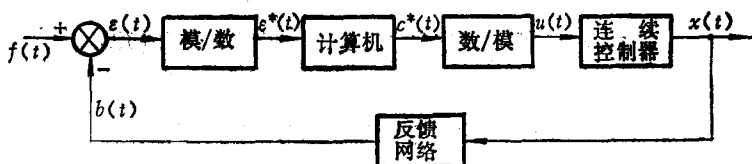


图 1-9 计算机控制系统

离散系统的运动方程是一差分方程。如果系统的输入和输出信号之间呈线性关系，则这个差分方程也是线性的。

若一个系统中除了线性元件之外，还接有参数随输入信号的大小而变化的非线性元件，例如继电器、饱和放大器以及限幅器等，则系统的运动方程将是一个非线性微分方程。这类系统则称为非线性控制系统。图 1-10 所示的锁相系统就是一例。

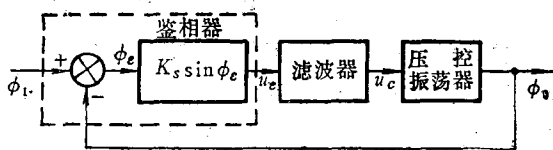


图 1-10 锁相系统

对于这个系统，输入是基准振荡的相位 ϕ_1 ，输出是压控振荡的相位 ϕ_0 。系统的比较元件是鉴相器，它的输出误差电压 u_e 不是和两个振荡的相位差 $\phi_e = \phi_1 - \phi_0$ 成正比，而是与 ϕ_e 成正弦关系，即

$$u_e = K_s \sin \phi_e \quad (1-7)$$

由此可见，这一元件的输入-输出关系不满足线性条件，它是一个非线性元件，因此整个系统将是一个非线性控制系统。

在今后的讨论中将证明，一般的锁相系统的误差信号 ϕ_e 和输入信号 ϕ_1 之间的关系式为

$$T \frac{d^2 \phi_e}{dt^2} + \frac{d \phi_e}{dt} + K \sin \phi_e = T \frac{d^2 \phi_1}{dt^2} + \frac{d \phi_1}{dt} \quad (1-8)$$

很明显，它不满足线性条件，而是一个二阶非线性微分方程，其中的系数 T 和 K 分别是系统中的滤波器时常数 and 系统的增益系数。

严格说来，理想的线性元件是不存在的，一般元件的参数多少会随着加在它们上面的信号的大小而有些变化。以最普通所示的 RLC 网络为例，其中电阻的阻值多少会随温度而变化，因而 R 将随流过它的电流 i 的大小而变。电感铁心的导磁率也随电流变化，而电容的容量也多少随加在电容器两端的电压有所改变。因此，严格说来，这个网络也是个非线性电路。除此之外，在一般的系统中，即使元件是线性的，但是工作中总不可避免存在着一些非

线性因素的影响,例如传动机构中的齿隙、游隙和磨擦等,总是很难完全消除的。

但是,由于目前对非线性系统的分析和综合还缺乏较完整而又实用的方法,另一方面,除了特别的本质非线性元件之外,一般的元件,只要输入信号不过大或过小,通常总是工作在它们的特性的准线性部分,从而可以把它近似看成是线性元件。因此,由这类元件所组成的系统,在正常的工作状态下,也就可以近似地看作是线性的。这样,从工程计算观点来看,分析的不精确度是可以容许的,而另一方面,分析的方法与步骤却大大地简化了。

在本书中,将着重研究线性时不变控制系统的分析和综合方法,至于非线性控制系统的性能分析问题,只是在第七章中作一概略的介绍,而不多作讨论。

§ 1-4 线性控制系统中的信号模型

在研究自动控制系统的性能时,首先要解决以下几个问题:

1. 计算与测定控制对象、系统元件的特性和参数,建立系统的数学模型;
2. 计算与测定输入控制作用和干扰的特性,列出它们的数学表达式,也就是建立系统的输入信号模型;
3. 规定系统的性能指标。

应当指出,以上三个任务是密切相关的,而其中最关键,同时往往也是最困难的一步就是建立系统的数学模型问题。它不仅和系统结构、控制对象以及输入信号等有关,而且还要考虑到可能拥有的计算手段。因此,一般说来,并没有什么固定的程序和方法。在本书的第二章中将主要通过一些实例来加以说明。

在本节中将着重讨论第二个问题,最后一个问题将在下节中再研究。

自动控制系统中的信号,如同在其它信息传递和加工系统中的一样,可分为两大类,一类是确定型信号,另一类是不确定型信号。前一类信号可以用一时间的显函数来描述,例如 $f(t) = A \sin \omega t$, $\delta(t)$, $U(t)$, $at + b$, $at^2 + bt + c$, $A \sin \Omega t \cos \omega t$ 等。这类信号在每一个指定的时刻都具有一定的确定值。反之,不确定信号不能用时间的确定型显函数来描述,因为在这类信号的特征中总是或多或少包含有一些不确定的偶然因素。例如,各种干扰和噪声,多是由各种偶然因素所引起的,它们属于随机过程,应当用时间的随机函数来描述。

在本书中,为讨论简便起见,一般暂不考虑干扰和噪声的影响问题,并认为系统的输入控制信号是时间的确定型函数。今后,除特别指定的信号之外,一般均用函数 $f(t)$ 来表示。

此外,在研究自动控制系统的性能时,特别是研究随动系统的性能时,往往选用下列几种时间函数作为系统的典型输入信号

1. 单位阶跃函数 $U(t)$

$$\left. \begin{aligned} U(t) &= 0, & t < 0 \\ U(t) &= 1, & t > 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

它的形状如图 1-11 所示。

在雷达天线位置控制系统中,这相当将控制手轮突然旋转一个单位角度,因此又称为位置控制信号。这种信号起始变化十分迅速,对于系统来说可以算是最不利的一种输入形式。

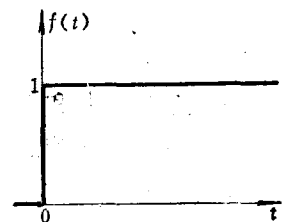


图 1-11 单位阶跃函数

2. 斜线函数 $AtU(t)$, 或

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= 0, & t < 0 \\ f(t) &= At, & t > 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

其中 A 是任意常数。函数的形状如图 1-12 所示。

对于雷达天线位置控制系统来说, 这相当使控制手轮均匀地等速转动, 因此又称为速度控制信号(速度阶跃信号)。

3. 抛物线函数 $f(t) = At^2U(t)$, 或

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= 0, & t < 0 \\ f(t) &= At^2, & t > 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

其中 A 是任意常数。函数的形状如图 1-13 所示。

在雷达天线位置控制系统中, 这相当是使控制手轮以等加速度旋转, 因此又称为加速度

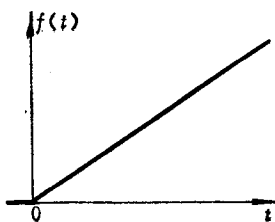


图 1-12 斜线函数

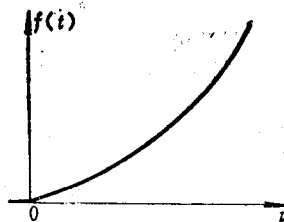


图 1-13 抛物线函数

控制信号(加速度阶跃信号)。

4. 脉冲函数和冲击函数

脉冲函数的表示式为

$$\left. \begin{aligned} f_{\Delta\tau}(t) &= 0, & t < 0, t > \Delta\tau \\ f_{\Delta\tau}(t) &= \frac{1}{\Delta\tau}, & 0 < t < \Delta\tau \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

它的形状如图 1-14(a) 所示。这相当在天线位置控制系统的手轮上加入脉冲式的扰动。

冲击函数又称为狄拉克函数, 一般记作 $\delta(t)$, 可以不严格地将它看作是脉冲函数在 $\Delta\tau$ 趋向于零时的极限, 即

$$\left. \begin{aligned} \delta(t) &= \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\tau}, & 0 < t < \Delta\tau \\ \delta(t) &= 0, & t < 0, t > \Delta\tau \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

也就是说, 除在 $t = 0$ 处之外, 处处为零; 在 $t = 0$ 处取值为无穷大, 而面积为 1, 即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1-14)$$

通常用一长度为 1 的带箭头的短线来表示, 如图 1-14(b) 所示。

很明显, 在实际工作中是不会出现这种控制信号的。但是, 引入这种信号后却可以使在研究很多技术问题得到极大的方便。

5. 正、余弦函数和指数函数

图 1-15 所示是一余弦函数

$$f(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1-15)$$

的波形图。由图可见，它和以上提到的几种在 $t < 0$ 时函数值恒为零的单边函数（因果函数）不同，它是周期性的，在 $t < 0$ 时并不恒等于零。这意味着当我们研究一个系统对于这种信号的响应时，总是认为它在我们开始研究之前，早已被加在系统中了。因此，一般又称这种信号为稳态信号。

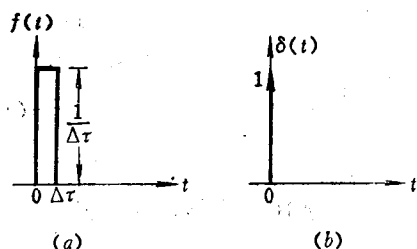


图 1-14 脉冲函数和冲击函数
(a) 脉冲函数；(b) 冲击函数

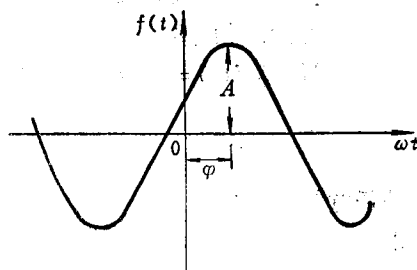


图 1-15 余弦函数

根据欧拉公式，可以将一余弦函数写作

$$A \cos \omega t = \frac{A}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \quad (1-16)$$

今后为研究方便起见，多采用指数函数 $e^{j\omega t}$ 来代替正、余弦函数。

如同冲击函数一样，虽然在实际工作中遇到这类形式的输入信号不多，但是从分析方法上来说，特别是在频率域分析法中，它却是最重要和最基本的输入信号。

以上五类典型信号，虽然不能概括系统的一切输入信号，但却是最经常采用的。并且，由于系统是线性的，因此可以将那些不能直接用这五种典型函数来描述的信号，看做是很多冲击函数或正弦、余弦、指数函数之和，然后借助于重叠原理求出系统的总响应。如此就可以使在分析问题避免数学上的困难。因此，从工程实践观点来说，采用这五类典型输入是恰当的。

以上讨论的信号都是时间的连续函数（ δ -函数除外）。在采样和计算机控制系统中，我们还将碰到要用时间的不连续函数来描述的采样信号

$$f^*(t) = f(t) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(nT) \delta(t - nT) \quad (1-17)$$

其中 T 是采样周期。

当 $f(t)$ 为因果函数时，它的采样函数为

$$f^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) \delta(t - nT) \quad (1-18)$$

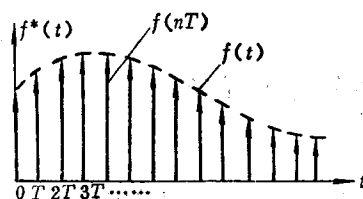


图 1-16 采样信号

它的形状如图 1-16 所示。

§ 1-5 性能指标

通常，特别是在古典控制理论中，将对自动控制系统性能的要求概括为以下三点：稳定性好，反应迅速，精确度高。以下分别加以简单的说明。

一、稳定性

自动控制系统是一种具有反馈作用的闭环控制系统。从结构上讲，就是通过反馈支路将系统的一部分输出能量反馈到系统的输入端，因此它就具有趋向振荡或不稳定的可能性。

可以用§1-1中所述的天线位置控制系统为例来说明这一问题。假如由于风力的作用（或其它扰动的影响）使天线自原静止的方向偏开，这时系统中将产生一与偏离方向相应的误差信号，经放大后加在驱动电动机上，使电动机产生一定的转矩，通过减速器带动天线向原来所在的方向转动。但是，当天线转回原来所在的方位时，虽然这时比较元件输出的误差信号减小为零，但天线却往往不能立即停止转动。这是由于：第一，电动机、减速器、天线等转动部分都具有一定的转动惯量，当天线转回原方位时它们还具有一定的动能；第二，系统中其它一些元件，如放大器、滤波器、电机绕组等电磁元件，多少都具有一定的储能作用，因此当误差信号减至零时，这些元件却仍然维持一定的信号输出，从而使电动机的输出转矩不能及时地随同误差信号一起减小为零。这种“力矩滞后”效应将使天线在回摆过程中冲过原来的平衡位置而偏向另一边，直到系统的输出转矩减小到不能使天线继续转动为止。这时，由于天线已偏到原方位的另一边，误差信号的极性随之改变，使电动机反向旋转，拖动天线再次向原来方位旋转。如此重复下去，如果系统设计得当，摆动的幅度将迅速衰减，系统很快恢复到原来的静止状态，也就是说系统是稳定的。反之，如果振荡不止，或竟愈演愈烈，则系统就是不稳定的。显然，不稳定系统的输出量不受约束，根本无法进行控制。

在一般机电式的控制系统中，激烈而持久的机械振荡很容易损伤传动机构，并使功率元件过载；即使在一般的电子系统中，大振幅的振荡也会引起部分元件过载甚至烧毁。因此，系统要能正常地工作，首先必须是稳定的。

考虑到在实际工作中系统元件的参数和特性都会产生一些变化，因此，系统不但必须是稳定的，而且还必须具有一定的稳定裕度或稳定储备范围，以保证在元件性能略有变化时系统仍能保持稳定。一个系统稳定性的优劣，通常就以其“稳定裕度”的大小来衡量。

二、响应速度

在实际工作中，不仅要求系统必须是稳定的，而且要求它能带动负载迅速地按照输入信号所规定的形式运动。换句话说，也就是要求系统应具有一定的响应速度。但是，如前所述，系统中总不可避免地包含一些惯性元件，因此，在输入信号的作用下，系统的输出响应总是要经过一段暂态过程之后才能达到稳态。系统在这一段暂态过程中的工作情况，就反映了系统的响应速度。

由于系统在暂态过程中的响应随输入信号而异，因此，为了能用几个数据（品质因素）来描述系统的响应速度，通常采用阶

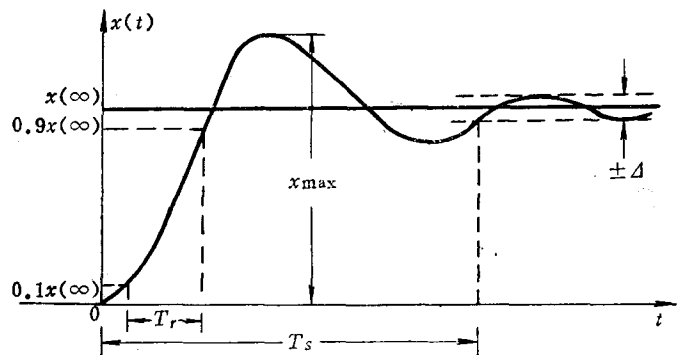


图 1-17 系统对阶跃输入的响应